

参 考 文 献

- 1) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **58** (1977), 1142.
- 2) M. C. Yalabik and J. D. Gunton, Prog. Theor. Phys. **62** (1979), 1573.
- 3) M. P. Nightingale and H. W. J. Blöte, Physica **104A** (1980), 352.
- 4) R. Pandit, C. Forgacs and P. Rujan, preprint.
- 5) J. C. Angles d'Auriac, R. Maynard and R. Rammal, preprint.
- 6) J. Tobochnik, S. Sarker and R. Cordery, Phys. Rev. Lett. **46** (1981), 1417.
- 7) H. Takano and M. Suzuki, submitted to Prog. Theor. Phys.

8. Fluctuation-induced first-order transitions and symmetry-breaking fields

東北大・工 山 崎 義 武

前回の研究会で米谷さんから「物性の分野では一次相転移について、くりこみ群の方法でどのように研究しているのでしょうか?」という問が出され、丁度、前々から「不安定な固定点は物理的にどういう意味をもつのか?」について調べておりましたところ一次相転移に関係することが分ってきました。「素粒子と物性の分野の研究者間のより深き理解と発展」のために物性の一次相転移に関係することが分ってきました。「素粒子と物性の分野の研究者間のより深き理解と発展」のために物性の一次相転移に関するレビューと臨界点近傍の crossover の振舞について報告します。

第1章くりこみ群の scheme $\mathcal{H}_R = R\mathcal{H}_b$ ($\mathcal{H}_R$ と $\mathcal{H}_b$ は系の renormalized と bare Hamiltonian density; R はくりこみ演算子) の理解の仕方: 1.1. 不安定な固定点, 1.2. 一次相転移の条件, 1.3. 例。第2章臨界点近傍の crossover の振舞。以上の各内容を以下に要約する。

そもそも物質の一次相転移をひき起す系としては次の二つの場合が考えられる。第1の場合は Landau 理論で元々一次相転移に相当する Hamiltonian 系がそのまま一次相転移を持続する系, 第2の場合は Landau 理論で二次相転移が予想される Hamiltonian 系であるにも拘らず一次相転移が出現する系, である。今回は第2の場合を考える。

第1章1.1.の要約: Landau 理論で二次相転移を示すと予想される体系は沢山ある。強磁性的な系では, 例えば, (i) isotropic spin 系, (ii) anisotropic cubic spin 系, (iii) quenched-random spin 系, 等がある。二次相転移の出現は安定な固定点の存在と関係する。このことは

逆に、一次相転移の出現が固定点の不安定性に関係しうだと予想される。そこで、(i), (ii), (iii) の系の固定点の安定な領域を図 1, 2(a, b), 3(a, b)¹⁾ にそれぞれ示す。これらの系は

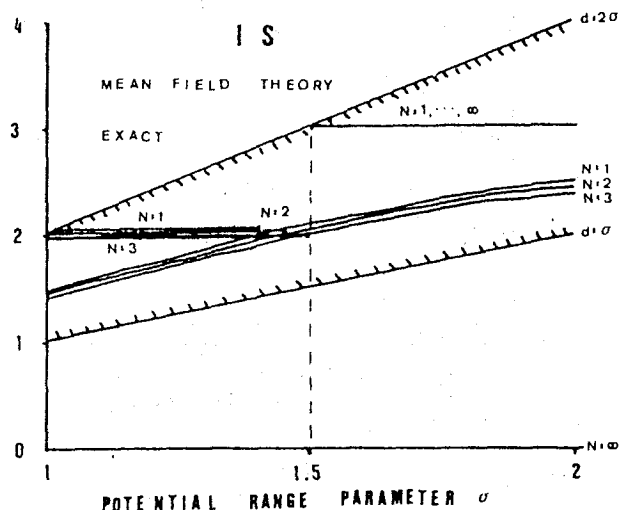


Fig. 1. Stable region of the isotropic N -component spin system.

