固液混相開水路流れの水理特性に関する研究(3)

今 本 博 健・大 年 邦 雄

STUDY ON THE CHARACTERISTICS OF OPEN CHANNEL FLOW WITH SUSPENDED LOAD (3)

By *Hirotake* IMAMOTO and *Kunio* OHTOSHI

Synopsis

Successive experimental investigations have partly disclosed a complex structure of flow which contains solid particles in suspension. Although some theoretical researches on the mechanism of interaction between solid particles and fluid have been carried out, many uncertain characteristics of flow suspending solid particles remains to be clarified. This paper deals mainly with the velocity and concentration distributions of free surface shear flow with suspended solid particles.

Main results obtained by the experimental investigation are as follows; 1) When neutrally bouyant particles are suspended, the velocity of a flow over smooth bed is decreased uniformly throughout the whole depth, therefore the friction factor increases. 2) In a flow with suspended sand particles, the velocity of a flow over smooth bed is decreased especially near the bed, while, over rough bed, it is increased near the water surface. For both cases velocity gradient becomes larger than that in clear water flow. 3) In a sediment-laden flow over rough bed, the degree of increase in velocity is remarkable when the suspended sand particles are coarse. 4) The value of β defined by the ratio of the transfer coefficient for sediment to that for momentum is larger than unity, and it reduces for coaser sediment.

1. 緒　　論

河川工学上の土砂流からパルプ・石炭・穀物等のパイプ輸送のように，単一の流体のみでなく粒子やその他の異物質を浮遊した流れ（いわゆる混相流）を取扱うことが最近の工学分野では多くなっている。

このような混相流の水理特性は非常に複雑で，固相の比重，大きさおよび形状等を変化させた実験的研究により，通常の単相流の水理法則では十分に説明しきれない性質を示すことが次第に明らかにされてきている[1)~5)]。また，それらの水理特性に対する理論的解釈[4)~6)]も着々と発展しつつあるが，その実験的検証が困難なため，乱れ特性をも含めた統一的知見は今のところ得られていないように思われる。

本研究は，固液混相流の力学機構の解明を目的とし，固相の比重，粒径および濃度を変化させた一連の実験によって，まず固体粒子を浮遊する開水路流れの抵抗特性および濃度分布特性について検討を加え，基本的な水理特性を明確にしようとしたものである。

2. 実験装置および水理条件の選定

2.1 実験装置および方法

固体粒子輸送の研究に用いられる水路は，循環水路（recirculating system flume）と非循環水路（feed system flume）の２つに大きく分類される[7)]。これらの基本的な差違は，前者が水と粒子を１つのシステムの中で循環させるのに対し，後者は水と粒子を別個のシステムで循環させる（水路上流端で連続的に供給される粒子は下流端で回収される。）という点である。

本実験に使用した水路は，長さ13m，幅40cm，深さ20cm の循環式滑面直線水路であるが，固体浮遊粒子

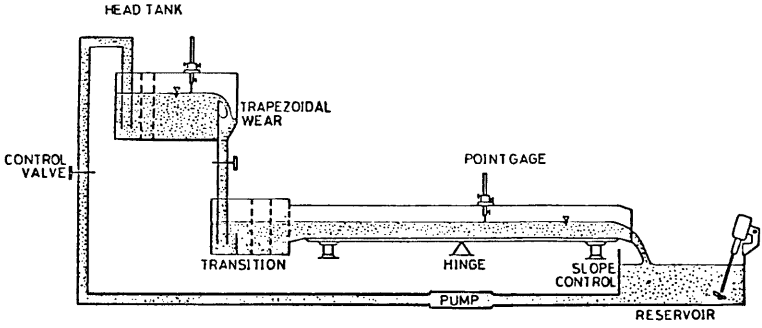

Fig. 1. Schematic illustration of flume used for experiments.

Table 1 Suspended particles used for experiments.

