

粗大結晶粒金属の不均一変形挙動 —実験と結晶塑性有限要素法解析—

Non-uniform deformation behavior of coarse-grained metals -experiments and crystal plasticity finite-element simulations-

浜 孝之*

1. 緒言

構造部材として用いられる金属材料は通常多結晶体であり、その巨視的な変形挙動は各結晶粒で生じる微視的な変形挙動によって決まる。各結晶粒の変形には、粒径や粒界、結晶方位差などによる結晶粒間での相互作用が大きく影響するため、巨視的には一様な変形とみなせても微視的には不均一な変形挙動が生じる。したがって、多結晶金属の巨視的な変形挙動はその素過程である微視的変形から理解することが重要であり、活発な研究が展開されている¹⁻³⁾。

こうした一連の研究では、結晶粒を粗大化させた金属材料が供試材としてしばしば用いられる⁴⁻⁸⁾。筆者らも、粗大結晶粒材の不均一変形挙動を実験および結晶塑性有限要素法（Crystal Plasticity Finite-Element Method, CPFEM）解析により調査してきた⁹⁻¹²⁾。粗大結晶粒材が用いられるのは、以下のような理由からである。第一に、結晶粒を粗大化させることで顕微鏡を介さずとも結晶粒レベルの変形をデジタル画像相関（Digital Image Correlation, DIC）法により詳細に測定できるためである。また、一般的な材料試験で用いられるサイズの試験片でも結晶粒レベルの変形場を測定可能であることから、負荷条件による変形場の違いを調査できることも大きな利点である。

また第二に、柱状の結晶粒が厚さ方向に貫通した試験片の作製が比較的容易なためである。厚さ方向に複数の結晶粒を持つ材料では、DIC法で測定される試験片表面の不均一変形場に厚さ方向の不均一変形が影響する可能性があるが、それを実験的、解析的に調査することは難しい¹³⁾。一方、厚さ方向に結晶粒が貫通した試験片を用いれば厚さ方向の不均一変形を近似的に無視でき、変形メカニズムの分析が容易になることが期待される。さらに、実験に即した有限要素モデルが作製しやすく、実験と解析の緻密な比較も期待される。このように粗大結晶粒材、DIC法、CPFEMを組み合わせることで、微視的変形と巨視的変形を直接結び付けた詳細なメカニズムの考察が可能となる。

また筆者らは粗大結晶粒材の研究を通して、微視的な不均一変形が CPFEM 解析精度の向上にも活かせる可能性を見出した。CPFEM では通常、実測される巨視的な応力-ひずみ曲線やランクフォード値の発展などを参照して材料パラメータが決定される¹⁴⁻¹⁸⁾。しかしながらこの方法では、

例えば六方晶金属のように決定すべきパラメータが多い場合は、実験データの不足により一意性を担保した同定が困難という問題がある。これに対して、応力-ひずみ曲線という平均化された“点”の特性ではなく不均一変形場という“面”の特性を参照することで、豊富な情報量の下で精緻なパラメータ同定が実施できる可能性がある。

本稿では、以上の着想に基づいて筆者らが最近実施してきた粗大結晶粒材を用いた研究事例を紹介したい。

2. 結晶塑性モデル

解析で用いた結晶塑性モデルを概説する。その詳細については、既報文献¹⁴⁻¹⁸⁾を参照されたい。基礎となる塑性速度勾配テンソル $\mathbf{L}^p$ は、次式で与えられる。

$$\mathbf{L}^p = \sum_{\alpha=1}^N \dot{\gamma}^{\alpha} \mathbf{S}^{\alpha}, \quad \mathbf{S}^{\alpha} = \mathbf{s}^{\alpha} \otimes \mathbf{m}^{\alpha} \quad (1)$$

ここで $\dot{\gamma}^{\alpha}$ はすべり系 α におけるすべり速度、 $\mathbf{s}^{\alpha}$ および $\mathbf{m}^{\alpha}$ はそれぞれすべり方向およびすべり面法線を表す単位ベクトルである。 $\dot{\gamma}^{\alpha}$ は次式のひずみ速度依存型の式で与える。

$$\frac{\dot{\gamma}^{\alpha}}{\dot{\gamma}_0} = \left| \frac{\tau^{\alpha}}{\tau_Y^{\alpha}} \right|^{\frac{1}{m}} \text{sign}(\tau^{\alpha}), \quad \tau^{\alpha} = \mathbf{s}^{\alpha} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{m}^{\alpha} \quad (2)$$

