

日本の数学教育とベクトル この百二十五年

立教大学名誉教授 公田 藏 (Osamu Kota)
Professor Emeritus, Rikkyo University

1. はじめに

わが国の数学教育において最初にベクトルが教授されたのは、明治7年(1874)、「高等数学」の Quaternion においてであった。爾来、すでに1世紀と4分の1を経過し、現在ではベクトルの初歩は高校数学の内容となっている。ここでは、日本の数学教育において、ベクトルがどのように教えられ、学ばれてきたかについて考察する。ここで「数学教育において」と記したのは、力学や電磁気学など、数学以外の分野におけるベクトルと関連事項の教育については考察の対象としなかったからである。なお、ここで取り上げる内容は昨年の研究集会での発表(文献[12])に続くものであるが、次の2.1項の内容には[12]と重複するところがある。

2. 19世紀

2.1 四元法の一部としてのベクトル¹

わが国の数学教育において最初にベクトルが教授されたのは、明治7年(1874)、現在の東京大学の前身校(の一つ)である東京開成学校における「高等数学」の科目においてであった。すなわち、この年、機械工学の教授として英国から Robert Henry Smith が着任し、この年 Smith は工学の科目とともに「高等数学」として Quaternion および微分積分を教えたが、Quaternion に関連してベクトルが教授されたのである。「東京開成学校第二年報 明治七年」([31], 第一巻に所収)では Quaternion は「四術算」あるいは「四数法」と訳されている²。教科書は Kelland-Tait の “Introduction to Quaternions” ([6]) であった。この本は四元法の入門書(Tait [29]への準備として著された)で全10章から成るが、第1章は簡単な Introductory で、実質的な内容は第2章からである。第2章ではベクトルが移動(transference)を表すものとして導入され、ベクトルの和、差、実数倍と、その幾何への応用とが扱われる。第3章でベクトルの積、商が扱われ、四元数が導入される。最後の第10章では力学的な話題が扱われるが、それ以外の章は幾何学的内容が主題である。ベクトル値関数の微分など、解析に関する内容は扱われていない。「東京開成学校年報」に記録されている「四数法」の内容から判断すれば、この本の最初の三章か四章が教授されたと考える。したがって「四数法」の実際の主な教授内容は Quaternion の記法を用いてのベクトルによる幾何学であった。力学や機械工学のための準備としては、それで十分であったであろう。

¹本項の内容の大部分は[12]に詳述した。

²東京数学会社の訳語会が数学の分科としての Quaternion の訳語を「四元法」と決定したのは明治16年(1883)である。

東京開成学校において高等数学が教授されたのは、工学科以外にフランス語による物理学科があるが、「東京開成学校年報」に記されている物理学科の教育課程やその内容からは、「重学」ではともかく、数学においてベクトルが大きく扱われたとは考えにくい。また、東京開成学校以外の教育機関で、明治7年以前に数学（力学を除く）の内容としてベクトルが扱われたとは思えない。

明治10年（1877）、東京開成学校は東京医学校と合併して東京大学となる。この年、菊池大麓（1855–1917）が英国留学から帰国し、東京大学理学部の数学教授となる。そして菊池は「英国流」の数学を教授したのである。小倉金之助の「日本における近代的数学の成立過程—明治時代の数学—」（[22]に所収）には、明治13年度の東京大学における数学の教科書・参考書が記されているが、その中には四年の部分に Kelland-Tait [6] が示されている。

Smith は明治11年（1878）に帰国し、後任は James Alfred Ewing（1855–1935）であるが、Ewing が力学に関連してベクトルをどのように扱ったかは未詳である。Ewing の帰国（明治16年、1883）と入れ替わりに東京大学理学部物理学教師として着任したのは Cargill Gilston Knott（1856–1922）である。「東京大学第四年報 起明治十六年九月止明治十七年十二月」に記されている Knott の申報には教科書として使用した書物が記載されているが、その中に「マックスウエル氏著電気磁気学」がある。これは James Clerk Maxwell（1831–1879）の “Treatise on Electricity and Magnetism” ([13]) である。この本は第1巻の最初からベクトルを用いており、後の章では四元法の記法も用いているが、ベクトルについては成分による表記も併せて記し、また、四元法についての知識がなくても一応は読めるようにはなっている。Maxwell の本などに関連してベクトルや四元法の初歩についての教授がなされたと考える。

菊池は William Kingdon Clifford（1845–1879）の遺著 “Common Sense of the Exact Sciences”（Clifford の没後、最初 R.C. Rowe, ついで Karl Pearson が Clifford の原稿を整理、加筆して1885年に出版したもの）を数学に志すものにとって有益な書物であると考え、明治19年（1886）にその大意を東京および近県の教員を対象にして東京教育博物館において講義し、さらにこの書物を翻訳して「数理釈義」として出版した。この本は一般向けの啓蒙書で、表現などはつとめて一般の読者を意識したものになっており、難しいと思われる証明などは省略されているが、数学の考え方、アイデアを伝えようとして著されたものであって、内容は初等数学とは限らず、当時の新しい結果まで含まれている。この中に、ベクトル、複素数と、それに関連して Hamilton の Quaternion と Grassmann の Ausdehnungslehre に関するごく簡単な記述がある。また、ベクトルに2種類の積を定義するとして、名称は出していないが、ベクトルの内積と外積が幾何学的に説明されている。日本語の数学書でベクトルについて記されたものはこれが最初であると考えられる。

明治20年代のわが国では、「四元法」は高等数学の一分科であって、これを学ぶものはごく少数であった。東京大学では菊池が四元法を講義している。小倉金之助「明治科学史上における東京物理学校の地位」（[22]に所収）には攻玉舎の専修数学科の課程が示されているが、明治25年7月の課程では課程は普通科、高等科、特別研究科に分けられており、特別研究科の学科目の中に「クォルタルニオン」がある（[22], pp. 271–273）。