粒　　子	比　重 γ	粒　径 dm(cm)	沈降速度 v_s(cm/s)
ポリスチレン粒子	1.05	0.0337	0.177
塩化ビニール粒子	1.45	0.0115	0.153
砂　粒　子	2.65	0.0063	0.379
		0.0105	0.876
		0.0151	1.573

としてポリスチレン粒子および塩化ビニール粒子を用いる場合には，**Fig.1** に示されるように水と粒子が共に水路系内を循環するようにし，砂粒子を用いる場合には，水路上流端で供給し下流端で回収する非循環系としてそれぞれ使い分けている。

非循環水路とした場合，定常・等流の実験条件下では体積濃度で10%以上の高濃度な流れとすることは非常に困難であって，本実験では最高濃度で7%未満の流れが計測の対象とされている。なお，本実験で用いた固体粒子の諸特性は **Table 1** にまとめられている。

水深は 1/10mm 読みのポイントゲージにより，流量は水路下流端で流量ますによりそれぞれ計測されている。また，流速計測にはコニカル型ホットフィルム流速計を用いている。流速計からの出力電圧は一旦データレコーダーに記録され，AD 変換されたのち電子計算機により統計処理されている。

固体浮遊粒子の濃度は，1×10mm の長方形断面を有する採水器でサイフォン方式により採水し，乾燥された粒子の重量を精密ばかりで計測して求めている。

2.2 次 元 解 析

定常・等流の2次元開水路流れに固体粒子が浮遊する場合について考える。ただし，路床は平坦固定床とする。このような流れの水理特性を規定する物理量としては次の諸量が挙げられる。

1) 流対の物理特性：ρ_o（密度），μ（粘性係数）
2) 流体の水理特性：q（単位幅流量）
3) 重力場の特性：g（重力の加速度）
4) 水路壁面の特性：k_s（相当砂粒粗度）
5) 水路形状の特性：I_b（路床勾配），H（水深）
6) 固体粒子の特性：ρ_s（密度），d（粒径），C（体積濃度）

Table 2. Hydraulic conditions for experiments.

Run	γ	dm (cm)	Cm (%)	k_s (cm)	Q (l/s)	I_b	H (cm)	Uf (cm/s)	Re	Fr	ν (cm^2/s)
1	—	—	0	0	6.84	1/50	1.72	5.81	1.60×10^4	2.42	0.011
2	2.65	0.0063	0.27	〃	〃	〃	1.73	5.82	〃	2.30	〃
3	〃	0.0105	〃	〃	〃	〃	1.74	5.83	〃	〃	〃
4	〃	0.0151	〃	〃	〃	〃	1.76	5.87	〃	2.28	〃
5	—	—	0	0.39	6.82	1/84	2.76	5.67	1.40×10^4	1.10	0.012
6	2.65	0.0063	0.25	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
7	〃	0.0105	〃	〃	〃	〃	2.71	5.62	〃	1.25	〃
8	〃	0.0151	〃	〃	〃	〃	2.63	5.54	〃	1.31	〃
9	—	—	0	0	5.19	1/476	3.12	2.53	1.50×10^4	0.75	0.009
10	1.05	0.0337	4.60	〃	〃	〃	3.20	2.54	〃	0.72	〃
11	〃	〃	6.60	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
12	—	—	0	0	6.50	1/168	2.39	3.73	〃	1.40	0.011
13	1.45	0.0115	0.61	〃	〃	〃	2.44	3.77	〃	1.36	〃
14	〃	〃	0.99	〃	〃	〃	2.47	3.80	〃	1.34	〃
15	〃	〃	1.35	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃

上記の諸量のうち，水深 H と単位幅流量 q は一方を独立量とすると他方は独立量ではないが，便宜上，両者共規定物理量に含めておく。

さて，路床勾配 I_b は摩擦速度 $U_f=\sqrt{gHI_b}$ を用いることによって消去することもでき，さらに，粒径 d も浮遊現象を対象とする場合には沈降速度 v_s に置換えることも可能である。したがって，固体粒子を浮遊する流れを規定する物理量を次のように置く。

$$\rho_o,\ \mu,\ q,\ g,\ k_s,\ H,\ U_f,\ \rho_s,\ v_s,\ C$$

いま，基本量として ρ_o, q および H を選ぶと，π 定理により次の7種の無次元量が得られる。ただし，$\nu=\mu/\rho_o$（動粘性係数），$U_m=q/H$（断面平均流速）である。