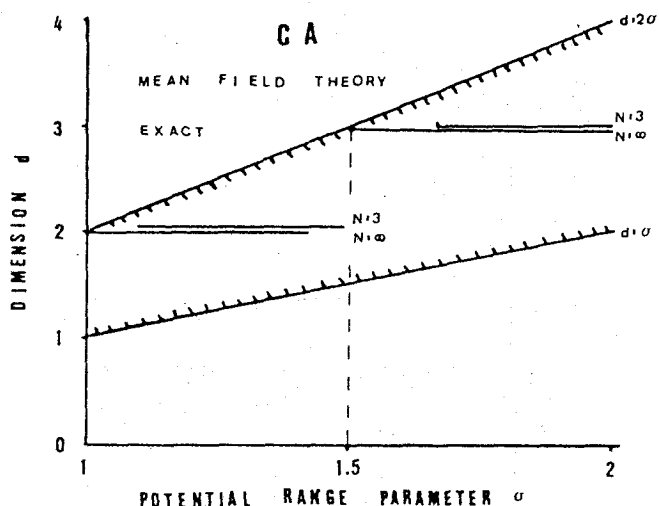


Fig. 2a. Stable region of the cubic fixed point in the anisotropic cubic system.

鈴木(増)先生の提唱による長距離相互作用 (propagator として $G(k) = (k^2 + m^2)^{-1}$) のある系として調べられた。これらの結果から固定点の不安定性は空間次元 d , spin の内部自由度 N , potential range σ , 相互作用の数や対称性等に依存することが分った。他方、反強磁性的な系としては, fcc 構造の type I (UO_2 ; $N=6$), type II (MnO , MnSe , NiO , ErSb ; $N=8$), type II (TbAs , TbP , TbSb ; $N=4$), type III (K_2IrCl_6 ; $N=6$), tetragonal 構造の transverse sinusoidal (TbAu_2 , DyC_2 ; $N=4$), structural transition (NbO_2 ; $N=4$), fcc 構造の longitudinal sinusoidal (TbD_2 ; $N=6$), hexagonal closed packed 構造の sinusoidal (Nd ;

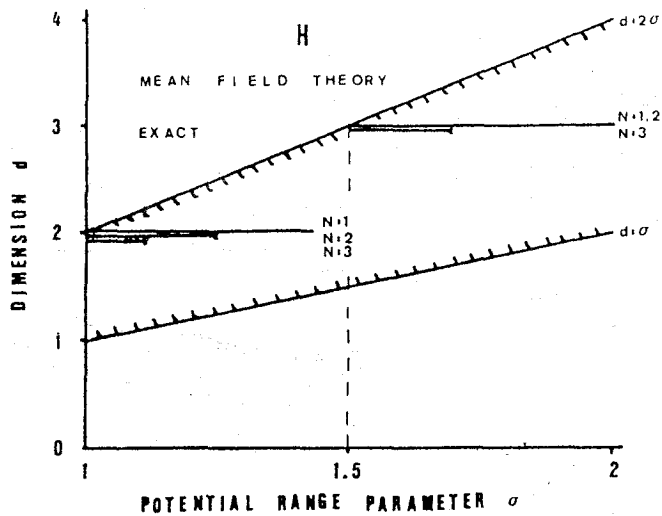


Fig. 2b. Stable region of the Heisenberg fixed point in the anisotropic cubic system

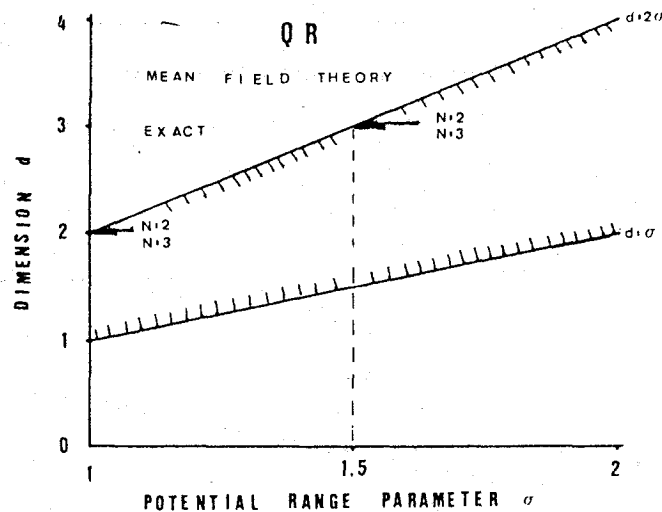


Fig. 3a. Stable region of the random fixed point in the random system.