2.2 欧米の状況

ここで、当時の欧米の状況について簡単にふれておく。

Hamilton (Sir William Rowan Hamilton, 1805–1865) が四元数 (quaternion) のアイデアを得て最初の論文を発表したのは1843年、四元法の最初の著書 “Lectures on Quaternions” の出版は1853年、Grassmann (Hermann Günther Grassmann, 1809–1877) が Ausdehnungslehre の最初の版 “Die lineale Ausdehnungslehre” を出版したのは1844年であるが、いずれも当時は学界から注目されなかった。Grassmann は Ausdehnungslehre の前著を全面的に書き改めた新しい版を1862年に出版し、Hamilton の “Elements of Quaternions” は逝去の翌年の1866年に出版される。Hamilton の四元法に早くから関心をもち、これに傾倒したのは Peter Guthrie Tait (1831–1901) であるが、Tait はその著書 [29] において四元法とその幾何学および物理学への応用を述べ、Maxwell は Tait のすすめによって1860年代の終わり頃に四元法を学び、1873年の「電磁気学」([13]) ではベクトルと四元法を積極的に利用したのである。この頃から四元法や Ausdehnungslehre は次第に一部の数学者や物理学者が関心をもちようになってきたのである。Clifford は当時の英国数学者の中ではヨーロッパ大陸の数学に関心をもち、Hamilton の四元法にも Grassmann の Ausdehnungslehre にも通じていたし、Felix Klein (1849–1925) は1880年の複素函数論の講義 ([9]) において、緒論で複素数とともに四元数と Ausdehnungslehre, hypercomplex numbers について簡潔に説明している。

他方、Josiah Willard Gibbs (1839–1903) は、Maxwell の電磁気学を読み、電磁気学など、物理への応用に必要なのは四元法ではなくてベクトルであることに気づき、1870年代の終わりまでに四元法を用いないベクトル解析のアイデアを得て Yale 大学でこれを講義し、その概要 “Elements of Vector Analysis” は私家版として作成された (1881, 1884)。現在、これは Gibbs の論文集中に収録されている ([3])。Oliver Heaviside (1850–1925) も、1890年代の初めから、四元法を排除してのベクトル解析に関する一連の論文と、ベクトル解析を応用しての電磁気学の論文を次々に発表し、これらの論文は Heaviside の論文集中 ([4], [5]) に収録され、これによってベクトル解析が電磁気学関係者の間に知られるようになってきたのである。そして、John Perry (1850–1920) は、恐らく Heaviside が雑誌 Electrician に発表した一連の論文で四元法によらないベクトル解析を知ったと思われるが、1899年の講義録 “Practical Mathematics”³ (全6講から成る) においてベクトルのために1講を割き、そしてそれは彼の Practical Mathematics の要目と1900年の Glasgow での数学教育改革の講演 “The Teaching of Mathematics” ([25] 所収) に発展したのである。Perry の要目では、「初等数学のコース」でベクトルの加法・減法が、「進んだコース」で内積と外積が示されている。

このように、1880年代から90年代へかけては、Hamilton の四元法や Grassmann の Ausdehnungslehre から、四元法によらないベクトルの理論が作られ、四元法からベクトル解析へと移行していった時代であり、また、Grassmann や Hamilton のアイデアを発展させた新しい代数 (多元環論) が芽生えた時代であった。

³これを大幅に増補したものが後の [26] である。このほうが整理されているが、Perry がいわんとするところは、この1899年の講義録のほうに強く現れている。

2.3 木村駿吉と四元法

わが国でもっとも四元法に傾倒したのは木村駿吉 (1866–1938) である (木村については [11] に詳しい)。木村は明治 21 年 (1888) 東京大学理学部物理学科の卒業であり、在学中に Knott に学んでいる。明治 26 年に渡米し、最初は Harvard 大学で、ついで Yale 大学の Gibbs 教授の下で、数学と物理学とを学び、Yale 大学から Ph.D. の学位を得て明治 29 年 (1896) に帰国する。この間 1895 年にはオランダの Pieter Molenbroek とともに Nature 誌に “Friends and Fellow Workers in Quaternions” と題する一文を寄せ、翌 1896 年には International Association for Promoting the Study of Quaternions and Allied Systems of Mathematics が創立される。なお、この Nature 誌への寄稿の趣旨は「廻文に添へて東洋学芸雑誌記者足下に一書を寄す」(明治 28 年 (1895) 9 月 28 日付の書簡の形をとっており、「東洋学芸雑誌」第 170 号 (明治 28 年 11 月 25 日) に掲載された、[7]) に述べられている。木村の数学観と四元法やベクトルに対する考え方は、これと次に述べる彼の「四元法講義」の序とから知られる。木村は [7] において、次のようにいう⁴：

昔ハミルトン四元法の基礎を建てグラスマン、アウスデーヌングスレーレを
 發明せしより今に至て殆んど半世紀を閲し此間学者の之を学ぶ者指を屈する
 に過ぎず況んや之を發達せしむる者に於てをや

四元法アウスデーヌングスレーレ及びギブス又はヘヴヒサイドのヴェクトル
 アナリシスに対する優劣強弱の批評は大会發起人の位置として少生の茲に述
 ること能はざる者なり然れども其今日に於ける表面上の觀察に依ればアウス
 デーヌングスレーレは三以上ジメンションの空間にも適すれども四元法は徹
 頭徹尾三ジメンション空間の数学にして従て数学物理に最も適當する者なり
 一箇空間位置の函数は則ちヴェクトル函数にして彼のダイナミツスに現はる
 時間及び空間の函数は則ちクワートルニオン函数なりアウスデーヌングス
 レーレに於ては今日に至る迄四元法に於ける程の進歩なく其思想はマルチ
 ブアルジブラとなりアルタネートナンバーズとなり將又ツアーレンケアパー
 となり其傾向は純正数学にして[.....]ギブス、ヘヴヒサイドのシステムに至て
 はマクスウエルの電氣学に胚胎し前二者の混合なれども前二者の思想を離れ
 ハミルトンの卅年間を費して得たる結果を見捨てグラスマンのジニアスを示
 したる發明を見捨て物理に應用するを程度として編出したる者なれば何れも
 一箇のノテーションのシステムにして系統論理的の数学にあらず