$\dot{\gamma}_0$ は基準すべり速度、 τ^{α} は分解せん断応力、 m はひずみ速度感受性指数に相当する。 τ_Y^{α} は現在のすべり抵抗であり、その初期値は初期臨界分解せん断応力 τ_0 と一致する。塑性変形の進行に伴う加工硬化は τ_Y^{α} の発展により表現される。

$$\dot{\tau}_Y^{\alpha} = \sum_{\beta} q_{\alpha\beta} h |\dot{\gamma}^{\beta}| \quad (3)$$

ここで h は各すべり系の加工硬化率、 $q_{\alpha\beta}$ はすべり系間の潜在硬化を表す行列である。紙面の都合上詳細は割愛するが、 h には累積すべり $\bar{\gamma} = \sum_{\alpha} \int |\dot{\gamma}^{\alpha}| dt$ の関数として表すモデルや転位密度の関数として表すモデルなど種々の式が用いられる。各すべり系の活動はこれら発展式におけるパラメータで表現され、またその結果として巨視的な変形挙動が決定されるため、適切な解析を行う上でパラメータの同定は極めて重要である。

3. 粗大結晶粒純チタンへの適用事例

3. 1 実験および解析条件

本研究⁹⁾の目的は、結晶異方性の強い純チタン材における結晶粒レベルの不均一変形挙動の予測を試みるとともに、不均一変形挙動を援用した解析精度向上の可能性を検討す

原稿受付 2023 年 1 月 19 日

*京都大学大学院エネルギー科学研究科

〒606-8501 京都市左京区吉田本町

Email: hama@energy.kyoto-u.ac.jp

ることである。本研究では、平行部の長さが 20 mm、幅が 12 mm、板厚が 3 mm のダンベル型試験片を用いて一軸引張試験を行った。電子線後方散乱回折 (EBSD) により測定された平行部の逆極点図マップを図 1(a)に示す。結晶粒径が 5 mm を超える粗大結晶粒が支配的であり、ほとんどの領域で板厚方向に結晶粒が貫通していることが期待される。実験では、平行部のひずみ発展を DIC 法により測定した。DIC 法には YaDICs¹⁹⁾を用いた。実験では、1 ピクセルが約 10 μm となる条件で測定を行った。

また、EBSD で得られた逆極点図マップに基づいて図 1(b)の有限要素モデルを作製し、実験と同条件で CPFEM 解析を行った。なおモデルでは、全ての結晶粒が板厚方向に貫通していると仮定した。要素には選択低減積分に基づく 8 節点ソリッド要素を用いた。

結晶塑性モデルでは六方最密構造を仮定し、 $\{10\bar{1}0\} < 11\bar{2}0 >$ (柱面) すべり系、 $(0001) < 11\bar{2}0 >$ (底面) すべり系、 $\{10\bar{1}1\} < 11\bar{2}0 >$ (錐面 $\langle a \rangle$) すべり系、 $\{11\bar{2}2\} < 11\bar{2}3 >$ (錐面 $\langle c+a \rangle$) すべり系、 $\{10\bar{1}1\} < 11\bar{2}3 >$ (錐面 $\langle c+a \rangle/2$) すべり系、 $\{10\bar{1}2\}$ (引張) 双晶系、 $\{11\bar{2}2\}$ (圧縮) 双晶系を考慮した。材料パラメータは、先行文献¹⁶⁾を参考にしつつ巨視的な応力-ひずみ曲線が良好に再現できるように決定した。