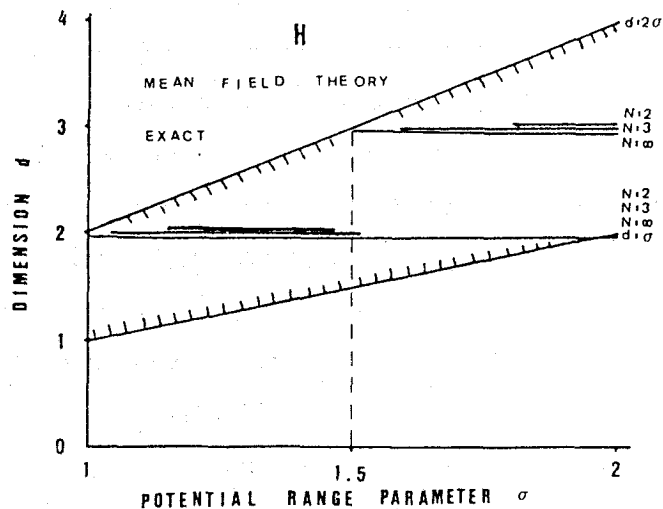


Fig. 3b. Stable region of the Heisenberg fixed point in the random system.

$N=6$), 等の Hamiltonian は order parameter の二次と四次の項で書き表わされる (即ち, Landau 理論では二次相転移が予想される系である) がそれらの固定点は不安定となる。

1.2.の要約: 一次相転移の出現する条件は Landau 理論に基づく (i) (ii) と 1.1.で述べた (iii) としてまとめられよう: disordered phase の対称群の既約表現を R とすると, (i) R^3 の対称部分 $[R^3]$ が単位表現 E を含む, $[R^3] \supset E$, (ii) R^2 の反対称部分 $\{R^2\}$ と vector 表現 V の直積が単位表現を含む, $\{R^2\} \otimes V \supset E$, (iii) ϵ -展開法で調べて安定な固定点が存在しないとき。

条件 (iii) は Landau 理論とくりこみ群の scheme の枠組を拡張する条件である。今回の主題の一つは条件 (iii) をみたく一次相転移についてであるので, その意味をもう少し明確にしよう。Landau の理論で二次相転移が予想される Hamiltonian 系であっても, その固定点が不安定な場合には, order parameter (OP; ϕ or S) のゆらぎにより高次 (OP の 4 次より高次) の相互作用が誘起され, その係数が常に正の値を維持出来る次数 $2n_0$ ($g_{2n_0} \phi^{2n_0}$, $n_0 \geq 3$) が現われることが予想される。このゆらぎの効果を取り入れた Hamiltonian 系ではじめて Landau 理論とくりこみ群の scheme を適用することが可能になる。臨界点はくりこまれた相互作用係数 $g_{Rm} = 0$ (for $m=1, \dots, 2n_0-1$) の条件から定まり, 一次相転移はそれらの係数に負の係数が現われて熱力学的 potential が有限の OP の値のところで負の極小値を取る場合に引き起される。この種の方法で, UO_2 , MnO_2 , Cr , Eu の一次相転移が説明され, 実験の結果を裏づけた。しかし, TbAs , TbSb , TbP , CeS , TbSe , NdSe , NdTe , NiO , MnSe , $\alpha\text{-MnS}$, ErP , ErSb , EuTe , $\beta\text{-MnS}$, 等の系が一次相転移を示す理論結果に対して実験結果はまだ確定されていないようである。実験と理論の協力が望まれる。

1.3 の要約: 前述の方法 (iii) の説明を簡単にするために, anisotropic cubic spin 系³⁾

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [(\nabla \phi_i)^2 + r \phi_i^2] + u \sum_{i=1}^N \phi_i^4 + v \sum_{i < j} \phi_i^2 \phi_j^2 \quad (1)$$