四元法を数学物理に應用したるはテイト及びマクスウエルにして就中マクス
 ウエルの電氣学書は今日尚学者の学ぶ所[.....]然れどもマクスウエルの採
 用したる者は正統四元法と云ふよりも寧ろ其ノテーションにして従てヴェク
 トル数学を布及するには大に與て力ありと雖も往々物理学者を導きて單にヴェ
 クトル数学に帰着し四元法の思想を離れしむるに至ては今日は兎に角将来

⁴以下に引用する木村の文章(「四元法講義」を含めて)では、漢字の使い方などに一部慣用の表記法と違うところがあり、その中のいくつかは印刷の際の誤植かと考えるが、ここでは印刷されたままにした。ただし、漢字の字体については旧字体によらず、現行のものにしたところがある。また、外国語のカタカナによる表記で、例えばヘヴヒサイド (Heaviside) の「ヒ」やフハンクシヨン (function) の「ハ」などは小さい文字を用いているが、ここでは普通の大きさの文字を用いて記したところがある。

の発達上多少の害を加へたるものと云はざるべからず兎に角数学物理学者はベクトル数学を採用するに至り一方に於てはタイト、マコーレーの先輩四元法専門を以て之を一斑物理学就中其主要部分たるエラスティシター、ハイドロダイナミックスに応用せり然れども五十年間碌々学ばれざりし者如何に其固有の力は強大なるにせよ研究家は続々新ノテーションを発明して旧来の者に加へざるを得ざるは勢真に然るべき理にして此幼稚なる数学すら既に業に数学物理の大研究を為すに足ること我々学者が大に注意すべきものと信ずるなり

カーテシアン、コオルデネート、システムはデカルトのヴォルテクスと均しく到底過去の物に属す空間の一位置を現はすに縁もなき三量を作りプロセスには此等を独立せしめ結果に至て之を総合するが如きアウキジリアリズムは到底最後の勝者たるべからず [.....] カーテシアン、コオルデネート、システムは系統論理的の数学なれば [.....] 四元法と比較せんに前者の現はす方程式は単に代数的の意義を有するのみ後者に至ては然らず其プロセスに盲目のオペレーションなく其方程式は物理的意義に富み其取扱ひ得るものは最も一斑を極め其トランスフォルメーションの豊なる到底前者と比較すべきものに非ず四元法学者が學術の進歩の爲め打破せざるべからざると信ずるは実に此カーテシアン、システムにして一斑のスケラーカルキュラスに非ず数学者は歴史及今日の状況を見よ一時全盛を極むる数学思想も一段尚一層広大な思想の現るゝや先進の学者直ちに彼を捨てゝ此れを取り以て研究すべき境界を拡張するに非ずや [.....]

さらに、次のようにいう：

ベクトル数学に対する一非難は其学び難きと云ふ事なり然れ共小生の自ら経験する所に依れば決して然らず [.....]

第二の非難に曰く四元法には直ちに応用し得ることと応用し得ざることとありと然れ共如何なる数学にても之れが系統論理的なる以上には必ず所謂ピューアの部分とアツプライドの部分とあり此二者在つてこそ理論も進み応用も進むものなれ若しも今日応用し得るものゝみならんか之一箇のノテーションのシステムに過ぎざるのみ就中物理学書に於て此浅見に陥りしもの多きを見る第三の非難に曰く四元法によれば得られ依らざれば得られざることあらば四元法を採らんと之亦一箇の言拔たるを免れず [.....]

第四の非難は [.....] ベクトルはベクトリアリーに取扱ふべしと此れ詭弁後進を誤る者也其理如何算術にせよ代数にせよ函数論にせよ苟も量を取扱ふものは二量以上の加又は差のみを学ぶべからず二量の乗積又は除商則ちフラクションを基とするは人の皆知る所なりベクトルにても亦然り其加又は差のみあらば今人の既に忘却したるエクヒポルレンチエの論⁵ と同一にして終らんのみ然れ共ベクトルの乗積除商こそ定義に依りて一箇のクワートルニ

⁵イタリアの数学者 Giusto Bellavatis (1803 - 1880) の Calcolo delle equipollenze (1835) を指す。

オンなればベクトル数学もクワートルニオンに基かざるべからずハミルトン、グラスマンの苦心して之を得茲に始めて其事業の成就せしを感謝せしめたるは正しく此点に外ならず [.....]

ついで、かねてから四元法、Ausdehnungslehre や他のベクトル数学の研究を盛んにし発達させるための学会を設立したいという気持ちをもっていたことを述べている。

木村は帰国後第二高等学校教授に任ぜられるが、有志のために四元法を講義し、この講義はまとめて二巻本として出版される予定であったが、実際には第一巻「緒論」が出版されただけであった。これが

木村駿吉述、波木井九十郎編輯「四元法講義 第一巻 緒論」明治30年(1897)

である⁶。木村は、まえがきにおいて、次のように述べる。

茲に出版する四元法講義録は第二高等学校逢原会に於て有志者の為に講義したる稿本を修正したるものにして先づ緒論のみを公にするは聴衆諸氏の便を計りしが為なり然れ共四元法の妙味は本論及び其応用に到らされは解すること能はざるなり

[.....]