$R_e=q/\nu$	（レイノルズ数）
$F_r=q/\sqrt{gH^3}=U_m/\sqrt{gH}$	（フルード数）
k_s/H	（相対粗度）
$q/(U_f\cdot H)=U_m/U_f$	（流速係数）
ρ_s/ρ_o	（相対密度）
$Hv_s/q=v_s/U_m$	（相対沈降速度）
C	（体積濃度）

以上の次元解析では，H と q の2つを規定物理量に含めているため，7種の無次元量のうち独立なのは6種であることに注意しなければならない。

固体粒子を浮遊する開水路流れの水理特性を実験的に検討する場合には，上記の7種の無次元量を系統的に変化させ，各々の無次元量がもつ効果を調べなければならないが，それは非常に困難である。したがって，ここでは，固体粒子の密度（ρ_s/ρ_o），粒径（v_s/U_m）および濃度（C）の効果に着目し，それらが平均速度分布および濃度分布に及ぼす影響について実験的に検討するため，**Table 2** に示された水理条件下で計測を行った。

3. 実験結果および検討

3.1 平均速度分布

本研究では，開水路流れの平均速度分布に及ぼす固体浮遊粒子の比重および粒径の効果を検討する。

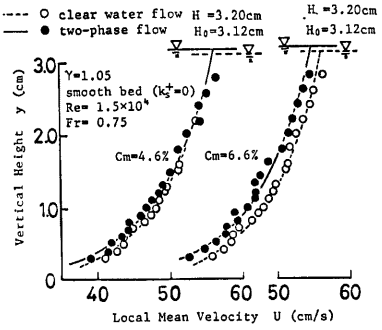

Fig. 2. Velocity distributions ($\gamma=1.05$, C_m: var.).

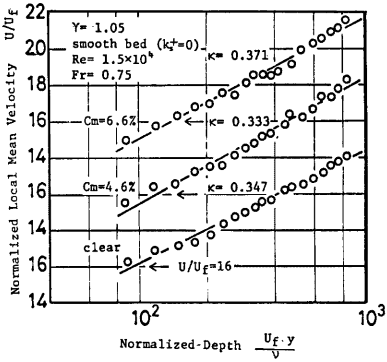

Fig. 3. Dimensionless velocity distributions ($\gamma=1.05$, C_m: var.).

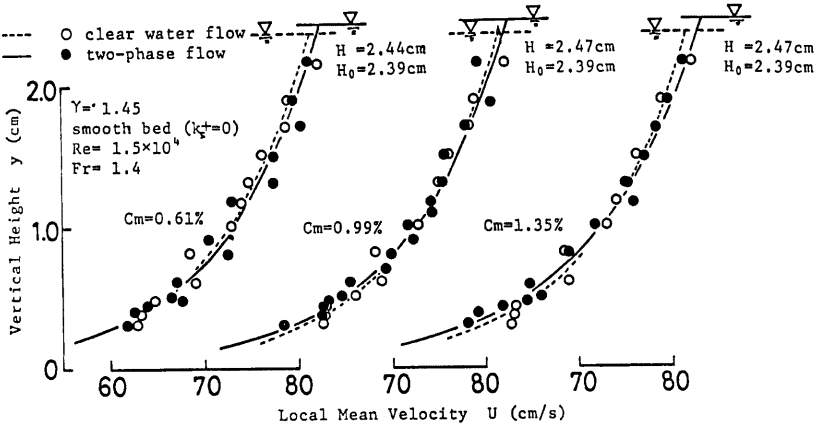

Fig. 4. Velocity distributions ($\gamma=1.45$, C_m: var.).