に二つの symmetry, breaking fields g_1 (成分数を M ($g_1 > 0$) or $N-M$ ($g_1 < 0$) に減す) と g_2 (容易軸 [1.1] 方向)

$$-g_1 [(N-M) \sum_{i=1}^N \phi_i^2 - M \sum_{i=M+1}^N \phi_i^2] / N \quad (2), \quad -g_2 \phi_1 \phi_2 \quad (3)$$

を加えた系を考える。系(1)の固定点と流れの図を図4³⁾に示す。得られた固定点の不安定領域は④, ⑤の領域である。この領域で(2)と(3)を加えて, 1.2で述べた方法に従って計算すると図5(a, b)と図6の相図³⁾が得られる。一次相転移の出現する領域が図4の固定点の不安定領域④⑤であることも確かめられた。

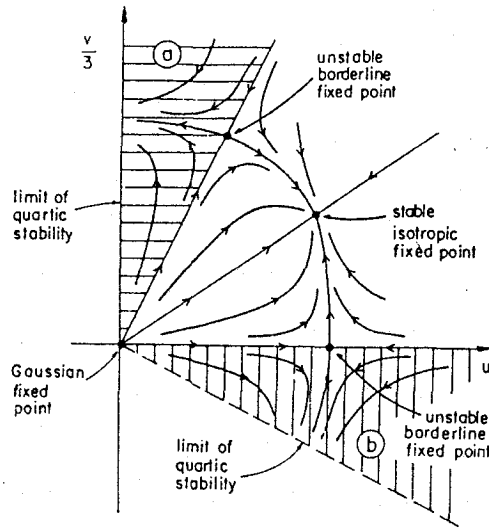


FIG. 4. Schematic renormalization-group flow diagram in the (u, v) plane for the n -component cubic model, with $n < n^*(d)$. The stable isotropic fixed point is not accessible from the two shaded regions marked (a) $w > 0$, and (b) $v < 0$.

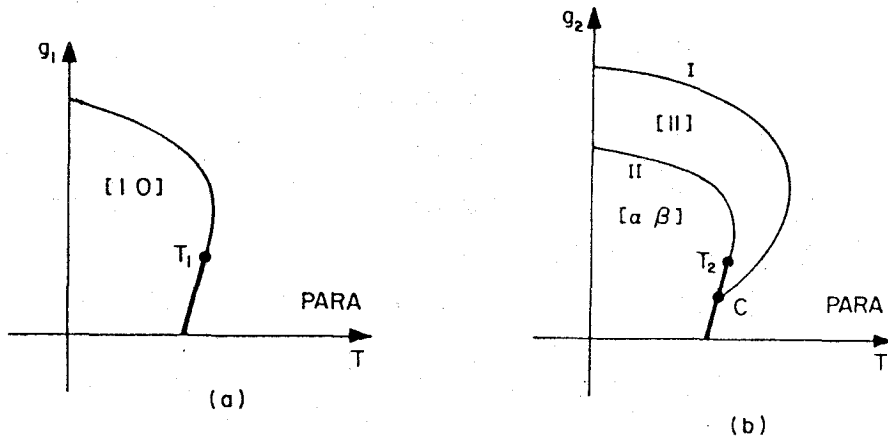


FIG. 5. Schematic (g, T) phase diagrams associated with the $n=2$ cubic model which lies in region (a) of Fig. 1, with symmetry-breaking fields (a) g_1 and (b) g_2 defined by Eqs. (2) and (3), respectively. Thin lines represent continuous transitions, thick lines represent first-order transitions. T_1 and T_2 are tricritical points and C is a critical end point. The direction of the order parameter in the (ϕ_1, ϕ_2) plane is indicated.