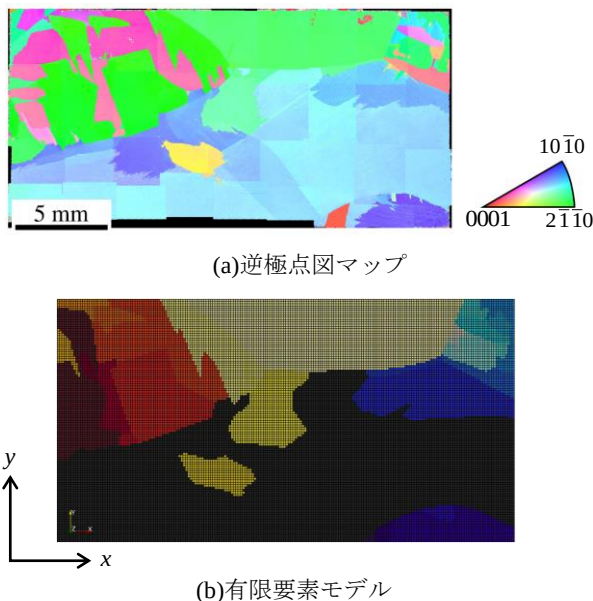


図 1 粗大結晶粒純チタンの供試材⁹⁾

3. 2 解析結果と考察

図 2 に平均引張ひずみ 0.04 における各ひずみ成分の分布を示す。 ϵ_{xx} では、右下部や左上部ではひずみが小さい領域がある一方で、粒界三重点近傍で強いひずみ集中が見られる。一方、 ϵ_{yy} では、中央部付近の結晶粒では正值をとるのに対してその他の粒では負値が生じており、極めて不均一性の強い変形を示している。以上の定性的な傾向は解析でも良好に予測できており、解析の妥当性が確認できる。なお、図 2(b), 2(c)中の矢印で示す結晶粒ではひずみの正負が逆転して予測されている。これは、この結晶粒が小さく実際には板厚方向に貫通していないため、実験では板厚方向での不均一変形の影響を強く受けたためだと考えられる。

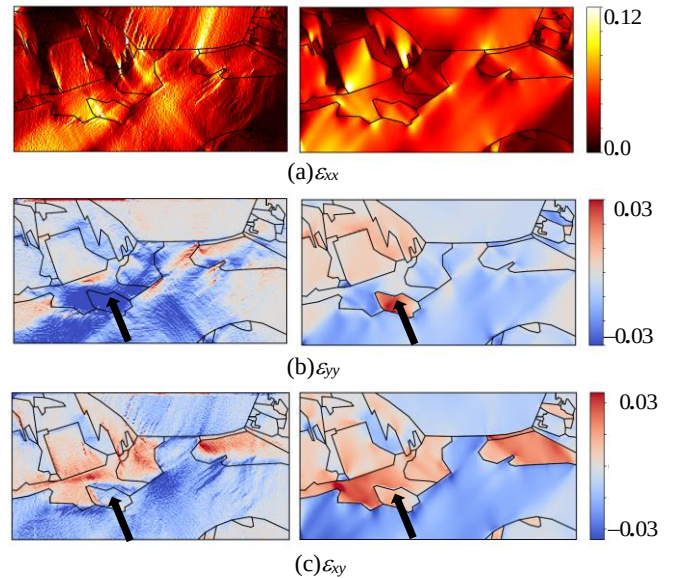


図 2 平均引張ひずみ 0.04 における各ひずみ成分の分布⁹⁾。それぞれ左図が実験、右図が解析の結果を表す

純チタンでは、すべり系および双晶系ごとの活動の違いを材料パラメータにより適切に表現することが重要である。例えば、初期臨界分解せん断応力 τ_0 は柱面すべり系で最も小さく、次いで錐面 $\langle a \rangle$ すべり系、引張双晶系、圧縮双晶系、錐面 $\langle c+a \rangle$ すべり系の順に大きくなるという定性的傾向がこれまでの研究により明らかにされている。一方、筆者の調査する限りにおいて底面すべり系の扱いが文献によって大きく異なり、その位置づけが明確ではない。本研究で参考とした先行研究¹⁶⁾では、底面すべり系の τ_0 を引張双晶系と圧縮双晶系の間に位置付けることで応力-ひずみ曲線を良好に予測できることを示している。しかしながら、その妥当性は十分明らかではない。そこで、底面すべり系の τ_0 が微視的なひずみ分布に与える影響を調査することで、その適切な値を推定できないか調査した。

底面すべり系の τ_0 のみを種々変化させて得られたひずみ分布の一例を図 3 に示す。図中の r は、底面すべり系の τ_0 と柱面すべり系の τ_0 の比を表しており、 r が大きいほど底面すべり系の τ_0 が大きいことを示す。図 2 は、 $r=2.14$ に対応する。 $r=1.00$ の場合、 ϵ_{xx} で見られる粒界三重点近傍のひずみ局所化が小さく、また ϵ_{yy} では全体的に符号が逆転した結果が得られており、明らかに実験とは異なる傾向を示している。一方、 r が大きくなるにつれて ϵ_{xx} で見られる局所化が顕著になり、また ϵ_{yy} でもひずみの符号が実験に近づく。 $r=1.38$ 以上では、定性的な傾向に違いは見られなかった。以上の結果より、少なくとも底面すべり系は柱面すべり系に比べて一定以上大きい τ_0 を持つと仮定すべきであることが示唆される。一方、今回の解析だけでは τ_0 の最適値を見出すには至らず、活用法のさらなる工夫が必要であることも合わせて示された。