ベクトルの観念は普通の読者に取て多少新奇なるものたるべければ第一回読に於て粗雑に之を読了し且雑ゆるに旧知のコオルデネート式観念を以てするも可なり第二回読に於ては旧観念を全く去り時間を厭はす一歩々々厳密に穿鑿して読了すべく第三回読に於て良く文字間の白紙を読み自得する所ありて新問題を自ら研究するの余地を作るべし第二冊四元法本論は二ヶ月の後に公にすべき予定なり

この本は12ページにわたる「序」において四元法の歴史を概観し、四元法とはどのようなものかが簡単に述べられる。ここで[7]におけると同様の考えが述べられるが、「四元法講義」のほうが、より体系的であるとともに表現も穏やかである。これは「檄文」の付属文書と講義との相違によると考えられる。木村は「序」の冒頭で次のようにいう：

数学は一箇の観念を系統を立て矛盾なく発達進陟せしめたるものなり故に其源は哲学的考按に起りて天才の直覺に現はる而して数学の進歩とは観念の益高くなり従て範圍の益広くなりて其以前の数学の及ぶ可からざる所に達し或は又其以前の数学が表面上に説明し去りし事に明瞭直接なる内部の意義を付與するものなり古往今来第一流の数学者たるものは此の如き進歩を数学に付與する者にして一種或は数種の数学を布延する者は第二流の数学者と謂ふべく教科書を学生に説明するものゝ如きは学生よりも少しく早く世に生れ少しく早く学び得たるものと云ふに過ぎざるなり

⁶波木井九十郎(慶応3年(1867) - 大正8年(1919))は明治18年(1885)に東京物理学校を卒業し、当時は第二高等学校の数学の教授であった。後に仙台に開設された第三臨時教員養成所で中心となって数学教員の養成に当たり、大正3年に広島高等師範学校教授となる。現在の日本数学教育学会の前身である日本中等教育数学会の設立の主唱者(5名)の中の一人であったが、会の創立(1919)を待たずに急逝した。

Newton, Leibnitz の数学は何れも哲理より生じ Hamilton の四元法, Grassmann のアウスデーヌングスレーレ亦深く其源を哲学思想に起す而して其大成するや一朝一夕の事に非ず胚胎, 生育何れも学者の刻苦経営の痕を刻し後学の者之を觀之を察して巍々なる大厦を仰望するが如く崇敬欽慕の思に充つる蓋し至情ならんか余かハミルトンの数学を独習するに当て常に宗教的敬虔の感ありしは故なきに非すと信す故に今余か之を諸君の前に講ずる機会を得たるは余の愉快に堪へざるものなり

四元法の發明は元三デメンション即ちユークリディアン空間にコンプレックス量 (Complex quantity) を平面に用ゆると同様の法を拡張せんとする志望に胚胎しハミルトンの時及び空間 (Time and Space) に於ける哲学的觀念によりて其緒を得遂に彼の四元橋上に於ける先生の直覺に由て大成を予期せられしものなり

[.....]

四元法の取扱ふ数量, 四元数 (Quaternion) なるものは如何なるものなりや幾何学的定義として四元数とは一箇方向ある線を廻転し且其長さを変じて他の方向ある線となす所のオペレーター (Operator) なり其代数的見解によれば四元数とは二箇の方向ある線の商又は其積にしてアナリチカル (Analytical) の形として四元数は一箇の方向なき量と方向ある量との和を云ふなり故に四元数には此等三種の見解あるか為め其式は物理学及び幾何学的意義に富み各式の変形 (Transformation) は普通用ゆる所の代数幾何学式の企て及ぶ所にあらず

次に, Grassmann の Ausdehnungslehre の發明の経緯を述べて,

アウスデーヌングスレーレと四元法は實質に於ては同一なり然して其差異の要点は代数学上の見解に於て前者は遙に後者よりも一般なり幾何学上の見解に於ては前者は任意デメンションの空間ベクトルを取扱ひ後者は三デメンション空間のベクトルを取扱ふものなり夫れ此の如しと雖も茲に極て緊要なる差異ありとす蓋し三デメンションの空間に於て二箇の独立せるベクトルの乗積又は除商は是等二箇のベクトルを含む所の平面に直角なるベクトルにして一定せるものなれ共 n デメンションの空間に於て此の如き乗積又は除商は $n-2$ 丈け在りて其中の何れなりや一定すること能はざるものなり

故にアウスデーヌングスレーレに於ては四元法の如き簡單なる乗除法なくして之を三デメンションの空間に応用すれば [.....] 其結果尽く四元法の結果と合同す

という。ついで, Hamilton と, 四元法についてごく簡単に述べて,

アウスデーヌングスレーレ及び四元法を学ぶ事に就て余が敢て注意せんとするは純正数学に志すものは前者を学ぶべく応用数学に志すものは後者を学ぶべしと云ふ事なりとす [.....]

四元法を学ぶ者は余の信ずる所によれば左の順序に依るべきものとす

1. Hamilton, Elements of Quaternions.

或は又

Molenbroek, Quaternionen 1894, 1895.

2. Tait, Elementary Treatise on Quaternions, 3rd. Ed. 1890.

3. McAulay, Utility of Quaternions in Physics, 1893.

四元法に基きて少しく其記法を変したるものゝ内特に記載すべきは

Gibbs, Elements of Vector Analysis, not published, 1881 - 4.