Fig.2 は，比重 $\gamma=1.05$ の固体粒子を浮遊する滑面流れにおいて計測された速度分布を同一流量・同一路床勾配の清水流のものと比較して示したものである。断面平均体積濃度 $C_m=4.6\%$ では半水深以下での速度が清水流よりも若干減少する傾向を示しているが，$C_m=6.6\%$ では清水流よりも大きな水深を示すとともにほぼ全水深にわたって速度は一様に減少している。したがって，流水抵抗は清水流よりも増大することになる。また，**Fig.2** に示された計測値を壁法則表示したものが **Fig.3** であって，固体粒子を含む流れの速度分布も，清水流同様，十分に直線近似され対数則の良く適合していることがわかるとともに速度勾配も清水流のものと顕著な差違はないようである。

$\gamma=1.45$ の固体粒子を浮遊する流れでは，前述されたように高濃度の流れを対象とすることができなかったが，滑面上の流れにおいて計測された速度分布を **Fig.2** と同様の表示を用いて示すと **Fig.4** のようである。低濃度であったため清水流の速度分布からの顕著な逸脱は検出されていないが，固体粒子を浮遊する場合の水深は清水流よりも若干増大するようであって，流水抵抗は大きくなっている。

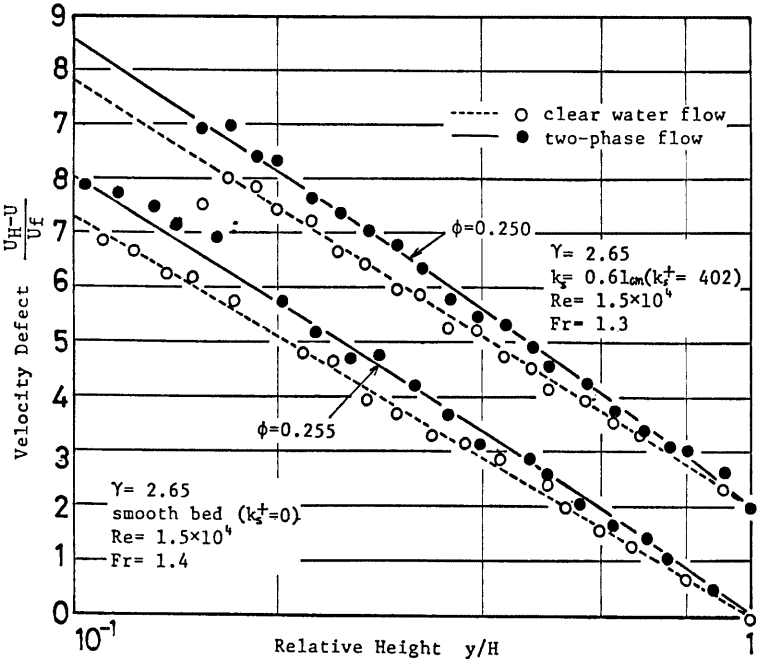

Fig. 5. Dimensionless Velocity distributions ($\gamma=2.65$).

次に，浮遊砂流の平均速度分布について検討する。著者らは，前報[8]において滑面および粗面上の浮遊砂流における平均速度分布について検討し，滑面流れでは路床近傍の速度減少が，粗面流れでは水面近傍の速度増加が著しく，どちらの場合も速度勾配は浮遊砂流のものが大きくなるが，ともに対数則に良く従うことを指摘した。ここでは，その計測値を用いて，板倉ら[6]が浮遊砂流の平均速度分布に対して導いた式 (1) と対数則の適合性の優劣について検討してみる。

$$\frac{U-U_H}{U_f}=\frac{1}{\kappa}\left[ln\frac{y}{H}+\phi\left(\frac{y}{H}-1\right)\right],\ \phi=\alpha H\kappa g(\gamma-1)v_sC_m/U_f^3 \cdots\cdots(1)$$

ここに α は Monin-okukhov 係数である。

Fig.5 は，滑面および粗面上の浮遊砂流における速度分布を欠損則表示したものである。図中の実線は計測値より定まる ϕ 値を用いて式 (1) を表わしたものであるが，清水流と同様，直線近似も可能であって，同図より対数則と式 (1) の適合性の優劣を判断することは極めて困難である。そこで，χ^2 検定を用いて両者の適合性を検定してみると **Table 3** のようであるが，表に示された χ^2 値の分布式による差違は微少であって，これだけでは適合性の優劣を判定することはできず，さらに詳細な検討が必要である。