4. 粗大結晶粒極低炭素鋼への適用事例

4. 1 実験条件と結果

本研究^{10,12)}の目的は、微視的に発生する不均一なひずみ

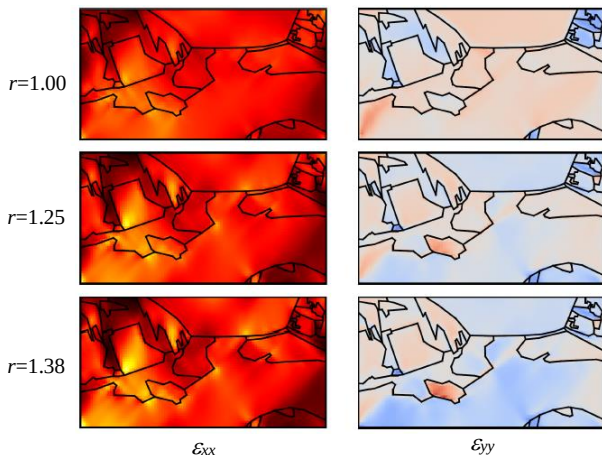


図3 底面すべり系の τ_0 を変化させた時のひずみ分布⁹⁾. カラーバーは図2に準ずる

場の負荷条件依存性を調査するとともに、そのメカニズムを検討することである。本研究では、平行部の長さが15.0 mm、幅が7.1 mmのダンベル型試験片を用いた一軸引張試験と、平行部の長さが17.0 mm、幅が3.0 mmの試験片¹⁰⁾を用いた単純せん断試験を実施し、平行部のひずみ場をDIC法により測定した。板厚は0.4 mmとした。DIC法には、GOM Correlate Professional V8 (GOM社)を用いた。本研究で用いた供試材の逆極点図マップの一例を図4に示す。ランダムに近い結晶方位分布を持つ極低炭素鋼である。平均粒径は約0.47 mmであり、前述の試験片形状でも結晶粒レベルでの不均一変形を十分に測定可能である。なお、DIC法では約0.2 mm×0.2 mmの領域で求めた変位勾配に基づきひずみを算出している。そのため、この領域内に粒界が存在すると変位勾配の連続性が担保されず、粒界近傍ではひずみが適切に算出できない可能性がある。本研究では、いくつかの粒界近傍においてひずみ分布を詳細に調査したところ不自然な分布は確認できなかったため、大きな影響はないと判断したが、粒界近傍の変形場を詳細に評価する場合は、十分に注意が必要である。

図5(a)に、一軸引張変形時の平均相当ひずみ0.005における平行部の相当ひずみ分布の一例を示す。また図中の点A～Hにおける局所的なひずみの発展を図5(b)に示す。塑性変形開始直後であるものの、平行部全体では極めて不均一なひずみ分布が生じている。一方、局所的にはいずれの部位でもひずみは線形的な発展を示している。このことから、図5(a)においてひずみが局所化しやすい部位は変形初期から既に決定され、少なくとも平均ひずみ0.05程度まではほぼ変わらないことがわかる。また図5(a)では、引張方向に対して斜めにひずみが集中した領域(以下、ひずみ帯)が発生している。引張方向に対してひずみ帯がなす角度は約40.5°～73.9°程度であった。このような一軸引張変形時のひずみ帯の発生は、過去にも報告されている¹⁴⁾。

図6に、単純せん断変形時の平均相当ひずみ0.01における相当ひずみ分布の一例を示す。ここでは参考のため逆極点図マップから抽出した粒界を重ねて示している。塑性変形開始直後からやはり顕著な不均一分布を示している一方で、詳細は割愛するが、各部位での局所的なひずみ発展は