著者はマクスウエルの電気学書を研究したるの結果四元法によらずベクトルのみを用ひて物理学生の為にせんとて之を著したれ共其希望たる余を以て之を察すれば少しく穩当を欠けり故に著者は四元法の結果たる所のものを基本の定義として之を

$$\alpha \cdot \beta = T\alpha T\beta \cos(\alpha, \beta)$$

$$\alpha \times \beta = T\alpha T\beta \sin(\alpha, \beta) \cdot \gamma$$

と書して⁷ 曰く茲にベクトルに二種の乗法あり其一を $\alpha \cdot \beta$ と書し其他を $\alpha \times \beta$ となし上の式を以て此等の定義となすと；然れ共此等は実に四元法に謂ゆる $-S\alpha\beta$ と $V\alpha\beta$ に外ならず⁸ 此小冊子の特色はダイアデック (Dyadic) と名付けらるゝリニアール ベクトル フハンクシオンに於ける研究に在りて存す四元法を学ぶ者の一読すべき物なり

Heaviside の四元法も亦 Gibbs と同一にして載せて電気学に於ける全集にあり則ち四元法の $S\alpha\beta$ を $-\alpha\beta$ と書し $V\alpha\beta$ を $V\alpha\beta$ と書せり而して何故 $S\alpha\beta$ の S を省略せしかと云ふの理由は S を度々書するの手数を省く為にして何故に其記号を変するか理由の一は始より負数号を書すの煩を避る為なれ共之れ即ち朝四暮三の適例なり [.....] ヘビサイドの記法は正当の修正に非ずして寧ろ一時の易きを撰んで遠き慮なきものと見るの外なし [.....]

此外 Cayley の Theory of Matrices と名付て有名なるものあり之れはハミルトンのリニアールベクトルフハンクシオンに外ならずして [.....]

と述べている。当時は、四元法主義者と四元法を排除してのベクトル主義者の間に、四元法を排除するしないはもとより、定義の仕方や記法 (notation) についても、いろいろと議論や論争があったのである ([2] 参照)。

本文は全 117 ページで、次のように全 10 講から成っている。

- 第一講 ベクトル
- 第二講 ベクトル方程式
- 第三講 二次曲線
- 第四講 雑曲線
- 第五講 二次表面

⁷ $T\alpha$ はベクトル α の大きさを表す。

⁸四元数 q に対して、 Sq は q の scalar part, Vq は q の vector part を表す。

第六講 絲面，雜表面，及び有限空間

第七講 ヲエクトルの微分

第八講 曲線及び表面

第九講 曲線及び表面の続き

第十講 曲線及表面の続き

第一講はスケーラーとベクトルの定義から始まる：

定義 大さ (magnitude) のみありて方向 (direction) なき数量 (quantity) を名付てスケーラー (scalar) と云ふ

スケーラーは正号又は負号にして普通数学に用ゆる数量は皆スケーラーなり

定義 大さと兼て方向ある数量をベクトル (vector) と云ふ

物理学及び幾何学に於てベクトルの例少からず

例へば力の如き速度の如き曲率の如き接線の如き皆ベクトルにして之に反し線の長さ，容積，エネルギー，ポテンシャルの如きは皆スケーラーなり

定義に従ひベクトルは一定の長さを有し一定の方向に引かれ其向き (currency) を示すに線をはいてしたる直線を以て之を表すことを得而して此の如きものは一点を其始点 (origin) より終点 (term)迄持行たる痕跡と見做すべくしてベクトルなる名称は実に持行く者と云ふ意義の語より来たり

一箇のベクトルを一定するものは其大さと其方向にして二箇のベクトルか同じ方向にありて又同じ大さなれば空間内其位置 (orientation) の如何に拘わらず之を等しきベクトルなりと云ふべし [.....]

ここに引用したのは第一講の冒頭の約1ページであるが，これからも知られるように，記述は明快である．この第一巻ではベクトルのみを扱い，四元数はでてこない．従つて，ベクトルの内積，外積も扱われない．実変数（1変数および2変数）のベクトル値函数の微分は扱われ，曲線や曲面の微分幾何学あるいは運動学的取扱も含まれている．最後の第十講では曲線の evolute, involute などが扱われている．この第一巻は，ベクトルを用いた幾何学（微分幾何学的な取扱を含めて）の本である．内容は割によくまとまっているが，当時としては大変程度が高く難しい本であつたと思われる．そのため，2ヶ月後の刊行予定とされていた第二巻が出版されなかつたとも考えられる．第二巻が出版されなかつたため，結果として木村の「四元法講義」の第一巻は，「四元法」ではなく「ベクトル」の幾何学や力学における有用性を示し，四元法からベクトルへの移行という形の数学の歩みを見せている．これは木村の意図に反することであつたであらう．木村自身はその後間もなく海軍教授となり，無線電信の研究と実用化に力を尽くし，それは日露戦争において大役役に立つたが，四元法や数理物理学の研究からは離れてしまうのである．

3. 20世紀前半（第二次大戦まで）

3.1 1901 - 1930 年

数学の専門教育と研究の面では，19世紀の終わり頃から，日本では「英国流」の数学から脱却し，もっぱら「ドイツ流」の数学が学ばれるようになる．しかし，中等教育，特

に中学校の数学は、基本的に英国流であったし、高等学校では Todhunter や Williamson などの英国書が教科書として用いられていた。また、中学校や高等学校など、「普通教育」では「純粋数学」が重視され、ベクトルは力学や電磁気学のための数学と考えられ、「専門教育」を目的としない、「普通教育」の数学ではほとんど扱われなかった。

ここで一言補足するならば、大正7年(1918)12月の「高等学校令」の細則である大正8年(1919)3月の「高等学校規程」によれば、高等学校高等科の理科の数学では「初等力学」が一つの項目としてあげられていたが、実際にはこれを担当したのは多くの場合物理の教官であり、制度上はともかく、実質的には物理の一部であった⁹。

Hermann Weyl の“Raum, Zeit, Materie”(初版1918)には、最初の部分でベクトルと点とを基礎においてのユークリッド幾何学の組み立てが述べられており、ベクトル空間の公理系が明確に述べられているが¹⁰、この本は「相対性理論」の本であると考えられ、出版当時はあまりわが国の数学界の関心をひかなかったように思われる。この Weyl の考えの影響を受けて著された解析幾何学の書物が Schreier-Sperner の[28]であるが、これが出版されて以来、すなわち、1930年代から、ベクトルを用いての解析幾何学という考え方が次第に広まっていったように見受けられる。