Table 3 Results of χ^2 calibration

	滑面流れ	粗面流れ
対数則	$\chi^2=0.320$	$\chi^2=0.376$
式 (1)	$\chi^2=0.320$	$\chi^2=0.310$

最後に，浮遊砂流の速度分布に及ぼす粒径の効果について検討する。完全粗面上の流れにおいて，浮遊砂の体積濃度 C_m を0.25%の一定に保ち，粒径 d_m のみを3種変化させた場合の速度計測値を **Fig.2** と同様な表示を

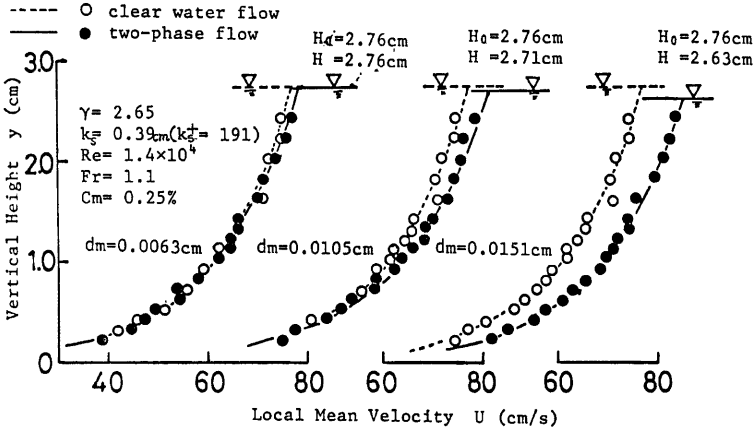

Fig. 6. Velocitty distributions (γ=2.65, d_m: var.).

用いて示したものが **Fig.6** である。粗面上の浮遊砂流であるためいずれの粒径のものについても速度は清水流のものより増大しているが，その増大の度合は粒径の大きな場合ほど顕著である。また，清水流との同一高さにおける速度差に着目すると，d_m=0.0105cm では水面近傍ほど大きく，著者らが先に指摘した傾向を示しているが，d_m=0.0151cm ではほぼ全水深にわたり一様に増大し，そのような傾向は幾分緩和されたものとなっている。さらに，これらの計測値を片対数表示すると **Fig.7** のようであって，いずれの粒径に対しても直線近似でき，対数則の良く適合していることがわかる。

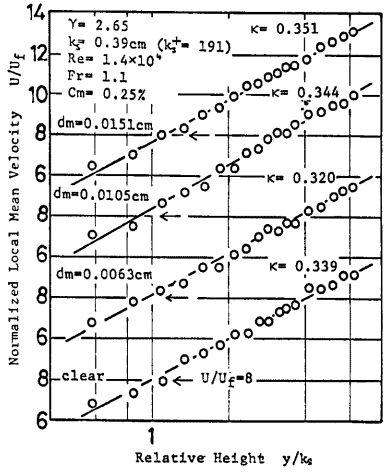

Fig. 7. Dimensionless Velocity distributions (γ=2.65, d_m: var.).

以上のような粒径の効果は次のように説明される。粗面上の浮遊砂流では，路床近傍の高濃度層によって粗度要素が流水に及ぼす影響が緩和されると考えられるが，浮遊砂の断面平均体積濃度が一定であれば，粒径の大きい場合ほど路床近傍の濃度が大きく水面近傍の濃度は小さくなる。したがって，粗度の緩和効果は粒径の大きい場合ほど卓越することになり速度増加は顕著になるといえよう。

3.2 濃 度 分 布

固体浮遊粒子の濃度分布式として従来より提案されているものの中でも，計測値との適合性および分布式形の簡便さという観点より，以下に示す Rouse 式が優れているとされている。

$$\frac{C}{C_a}=\left(\frac{H-y}{y}\ \frac{a}{H-a}\right)^{Z_1},\quad Z_1=\frac{v_s}{\beta\kappa U_f} \qquad (2)$$

ここに，C および C_a はそれぞれ路床からの高さ y および $y=a$ における体積濃度，H は水深，v_s は固体

$\gamma=1.05$　$C_m=2.86$ %　smooth bed

Symbol	Q(l/s)	I_b	U_f(cm/s)	Z_1
○	6.5	1/476	2.71	0.184
⊖	〃	1/188	3.67	0.100
◒	8.8	1/141	4.40	0.056