ゆらぎにより誘起される一次相転移の理論にも泣き所があるが、実験結果とのつき合わせが強く望まれる。

第2章の要約： (g_1, T) 面での crossoverの振舞を調べるために、（系の記述を少し変えた）

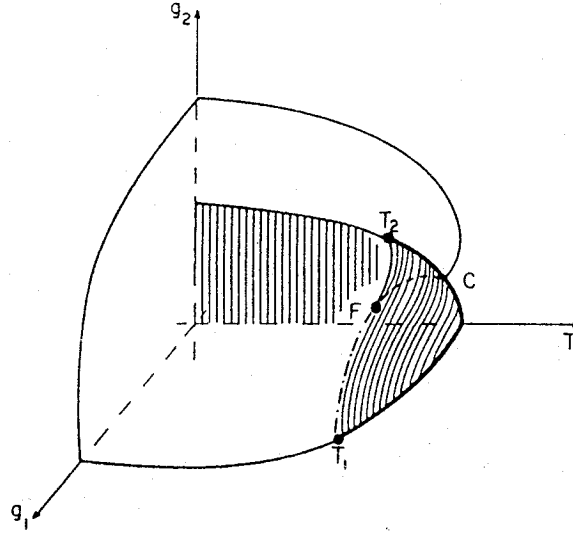


FIG. 6. Schematic (g_1, g_2, T) phase diagram. Thin lines are continuous phase transitions; thick lines and shaded areas are first-order phase transitions, dash-dotted lines are tricritical points, and dashed lines are critical end points. T_1 and T_2 are tricritical points, C is a critical end point, and F is a fourth-order critical point. The line T_2F is the wing critical line associated with tricritical point T_2 . The critical lines in the g_1 - T , g_2 - T , and g_1 - g_2 planes and the curve T_1FC form the boundary of a critical surface.

anisotropic cubic spin 系⁴⁾

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} (\nabla S)^2 + \frac{1}{2} m^2 S^2 + \frac{1}{4!} g_S \mu^\epsilon (S^2)^2 + \frac{1}{4!} g_C \mu^\epsilon S^4 + \frac{1}{2} \tau S^2 - \frac{1}{2} g_m \delta S^2 + \delta \mathcal{H}'$$

$$\tau \equiv T - T_{CM}(g_m), \quad \delta S^2 \equiv [(N-M) S_1^2 - M S_2^2]/N, \quad S_1^2 \equiv \sum_{i=1}^M S_i^2, \quad (4)$$

$$S_2^2 \equiv \sum_{i=M+1}^N S_i^2$$

を考える。今回は二次相転移の起る領域での symmetry breaking field $g_m (\equiv g_1)$ による crossover を調べる。この系の相図として図 7 が予想される、即ち、例えば、 g_1 を正の一定な値に選んで温度を高温側から転移温度に近づけると N 成分系から crossover line のところで M 成分系の振舞に移り変る様子が観られる筈である。くりこみ群と特性曲線の方法を用いると相互作用 g_s 、帯磁率と比熱に關係する臨界指数 γ_{S^2} 、crossover 指数 r_{eff} 、non-ordering susceptibility に關係する臨界指数 $\gamma_{\delta S^2}$ がそれぞれ図 8, 9, 10, 11⁴⁾ のように得られる。図の m^2 は g_m に対応する。crossover の起る温度領域は $10^{-3} < \tau/m^2 < 10^2$ なので g_m が大きい程広い領域で起る。crossover の強さは OP の成分差 $(N-M)$ に比例する。