他方、大学の数学科の課程では、次第にベクトルは基本的な概念の一つとして扱われるようになり、常識になってくる。たとえば藤原松三郎「代数学 第一巻」(1928)では、「複素数ノ幾何学的表示」で、ヴェクトル(平面上の)を既知のもののように扱って説明している。高木貞治「代数学講義」(1930)でも、複素数に関連して「ヴェクトル」が扱われるが、「複素数ノ加法ハ力学デイフ「ヴェクトル」ノ加法ト同様ニナル」と、「力学デイフ「ヴェクトル」」という表現が用いられている。

3.2 1930 - 1945 年

昭和期になると、高等学校では、時にベクトルが教えられるようになってくる。たとえば、複素数の図表示に関連してベクトルを扱ったり、解析幾何でベクトルも併用するなどである。しかし、この時期の解析幾何の教科書は、ベクトルを用いず、座標だけを用いて書かれている¹¹。行列式を扱う場合も、教科書で表面に出てくるのは「成分」であって、行ベクトルや列ベクトルという概念は表面にはでてきていない。

昭和17年3月、高等学校の教育課程が大幅に改められた。すなわち、「高等学校高等科臨時教授要綱」が定められ、同年4月から施行された。これは戦争のため修業年限を半年短縮するとともに学科目や教授内容も大幅に改めることをねらいとしたものであった。

⁹これは少し後のことになるが、1930年代から40年代へかけての初等力学の代表的な教科書[30]では、ベクトルは最初に導入されているが、内積・外積は用いていない。なお、[30]では、vectorを表記するのに、「ヴェ」や「ベ」でなく、エに濁点をつけた文字を用いて、「エクトル」と記している。

¹⁰Weylは註で、次元が3という条件を取り去ってのアフィン幾何学の体系的取扱については、Grassmannの“Lineale Ausdehnungslehre”(1844)は画期的な(bahnbrechend)業績であったと記している。なお、GrassmannのAusdehnungslehreの紹介と、そのアイデアを受けてのベクトル空間の公理系に対する先駆的な業績にGiuseppe Peano(1858 - 1932)の“Calcolo Geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann”(1888)(英訳[23])があるが、これはイタリア語で書かれたこともあって長い間学界の注目をひかなかった。WeylもPeanoを引用していない。しかし、木村駿吉は自分の論文をPeanoに送っているので([11], p. 400)、当時の四元法や関連分野の専門家はPeanoに注目していたと考える。

¹¹ベクトルの概念を基礎において著された解析幾何学の本格的な邦書は、[20]が最初ではないかと考える。しかし、これは高等学校用の教科書として書かれたものではない。

数学については、教授内容も大幅に改められたが、「教授上ノ注意」の一つに

ベクトル、群、行列等ニ就キテハ適宜ノ箇所ニ於テソノ概念ヲ簡單ニ与フル
モ可ナリ

と記されている。ベクトルについて数学科の教育課程において言及されたのは、中学校、高等学校を通して、これが最初である。

ついでその翌年の昭和18年3月に、高等学校令が全面改正され、新たに高等学校規程、高等学校高等科教授要綱が定められた。この教授要綱の理科甲類の第一学年の数学の内容の中の、「複素数」の項には

複素数ノ幾何学的表示ト方向量トノ関係ヲモ述ベ二項方程式ノ解法ニ及ブラ
可トス

と述べられている。「方向量」とはベクトルのことである。

このようにして、高等学校では、制度的にも、数学においてベクトルが導入されたのであるが、旧制高等学校の場合、各教授者は制度に縛られることなく授業を行っていたのが実状であり、加えて、戦時中のため、十分な授業時間数を確保することは不可能であった。従って、実際の状況は、各高等学校によっても、各教授者によってもさまざまであったと考える。

昭和17年3月には、中学校と高等女学校の数学と理科の教授要目も全面的に改訂された。数学については、20世紀初頭以来の数学教育改造運動の考え方もかなり取り入れられ、応用面が重視され、中学校では解析幾何や微積分の初歩が内容に加えられた。負の数の導入に当たっては数直線が利用され、そこには直線上のベクトルに結びつく考え方が見えており、また、力の合成や釣り合い、初等微積分の応用としての力と運動（放物体の運動、等速円運動等）などが扱われているが、ベクトルはまとまった形では取り扱われていない（ベクトルあるいは方向量という用語は要目にも教科書にもない）。

4. 20世紀後半（第二次大戦後）

4.1 1945 - 1960年

第二次大戦後、わが国の教育制度は全面的に改められた。新制度の高等学校は昭和23年（1948）に発足し、各教科とも大幅な選択制が採用された。数学は当初は「解析Ⅰ」、「解析Ⅱ」、「幾何」の三つの科目から構成された。当初考えられていた案では、「幾何」では総合的なユークリッド幾何に加えて解析幾何の初歩を一通り学ばせることを目標としていた。この案に沿って作成された幾何の教科書は「幾何編(1)」、「幾何編(2)」の二冊からなり、昭和23年に発行された「幾何編(2)」では解析幾何が扱われた。「幾何編(2)」はB5判、本文140ページで、目次は次の通りである。

- 第一章 座標
- 第二章 平面上の直線
- 第三章 空間内の直線と平面
- 第四章 座標変換・ベクトル

第五章 円・球
第六章 二次曲線
第七章 二次曲面

この教科書では第一章から有向線分が扱われている。第四章では並進（平行移動）からベクトルの概念を導入し、内積、外積まで扱っているが、ベクトルはその後の章の本文では利用されていない。なお、ベクトルは太文字で表され、内積は $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ で、外積は $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ で表されている。