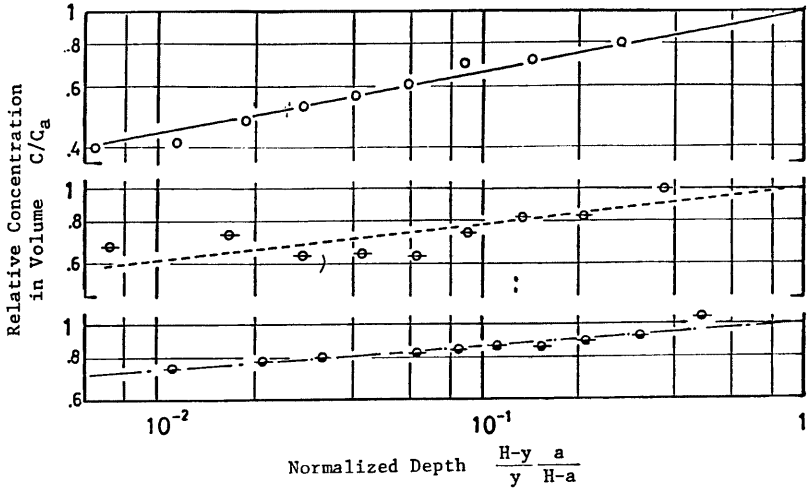

Fig. 8. Relative Concentration distributions ($\gamma=1.05$).

$\gamma=1.45$

Symbol	Q(l/s)	I_b	U_f(cm/s)	k_s(cm)	C_m(%)	Z_1
○	6.5	1/168	3.73	0	1.35	0.113
●	6.3	1/60	6.42	0.39	1.11	0.043

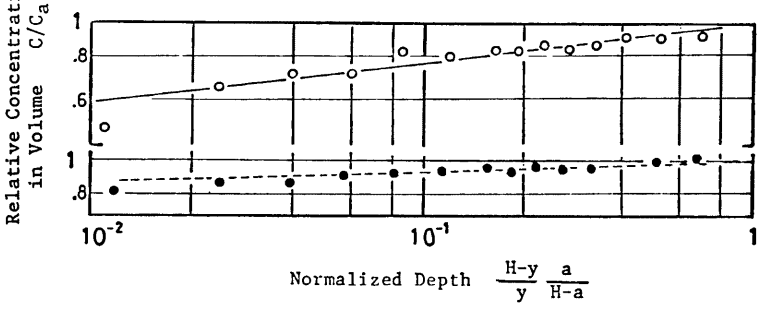

Fig. 9. Relative Concentration distributions ($\gamma=1.45$).

粒子の沈降速度，β は比例定数，κ はカルマン定数および U_f は摩擦速度である。しかし，分布式の適合性を検討した従来の研究では浮遊砂を対象としたものがほとんどであって，固体浮遊粒子の比重および粒径を変化させた検討は少ないようである。

ここでは，平坦固定床上の開水路流れに対する Rouse 式の適合性および式中に含まれるパラメータについて検討を加える。

Fig.8 および **Fig.9** は，比重 $\gamma=1.45$ および 1.45 の固体浮遊粒子の濃度分布計測値の数例を両対数紙上にプロットしたものである。図において，計測値の直線性は極めて良好であり，分布形状は式(2)の Rouse 式で十分に表わしうることがわかる。したがって，Rouse 式の適合性の検討は指数 Z_1 と水理量との関係を検討することに帰着するが，Z_1 における沈降速度 v_s，摩擦速度 U_f およびカルマン定数 κ は既知量として取扱われるため，結局，β と水理量との関係を検討することに他ならない。