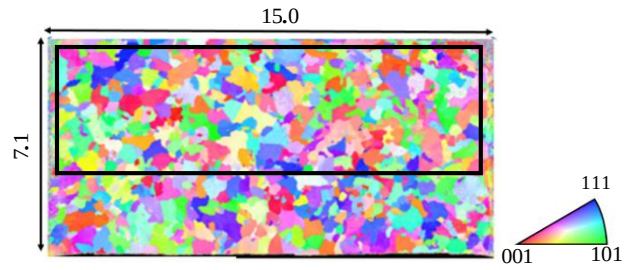
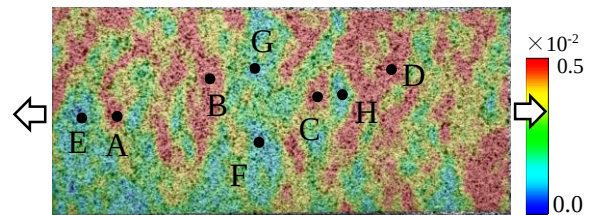
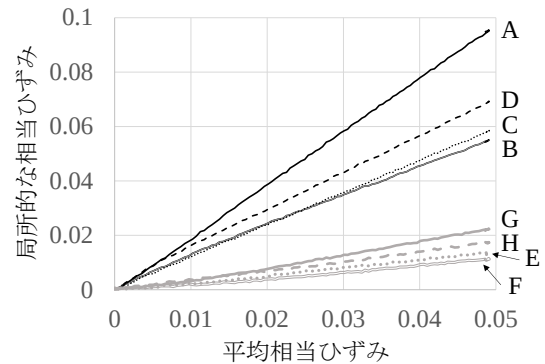


図4 粗大結晶粒極低炭素鋼の逆極点図マップ¹⁰⁾. 図中の寸法の単位はmmである。14.0 mm × 4.3 mmの黒枠は解析でモデル化した領域を表す



(a)平均相当ひずみ0.005における相当ひずみ分布



(b)各点における局所的なひずみ発展

図5 一軸引張試験結果¹⁰⁾. (a)中の矢印は引張方向を示す

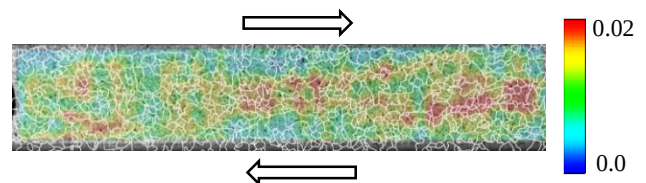


図6 単純せん断試験結果¹⁰⁾. 矢印はせん断方向を示す

一軸引張変形時と同様にほぼ線形的であった。単純せん断変形でも明瞭なひずみ帯が発現しているが、一軸引張変形時と異なり、せん断方向に対して平行もしくは垂直な方向に生じている。また粒界との関係を見ると、ひずみ帯の多くは粒界に沿って生じている一方で、部位によっては粒内にもひずみ帯の境界が生じている。

以上より、微視的な不均一ひずみ場は負荷条件に強く影響されることが明らかとなった。

4.2 解析条件と結果

以上の結果を巨視的な応力状態に基づいて考察すると、最大(最小)せん断ひずみが生じる面とひずみ帯の発生方向に強い相関があることが推察される。しかしながら、ひずみ帯は各結晶粒におけるすべり系の活動に起因するため、巨視的な応力状態だけでは十分な説明が困難である。そこ

で、CPFEM を用いて微視変形に基づく考察を試みた。詳細は割愛するが、図 4 の黒枠部を第 3 章と同様の方法によりモデル化した。また、全ての結晶粒が板厚方向に一様に貫通していると仮定した。ただし、図 4 から明かなように本供試材では板厚より小さい結晶粒が多数存在するため、ほとんどの結晶粒が板厚方向に貫通していない。そのため、解析モデルはこの点において実験条件と大きく異なっている。したがってここでは、ひずみ帯の発生形態という定性的な議論のみに焦点を当てる。

結晶塑性モデルでは体心立方構造を仮定し、活動すべり系には $\{110\}\langle 111 \rangle$ すべり系および $\{112\}\langle 111 \rangle$ すべり系を考慮した。また材料パラメータは、巨視的な応力-ひずみ曲線がひずみ 0.01 程度までの領域で一致するように決定した。本研究では、同一の有限要素モデルに対して一軸引張りあるいは単純せん断を模擬した境界条件を与えて解析を実施した。それにより、供試材による結晶粒形状や結晶方位分布の違いが及ぼす影響を排除し、純粋に負荷条件の違いが与える影響を議論することができる。

