

# 学 位 審 査 報 告 書

|                                                                                             |                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| ( ふ り が な )<br>氏 名                                                                          | ひらたともよし<br>平田朋義                  |
| 学位 (専攻分野)                                                                                   | 博 士 ( 理 学 )                      |
| 学 位 記 番 号                                                                                   | 理 博 第 号                          |
| 学位授与の日付                                                                                     | 平成 年 月 日                         |
| 学位授与の要件                                                                                     | 学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当          |
| 研 究 科 ・ 専 攻                                                                                 | 理学研究科 物理学 専攻                     |
| (学位論文題目)<br><br>Strong Subadditivity, Wilson loops and AdS/CFT<br>(強劣加法性、ウィルソンループ、AdS/CFT ) |                                  |
| 論 文 調 査 委 員                                                                                 | (主査) 川合光 教授<br>国広悌二 教授<br>畑浩之 教授 |

理 学 研 究 科

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                |    |      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|----|------|
| 京都大学                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 博士（ 理学 ）                                       | 氏名 | 平田朋義 |
| 論文題目                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Strong Subadditivity, Wilson loops and AdS/CFT |    |      |
| <p>（論文内容の要旨）</p> <p>本申請論文は弦理論とゲージ理論の間の双対性の一例であるAdS/CFT対応の検証を行ったものである。AdS/CFT対応の文脈に置いて様々なCFT中の物理量がAdS空間で計算できるということが知られており、量子情報理論でよく扱われるエンタングルメントエントロピーもまたそのような物理量の一つであるということが提唱されている。</p> <p>エンタングルメントエントロピーは二つの系の量子状態のもつれを表す量であり、物性理論においては量子多体系への応用が研究されている。また重力理論ではブラックホールエントロピーとの対応が古くから指摘されている。</p> <p>これをAdS/CFT対応との関連で研究したのが高柳らである。彼らは共形場理論におけるある領域Aのエンタングルメントエントロピーが一次元高い反ドシッター空間中の領域Aと境界を等しくする面積を持つ面の面積に比例することを指摘し、その応用について論じた。</p> <p>また、Wilson loopという物理量もエンタングルメントエントロピー同様に、AdS空間の極小面積を持つ面の面積で表されることがAdS/CFTの文脈により知られている。</p> <p>本論文ではエンタングルメントエントロピーにおいて成立する最も基本的な不等式であるストロングサブアディティビティという不等式に着目し、この不等式がホログラフィックに計算したエンタングルメントエントロピーおよびWilson loopに対し成立することを示し、AdS/CFTが予言するWilson loopと極小面積面との関係および、エンタングルメントエントロピーと極小面積面との関係が成り立つことの証拠を得た。</p> <p>論文の前半では具体的な領域（角を持った領域および同心円状の領域）を想定することにより、ストロングサブアディティビティをエンタングルメントエントロピーの幾何的パラメーターに対する凸性として書き換え、AdSサイドで極小面の面積を数値的に計算し、確かにホログラフィックで計算したエンタングルメントエントロピーが、ストロングサブアディティビティを満たすことを確認した。</p> <p>論文の後半ではWilson loopがストロングサブアディティビティを満たすことを確認した。まず、著者はバッカスの不等式というWilson loopになりたつ恒等的な不等式とストロングサブアディティビティの類似点に着目しWilson loopの対称性が高い場合、バッカスの不等式がストロングサブアディティビティを導くことを証明した。また、著者はバッカスの不等式の拡張であるポビリスタの不等式を用いて、別のケースでこの不等式がストロングサブアディティビティを導くことを確認した。Wilson loopと極小面積面との関係が強結合領域で保証されているのに対し、以上の結果は任意の結合定数で成り立つことを示した。さらに著者は摂動論を用いて任意のWilson loopに対してストロングサブアディティビティが弱結合極限で任意ウィルソンプールの微小変形に対し成り立つことを証明した。さらに副産物としてクォークポテンシャルの凸性、およびCusp anomalous dimension（角を持つWilson loopの発散係数）の凸性のホログラフィ的な理解を得ることに成功した。</p> |                                                |    |      |

(論文審査の結果の要旨)

AdS/CFT 対応とは D ブレーン上の Yang-Mills 理論と、D ブレーンが作り出す超重力理論が対応するという予想である。この予想は未だ完全な証明はなされていないが数々の部分的な対応が調べられており、一般に正しいものであると考えられている。

近年、この AdS/CFT 対応を用いて、量子情報理論で重要なエンタングルメントエントロピーを重力理論で解析しようとする試みがなされている。これは重力理論のヒルベルト空間が時空の境界にある場の理論のヒルベルト空間と等価であるという、ホログラフィーの近年の理解に基づくものである。

特に高柳らのホログラフィックエンタングルメントエントロピーの研究によると、エンタングルメントエントロピーが AdS 空間のミニマルサーフェスによって計算できるということが提唱されている。

この仮説は二次元共形場理論においては証明されていたが、高次元で成り立つかは分からなかった。

本論文で著者はこれを確かめるためにストロングサブアディテビティというエンタングルメントエントロピーに成り立つ重要な性質に着目している。この不等式はエンタングルメントエントロピーが幾何学的な変数に対して凸性を持つことを要求する不等式である。この不等式がホログラフィックに計算したエンタングルメントエントロピーに対して成立するかどうかは高柳らの仮説にたいする非自明なチェックとなっている。

本論文では同心円の領域、角を持った領域について具体的な数値計算を行い、たしかにエンタングルメントエントロピーが幾何学的な変数に対し凸性を持っていることを確認し、ストロングサブアディテビティの証拠を得ている。また領域がもつ情報量の限界として知られている Bousso bound とホログラフィックエンタングルメントエントロピーとの関係も示している。

さらに本論文で著者は、Wilson loop とミニマルサーフェスとの関係について着目し、Wilson loop に対してもストロングサブアディテビティと同等の不等式が成立するかどうか調べている。第一にミニマルサーフェスコンジェクチャーが成立すればストロングサブアディテビティが成立することを示し、次に Bachas の不等式を用い、特殊な形の Wilson loop に対しストロングサブアディテビティが任意の結合定数で成立することを示している。最後に、Wilson loop が低結合領域で微小な変形に対しストロングサブアディテビティが成立することを示している。またこれらの議論の副産物として、クォークポテンシャルの凸性、および角を持った領域の Cusp anomalous dimension の凸性に対するホログラフィックな解釈を与えている。

以上のように、本論文はホログラフィックエンタングルメントエントロピーの仮説を確かめたものであり、さらには Wilson loop とミニマルサーフェスの関係性を確かめたものであり、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成 22 年 1 月 14 日論文内容とそれに関連した口答試問を行った。その結果合格と認めた。