なお本研究では，摩擦速度は $U_f=\sqrt{gHI_b}$，κ は平均速度分布からの実測値を用いている。また，沈降速

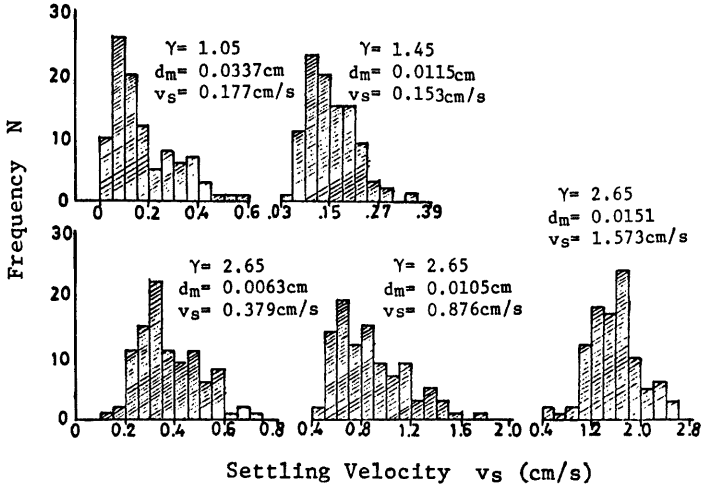

Fig. 10. Frequency distributions of settling velocity of particles measured in still water.

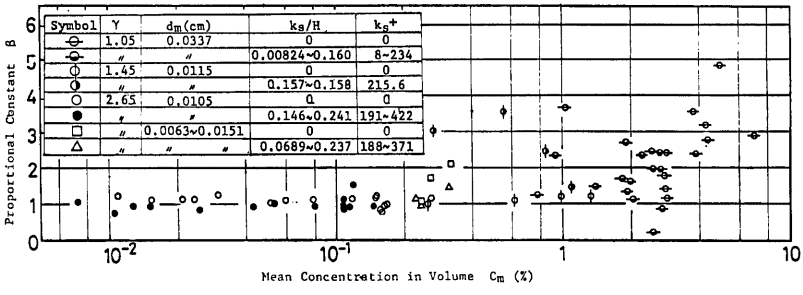

Fig. 11. Variation of β with mean concentration C_m.

度は **Table 1** に示された各粒子について静水中で実測し，100回の実測における平均値を採用している。

Fig.10 は，計測された沈降速度の度数分布を各粒子に対して示したものであるが，ほぼ均一粒径の粒子でも，形状等の影響により沈降速度はかなりばらついており，これをいかに精度良く見積もるかが今後重要な問題となる。

Fig.11 は計測された濃度分布より定まる β 値を断面平均体積濃度 C_m に対して示したものである。$\gamma \fallingdotseq 2.65$ の浮遊砂流では $\beta \cong 1$ であり，従来より指摘されている $\beta \cong 1.2$[9] とほぼ一致しているが，$\gamma=1.05$ および 1.45 の場合には $\beta \cong 1 \sim 5$ と非常に大きな値になるとともに同一の C_m に対する β 値のばらつきも大きくなっている。これは濃度分布計測値より定まる Z_1 値が非常に小さいため，わずかの計測誤差が β 値に大きく反映することによるためであるとも考えられる。いずれにしても，この場合の β 値は 1 より大きな値となっている。

Fig.12 は，体積濃度を一定（=0.26%）に保ち粒径のみを3種変化させた滑面および粗面上の浮遊砂流において計測された β 値を相対沈降速度 v_s/U_f に対して示したものである。図において，滑面上の浮遊砂流と粗面上のそれとで β 値に若干の相違はあるが，β は v_s/U_f の増加とともに減少する傾向を示している。

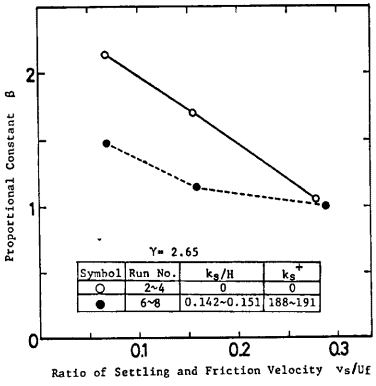

Fig. 12. Variation of β with the ratio of settling and friction velocity v_s/U_f.