図 7(a)に、一軸引張解析から得られた平均相当ひずみが 0.0019 の時の相当ひずみ分布を示す。図中の白線は粒界である。実験と同様に、引張方向に対して斜めにひずみ帯が発生している。ひずみ帯がなす角度は、約 $24^\circ \sim 60^\circ$ であった。また結果は省略するが、各部位における局所的なひずみ発展も、実験同様にほぼ線形的であった。図 7(b)に、単純せん断解析から得られた平均ひずみが 0.0015 の時の相当ひずみ分布を示す。やはり実験同様に、せん断方向に対して平行もしくは垂直方向にひずみ帯が発生している。以上の結果より、一軸引張りと単純せん断で見られるひずみ帯発生形態の違いはやはり負荷条件に起因し、結晶粒形状や結晶方位分布の違いは本質的な影響はもたらさないことが明らかとなった。

解析結果に基づき、ひずみ帯の発生をすべり系の活動に基づいて考察した。図 8 に、各積分点で活動が大きいすべり系における負荷方向とすべり方向のなす角度の度数分布を示す。角度は、すべり方向を板面に投影した上で算出した。なお、活動の最も大きいすべり系の多くで、シュミット因子が 0.45 以上であることが確認されている。一軸引張りの場合 (図 8(a))、活動の活発なすべり系の多くが引張方向に対して $20^\circ \sim 50^\circ$ 程度の方向へすべり変形している。このことから、塑性変形がこれらの方向へ伝達されやすくなったため、一軸引張変形において約 $24^\circ \sim 60^\circ$ の傾きを持つひずみ帯が生じたと考えられる。同様に単純せん断 (図 8(b)) でも、活動すべり系の多くがせん断方向から $0^\circ \sim 20^\circ$ あるいは $80^\circ \sim 90^\circ$ の方向へすべり変形しており、この結果せん断方向に対して平行もしくは垂直な方向へひずみ帯が発生したと考えられる。以上より、負荷条件によるひずみ帯の発生形態の違いは、すべり系の活動から定性的に説明できることが明らかとなった。さらに、変形初期では各結晶粒で生じる応力は巨視的な応力状態に近いことを考えると、シュミット因子が大きいすべり面と巨視的な最大(最小)せん断応力が作用する面が良好に対応すると考えられ、その結果、前述のような巨視的な応力状態との相関がみら