最後に、前述の理論で一次相転移のすべてが論じ得るというわけでないことを添えておく。

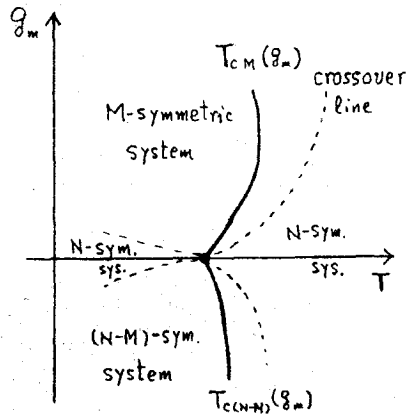


Fig. 7 Phase diagram in (g_m, T) plane
 $N=5 \quad M=2 \quad \epsilon=1$

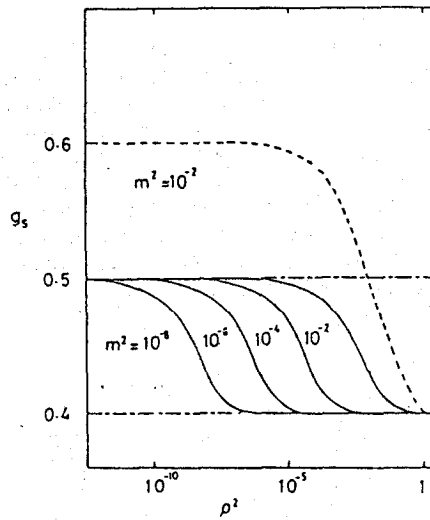


Fig. 8. Crossover behavior of the isotropic coupling g_s vs. ρ^2 in three dimensions ($\epsilon=1$). The solid line and the dotted line denote that from the anisotropic cubic XY to its five-component system and that of the corresponding isotropic system, respectively.
 $N=5 \quad M=2 \quad \epsilon=1$

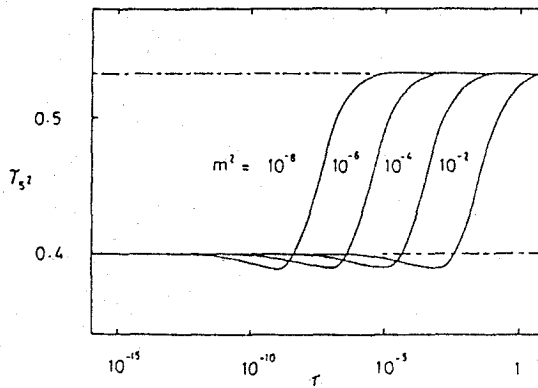


Fig. 9. Crossover behavior of the critical exponent $\gamma_{st}(\tau)$ from the anisotropic cubic XY system to its five-component system in three dimensions.

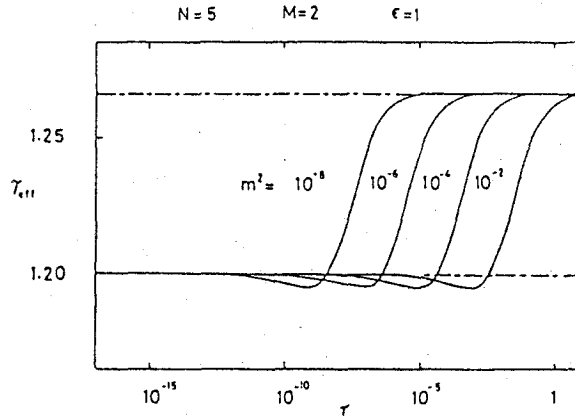


Fig.10. Crossover behavior of the temperature-dependent crossover exponent $\gamma_{eff}(\tau)$ from the anisotropic XY system to its five-component system.

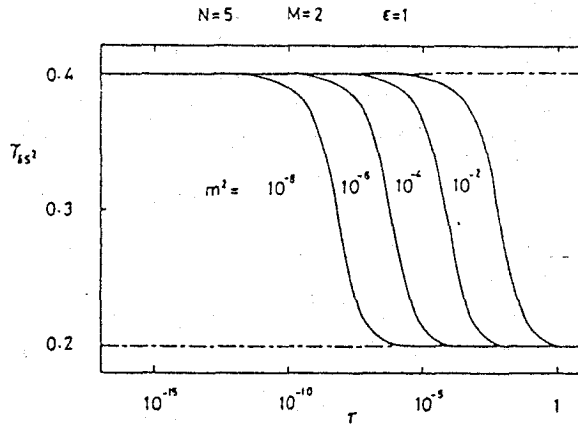


Fig.11. Crossover behavior of the critical exponent $\gamma_{eff}(\tau)$ from the anisotropic cubic XY system to its five-component system.

References

- 1) Y. Yamazaki, Physica **90A** (1978) 535 and 547.
- 2) S. A. Brazovskii, I. E. Dzyaloshinskii and B. G. Kukhareno, Sov. Phys. JETP **43** (1976) 1178.
- 3) M. Kerszberg and D. Mukamel, Phys. Rev. **B23** (1981) 3943.
- 4) K. Ueno, Y. Yamazaki and A. Holz, Physica (in press).