しかしながら、当初意図されていた教育課程は生徒にとって困難で負担過重なので、新制高等学校発足当初から教科内容が削減されて実施されたのである。「幾何」については、「幾何編(2)」の内容は削除された。従って、ベクトルを中等教育に導入しようという意図は、この時点では果たされなかった。(ベクトルを用いない解析幾何の初歩は、「解析Ⅰ」の内容にも含まれていた)。

新制度の大学では、理科系の学部・学科においては、第一学年の学生に対して、「微分積分」と「解析幾何」(あるいは「代数と幾何」)を履修させるのがふつうであった。この中、「解析幾何」あるいは「代数と幾何」では、ベクトルが導入され、また、行列が用いられることも次第に多くなっていった。また、この頃から、幾何ベクトルだけではなく、行列との関連などで数ベクトルも扱われるようになってきたのである。

4.2 1960 年以降

昭和 35 年 (1960) 10 月改訂、昭和 38 年度の第 1 学年から適用の高等学校の教育課程では、「数学ⅡB」および「応用数学」の内容にベクトルが取り入れられた。学習指導要領の「数学ⅡB」の項には次のように記されている。

2. 内容

(3) 三角関数とベクトル

正弦定理、余弦定理および加法定理を理解させ、これらに応用する能力を養う。また、ベクトルの概念を理解させる。

ア 三角形への応用

正弦定理・余弦定理、三角形の面積

イ 加法定理

複素数の極形式 ($z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$) を含む。

ウ ベクトル

(ア) ベクトルの意味

(イ) 加法、減法、実数との乗法、内積

用語と記号

正弦定理、余弦定理、複素平面、絶対値 (複素数に関するもの)、偏角、ベクトル、成分、内積

3. 指導計画作成および指導上の留意事項

(1) 2, (3) のウのベクトルについては、基本的で平易なものにとどめる。また、ベクトルを表す記号として、 $\overrightarrow{AB}$, $\vec{a}$ あるいは $\mathbf{a}$ を用いるものとする。なお、三次元のベクトルにふれてもよい。

「高等学校学習指導要領解説」([17])には、

ベクトルは従前の数学では取り扱っていない事項であるが、速度、力など物理の基本的な量として従来からたいせつなものである。ベクトルはいくつかの数の組を一つのものとして総合する概念としてその意義が拡張されて、数学の基礎概念の一つとなっていることや三角関数との関連が深いことなどから、新しく取り上げられたものである。

と述べられており¹²、ベクトルの演算は、有向線分で定義しても、成分を用いて定義してもよいことも記されている。「応用数学」(職業教育を主とする学科向けの科目で、学習指導要領に示された内容の中から、必要に応じて適切なものを選んで履修させる)では、「図形と方程式」の項目の中で、ベクトルの加法、減法、実数との乗法、内積、外積が示されている。内積、外積の記号については、学習指導要領には示されていないが、「解説」には、内積を (a, b) あるいは $a \cdot b$ など、外積を $[a, b]$ あるいは $a \times b$ などと表すことが述べられている。

このようにして、中等教育の数学にベクトルが取り入れられたのである。

その次の、昭和45年(1970)10月改訂、昭和48年度の第1学年から適用の教育課程では、「数学I」で平面上のベクトルが導入され、「数学II B」では空間におけるベクトルとベクトルの内積が扱われ、ベクトルが、平面においても空間においても、ともに同じ考えに基いていることを理解させることとされた¹³。また、「数学II B」では行列が取り入れられた(乗法については 2×2 行列まで)。ここで、ベクトルとともに行列が高校数学の内容となったのである。

大学のほうも、1960年頃から、「解析幾何」あるいは「代数と幾何」の内容が改められ、これらの科目は「線形代数」に変容する。そこではベクトルが主役であるが、ベクトルは幾何から離れてもっぱら代数的に扱われる。授業時間数のこともあって、「線形代数」では幾何的な内容や物理への応用についてはほとんどふれられない。時には線形代数はベクトル空間の公理から出発して講義される。このような変容は、高校の数学の教育課程の改訂によるところもあるが、現代数学の方法を学ばせようという意図によるところが大きい。理工系で微積分に続く科目で扱われる「ベクトル解析」も、従来の ∇ , grad, div, rot といった記法を用いての伝統的応用数学の一分野から、しばしば微分形式の理論へ変容していったのである。

このようにして、1960年代からベクトルは高校数学に取り入れられ、その意味ではベクトルは普及してきた。しかし、そこには問題もある。その一つは数学教育におけるベクトルの代数化・形式化である。すなわち、現在の高校の数学ではベクトルの幾何への応用は次第に軽くなり、物理への応用についてはほとんどふれられない。大学の線形代

¹²その前の、昭和31年の高等学校の学習指導要領の改訂において、「複素平面」は「応用数学」の内容の一つとして取り入れられたが、ベクトルについては示されなかった。

¹³このときの学習指導要領にはベクトルを表す記号や内積の記号については何も記されていないが、「学習指導要領解説」([19])に記されていることから、その取り扱いに従前のもの(昭和35年)と同様であることがわかる。その後の教育課程でも学習指導要領にはベクトルを表す記号については何も示されていないが、昭和50年代以降の「学習指導要領解説」ではベクトルを表すのに太文字を用いないで $\vec{a}$ のように表し、内積を $\vec{a} \cdot \vec{b}$ と表している。

数では、ベクトルは「数の組」ないしはもっと一般的・抽象的な「ある公理系をみたすもの」である。数学教育という面から見ると、これは少し形式化・一般化・抽象化を急ぎすぎているのではないかと思われる。

5. 付記 ([12] の補足と訂正)