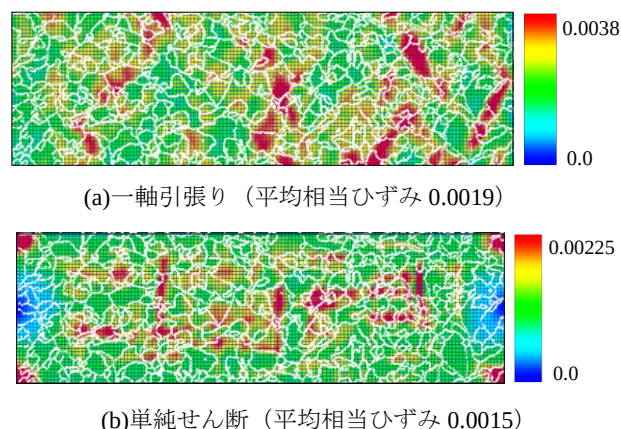


図 7 極低炭素鋼の解析で得られた相当ひずみ分布¹²⁾

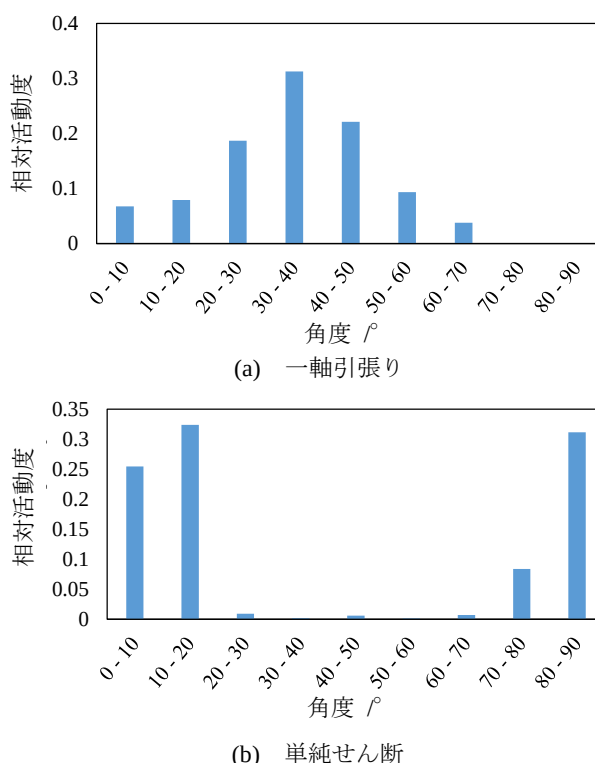


図 8 活動が大きいすべり系におけるすべり方向と負荷方向のなす角度の度数分布¹²⁾

れたと考えられる。

5. 粗大結晶粒純アルミニウムへの適用事例

これまでの事例で示してきたように、CPFEM 解析により実験で見られる微視変形挙動を定性的に予測できる一方で、定量的な予測には至っておらず精度向上が求められる⁶⁻⁹⁾。この要因として、結晶塑性モデルやその材料パラメータ、粒界の表現、有限要素モデル、境界条件など種々の因子が考えられる。しかしながら、第 3 章で示したように材料パラメータ一つをとっても手動で逐次最適化することは困難である。そこで筆者らは最近、データ駆動科学の一つであるデータ同化の活用に取り組んでいる¹¹⁾。データ同化はベイズ推論に基づいて不確実性も考慮しながら実験結果を再現しうる最適パラメータを推定する手法である。データ同化により粗大結晶粒材における不均一なひずみ分布を高精度に予測しうる諸条件を推定できれば、材料パラメータの

最適化をはじめとする解析の高精度化を実現できる可能性がある。

筆者らが取り組んだ研究結果の一例として、平均粒径が約 5.1 mm の純アルミニウム材の一軸引張変形を対象として材料パラメータの推定を行った事例を紹介する。実験では、平行部の長さ 10.0 mm、幅 4.8 mm、板厚 1.2 mm のダンベル型試験片を用いた。また、実験を模擬して行った CPFEM 解析では、面心立方構造を仮定し、 $\{111\}<110>$ すべり系を考慮した。材料パラメータは平均的な応力-ひずみ曲線が実験を再現できるように試行錯誤により決定した。

図 9(a) は平均ひずみが 0.004 のときの試験片平行部における ε_{xx} 分布の実験結果、図 9(b) は対応する解析結果である。実験では、図中の結晶粒②、⑤においてひずみの局所化が見られる。解析では、実験結果を良好に予測できている部位も見られる一方で、特に結晶粒②における局所化など実験とは大きく異なる傾向を示す部位が多い。

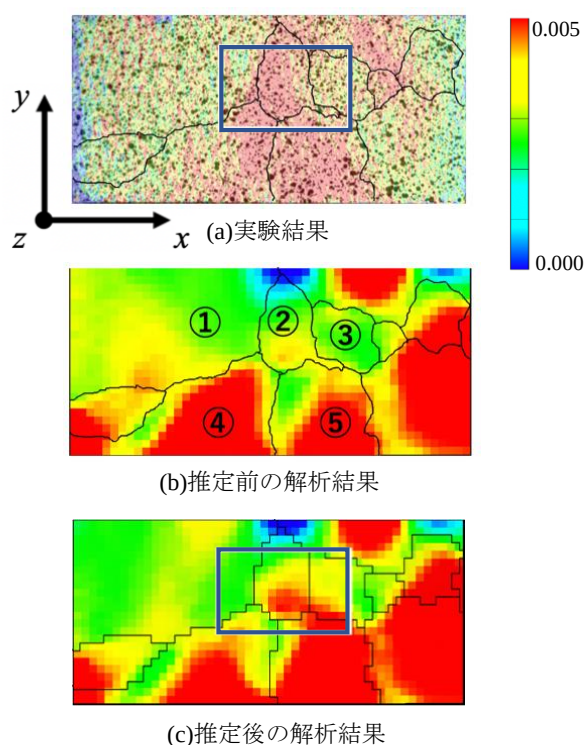


図 9 粗大結晶粒純アルミニウムで得られた平均ひずみ 0.004 における ε_{xx} 分布 ¹⁾

そこで、アンサンブル 4 次元変分法に基づくデータ同化により図 9(a) 中の黒枠部におけるひずみ分布の再現を目的とした材料パラメータの推定を実施した。ここでは、材料パラメータのみ可変とし、その他の条件は当初の条件と同じである。得られた結果を図 9(c) に示す。全体的には実験と大きく異なる領域が依然として多いものの、黒枠部では推定前に比べると実験に近い良好な結果が得られている。いまだ十分な予測とは言えないが、本アプローチの発展によりさらなる解析精度の向上が期待される。