β 値が1よりも大きく，浮遊砂の粒径の増大とともに小さくなるということは次のように説明することもできる。Rouse 式の誘導過程では，粒子が流体に対して示す鉛直方向の瞬間速度は静水中での沈降速度 v_s に等しいと仮定されているが，この仮定は定常状態においてのみ成立するものであって，粒子が加速あるいは減速される場合には成立しない。ところが，開水路乱流ではバーストの生起することが知られており，このバーストによって乱流中を落下する粒子は減速作用を受け静水中よりも小さな沈降速度を流体に対して示すと考えられる。すなわち，式 (2) の Z_1 における v_s は静水中での値ではなくそれよりも小さな値であって，この粒子沈降速度の減少が v_s/β で見かけ上評価されると考えれば β は1よりも大きな値をもつことになる。また，浮遊砂の粒径が大きくなると慣性力が大きくなって，バーストによる減速作用の影響が小さくなり，流水中の沈降速度が静水中での値に等しくなると考えられる。したがって，β 値は減少することになる。

本来，β 値は粒子輸送係数と運動量輸送係数の比として定義されているが，ここでは，開水路乱流場における粒子沈降速度の減少を表すパラメータとして取扱っていることになる。

4. 結　　論

本研究は，固体粒子を浮遊する開水路流れの水理特性の解明を目的として，固体粒子の比重および粒径を変化させた場合の平均速度分布特性および濃度分布特性の変化について実験的検討を加えたものである。

本研究により得られた成果を要約して列挙すると次のようである。

1) 比重 1.05 の固体粒子を浮遊する滑面流れでは，速度は全水深にわたって清水流のものより減少し，流水抵抗は増大する。ただし，この場合の速度分布も，清水流同様，対数則に良く適合する。

2) 比重 1.45 の固体粒子を浮遊する滑面流れでは，高濃度の流れを対象とすることができなかったため，清水流の速度分布からの顕著な逸脱は検出されなかったが，流水抵抗は若干増大するようである。

3) 比重 2.65 の砂粒子を浮遊する流れの速度分布の変化は滑面流れと粗面流れの場合で異なり，滑面流

れでは路床付近の速度減少，粗面流れでは水面付近の速度増加が卓越する。したがって，速度勾配は清水流よりも大きくなるが，対数則に良く適合する。

4) 粗面上の浮遊砂流では，浮遊砂の粒径が大きいほど速度増加は顕著となる。

5) 固体浮遊粒子の水深方向濃度分布を表わす Rouse 式は，浮遊砂ばかりでなく，それよりも比重の小さな固体浮遊粒子に対しても適用できる。

6) 粒子輸送係数と運動量輸送係数の比として定義される β 値は1よりも大きな値となるが，浮遊砂流の場合には粒径の増大とともに減少する。

今後は，固体粒子を浮遊する開水路流れの抵抗特性および乱れ特性について詳細な検討を加えるとともに移動床上の浮遊砂の挙動に関する検討を行う予定である。

最後に，本研究の遂行に際し，実験ならびにデータ解析に協力された西園恵次氏（現大阪府），京都大学大学院生の川本秀夫氏および吉村庄平氏に対し，深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

1) Vanoni, V. A.: Transportation of suspended sediment by water, Proc. ASCE, Vol. 70, 1944, pp. 67～133.
2) Daily, J. W., G. Bugliarello and W. W. Troutman: Measurement and analysis of turbulent flow of wood pulp fiber suspensions, T. R. No. 35, MIT, Civil Erg. Hydr. Lab., 1961.
3) Elata, C. and A. T. Ippen: The dynamics of open channel flow with suspensions of neutrally bouyant particles, T. R. No. 45, MIT, Civil Eng. Hydr. Lab., 1961.
4) 志村博康：浮遊砂を有する水流の諸特性について，土木学会論文集，第46号，1957，pp. 22～29.
5) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，第92号，1963，pp. 11～20.
6) Itakura, T. and T. Kishi: Open channel flow with suspended sediments, Proc. ASCE, Vol. 106, 1980, pp. 1325～1343.
7) Yalin, M. S.: Mechanics of sediment transport, Pergamon Press, 1972.
8) 今本博健・大年邦雄：固液混相開水路流れの水理特性に関する研究 (2)，京都大学防災研究所年報，第23号 B-2, 1980, pp. 373～392.
9) 土木学会編：水理公式集，1970，p. 209.