さきに [12], p. 245 において, Albert Ensign Church の “Elements of the Differential and Integral Calculus” について, *A Century of Mathematics in America, Part III* に所収の George M. Rosenstein, Jr. の論文によれば初版は 1842 年で, 1872 年まで版を重ねたものとあるが, 他方, Church の本の邦訳 (明治 16 年, 1883) の底本の発行年は 1874 年と記されているので, 刊行年についての疑問を呈しておいたが, その後次のようなことが明らかになったのでここで補足しておく。

先年出版された [33] には Westpoint の United States Military Academy の図書館所蔵の数学の古い文献の目録が掲載されている。それによれば, Church の Calculus の本は 1842 年版から 1876 年版まで, 1842, 1850, 1851, 1858, 1861, 1870, 1874, 1876 年版が所蔵されている。したがって, Rosenstein の「1872 年まで」という部分は, 印刷の際の誤植, もしくは調査が不十分であったための誤りである。なお, 総ページ数は 1870, 1874, 1876 年版とも同じである。

Church (1798 – 1878) は 1828 年 Westpoint を卒業し, 1837 年から 1878 年まで Westpoint の数学の主任教授であった。そして Church の “Calculus” は 1843 年から 1895 年まで Westpoint で教科書として使われ, その後も 1899 年まで instructor の参考書として使われたということである。

参考文献

- [1] 菊池大麓訳「数理積義」, 博聞社, 1886. (Clifford, William Kingdon, *Common Sense of the Exact Sciences*, 1885 の邦訳)
- [2] Crowe, Michael J., *A History of Vector Analysis*, Dover Publ., New York, 1985.
- [3] Gibbs, Josiah Willard, “Elements of Vector Analysis”, Privately printed, New Haven, 1881, 1884; in *The Scientific Papers of J. Willard Gibbs*, vol II, New York, 1961, pp. 17 – 90.
- [4] Heaviside, Oliver, *Electric Papers*, 2 vols., London, 1892; 2nd ed., Chelsea, New York, 1970.
- [5] Heaviside, Oliver, *Electromagnetic Theory*, 3 vols., London, 1893 – 1912; 3rd ed., Chelsea, New York, 1971.
- [6] Kelland, Philip and Tait, Peter Guthrie, *Introduction to Quaternions*, Cambridge, 1873; 2nd ed., 1882; 3rd ed., 1904.
- [7] 木村駿吉, 「廻文に添へて東洋学芸雑誌記者足下に一書を寄す」, 東洋学芸雑誌, 170 号, 1895, pp. 555 – 561.
- [8] 木村駿吉述, 波木井九十郎編輯「四元法講義 第一巻 緒論」内田老鶴圃, 1897.

- [9] Klein, Felix, *Funktionentheorie in geometrischer Behandlungsweise*, Vorlesung, gehalten in Leipzig 1880/81, mit zwei Originalarbeiten von F.Klein aus dem Jahre 1882, Teubner-Archiv zur Mathematik, Band 7, Leipzig, 1987.
- [10] 小松醇郎,「木村駿吉の業績」, 数学セミナー, 1986年2月号, pp. 40 - 43.
- [11] 小松醇郎,「幕末・明治初期数学者群像」, 下巻, 吉岡書店, 1991.
- [12] 公田 藏,「四元法 (Quaternion) と明治前期の日本—日本の「高等数学」教育史の一断面—」, 数理研講究録 1257「数学史の研究」, 2002, pp. 244 - 259.
- [13] Maxwell, James Clerk, *Treatise on Electricity and Magnetism*, 2 vols., 1873; 2nd ed., 1881; 3rd ed., 1891. Reprint of 3rd ed.: Dover Publ., New York, 1954.
- [14] 文部省,「高等学校高等科臨時教授要綱及解説」, 文部時報, 786ノ2号, 1943.
- [15] 文部省,「高等学校高等科教授及修練要綱」, 文部時報, 791号, 1943.
- [16] 「高等学校学習指導要領」, 文部省, 1960.
- [17] 文部省,「高等学校学習指導要領解説 数学編」, 1961.
- [18] 「高等学校学習指導要領」, 文部省, 1970.
- [19] 文部省,「高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編」, 1972.
- [20] 中村幸四郎,「解析幾何学」, 岩波全書, 1941.
- [21] 「日本の数学 100 年史」, 上, 岩波書店, 1983.
- [22] 小倉金之助著作集第2巻「近代日本の数学」, 勁草書房, 1973.
- [23] Peano, Giuseppe, *Geometric Calculus*, Translated by Lloyd C. Kannenberg, Birkhäuser, Boston, 2000.
- [24] Perry, John, *Practical Mathematics*, London, 1899.
- [25] Perry, John, ed., *Discussion on the Teaching of Mathematics*, London, 1902.
- [26] Perry, John, *Elementary Practical Mathematics*, London, 1913. (邦訳: 小倉金之助序, 新宮恒次郎訳「ジョン・ペリー 初等実用数学」, 山海堂, 1930)
- [27] 「数学 幾何編(2)」, 中等学校教科書株式会社, 1948.
- [28] Schreier, Otto and Sperner, Emanuel, *Einführung in die analytisch Geometrie und Algebra*, I, II, Teubner, Leipzig, 1931, 1935.
- [29] Tait, Peter Guthrie, *An Elementary Treatise of Quaternions*, Cambridge, 1867; 2nd ed., 1873; 3rd ed., 1890.
- [30] 寺沢寛一,「初等力学」, 裳華房, 1932, 改訂版 1935.
- [31] 「東京大学年報」, 全6巻, 東京大学出版会, 1993 - 1994.
- [32] Weyl, Hermann, *Raum, Zeit, Materie*, Springer, Berlin, 1918; 5. Aufl., 1923.
- [33] Albree Joe, Arney David C. and Rickey V. Frederick, *A Station Favorable to the Pursuit of Science: Primary Materials in the History of Mathematics at the United States Military Academy*, Amer. Math. Soc., 2000.