6. まとめ

本稿では、粗大結晶粒材、DIC 法、CPFEM を組み合わせた手法により、空間スケールを跨いだ変形メカニズムの検

討と解析精度向上への取り組みを行った事例を紹介した。本研究に資する粗大結晶粒材を創製可能な材料は限られること、CPFEM に計算コストがかかることなど決して手軽な手法ではないものの、解析精度の向上やミクロとマクロをつなぐ変形メカニズムの理解につながるものが期待され、筆者としては大きな魅力を感じている。また最後の事例でも紹介したように、データ同化との親和性が高い手法でもあり、メゾ~マクロの視点に基づくマテリアルズインフォマティクスとも位置付けられよう。本稿が読者の参考となることができれば、望外の喜びである。なお、記述に誤りがあれば、全て浅学非才の筆者に帰するところである。ご批判いただければ幸いである。

参考文献

- 1) Efstathiou, C., Sehitoglu, H., and Lambros, J.: *Int. J. Plasticity*, **26** (2010), 93-106.
- 2) Kubo, M., Yoshida, H., Uenishi, A., Suzuki, S., Nakazawa, Y., Hama, T., and Takuda, H.: *ISIJ Int.*, **56-4**(2016), 669-677.
- 3) Liu, J.H., Vanderesse, N., Stinville, J.-C., Pollock, T.M., Bocher, P., and Texier, D.: *Acta Mater.*, **169** (2019), 260-274.
- 4) Sachtleber, M., Zhao, Z., and Raabe, D.: *Mater. Sci. Eng. A*, **336** (2002), 81-87.
- 5) Hoc, T., Crepin, J., Gelebart, L., and Zaoui, A.: *Acta Mater.*, **51-18** (2003), 5477-5488.
- 6) Zhao, Z., Ramesh, M., Raabe, D., Cuitino, A.M., and Radovitzky, R.: *Int. J. Plasticity*, **24-12**(2008), 2278-2297.
- 7) Lim, H., Carroll, J. D., Battaile, C. C., Buchheit, T. E., Boyce, B., and Weinberger, C.: *Int. J. Plasticity*, **60** (2014), 1-18.
- 8) Grilli, N., Earp, P., Cocks, A.C.F., Marrow, J., and Tarleton, E.: *Int. J. Plasticity*, **135** (2020), 103800.
- 9) Baudoin, P., Hama, T., and Takuda, H.: *Int. J. Plasticity*, **115** (2019), 111-131.
- 10) Hama, T., Nishi, T., Oka, M., Matsuno, T., Okitsu, Y., Hayashi, S., and Takada, K.: *ISIJ Int.*, **61-6**(2021), 1971-1979.
- 11) 洞田真佑, 西拓樹, 山中晃徳, 内田壮平, 浜孝之: 第 73 回塑性加工連合講演会講演論文集, (2022), 207-208.
- 12) 浜孝之, 岡将司, 西拓樹, 松野崇, 林誠次, 高田賢治, 興津貴隆: 鉄と鋼, (2023), in press.
- 13) Knysh, P., Sasaki, K., Furushima, T., Knezevic, M., and Korkolis, Y.P.: *Comput. Mater. Sci.*, **167**(2019), 42-51.
- 14) Hama, T., and Takuda, H.: *Int. J. Plasticity*, **27** (2011), 1072-1092.
- 15) Hama, T., Tanaka, Y., Uratani, M., and Takuda, H.: *Int. J. Plasticity*, **82**(2016), 283-304.
- 16) Hama, T., Kobuki, A., and Takuda, H.: *Int. J. Plasticity*, **91** (2017), 77-108.
- 17) Hama, T., Namakawa, R., Maeda, Y., and Maeda, Y.: *Mater. Trans.*, **62-8**(2021), 1124-1132.
- 18) Hama, T., Yagi, S., Tatsukawa, K., Maeda, Y., Maeda, Y., and Takuda, H.: *Int. J. Plasticity*, **137**(2021), 102913.
- 19) Seghir, R.: Ph.D. thesis, Ecole centrale de Lille, (2012).