

non-attractive な粒子系の単調性と極限定理

Norio KONNO 今野紀雄 (横浜国立大学 工学部)

本講演では以下の Domany-Kinzel モデル⁽¹⁾ の, 特に non-attractive case について発表を行った. このモデルは, 以下で記述される 1 次元上で定義された離散時間マルコフ過程である. ξ_n^A を $A \subset 2\mathbb{Z}$ から出発したときの時刻 n における粒子の集合とする. 時間発展は

(i) $P(x \in \xi_{n+1}^A | \xi_n^A) = f(|\xi_n^A \cap \{x-1, x+1\}|)$,
(ii) ξ_n^A が与えられたとき, $\{x \in \xi_{n+1}^A\}$ は独立, 但し,

$$f(0) = 0, \quad f(1) = p, \quad f(2) = q \quad (0 \leq p, q \leq 1)$$

で定義される. 従って, このモデルは $S = \{s = (x, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_+ : x+n = \text{偶数}\}$ 上で考えることが出来る. ここで, $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$. 特に, $q = 2p - p^2$ のときは, 方向性のあるボンド・パーコレーションに, $q = p$ のときは, 方向性のあるサイト・パーコレーションに一致する. この Domany-Kinzel モデルに関する参考文献として, 例えば Durrett⁽²⁾ の第 5 章を参照のこと.

このモデルで, $p \leq q$ の場合は, 「attractive」, $p > q$ のときは, 「non-attractive」である. 一般に, attractive case は, coupling の手法などが使えるため, 様々な結果が知られているが, non-attractive case は, 数学的な手法が限られているため得られている結果は少ない. 本講演では特に, non-attractive case に着目し, 我々の研究を中心に, 特徴量の単調性や極限定理, さらに相関不等式に関し, 知られている結果及び予想について整理し, 報告した.⁽³⁻⁷⁾ また, 研究会の発表後, non-attractive な特別の領域では (p が 1 に近く, $q \in [0, 1]$, 但し $(p, q) \neq (1, 0)$), Bramson and Neuhauser⁽³⁾ の手法を用いて, 完全収束定理を証明することが出来た⁽⁸⁾ (attractive case で成立することは知られている). 目標としては, non-attractive 全ての領域で, 完全収束定理を示すことである.

参考文献

- (1) E. Domany and W. Kinzel: Equivalence of cellular automata to Ising models and directed percolation. *Phys. Rev. Lett.* **53**(1984) 311-314.
- (2) R. Durrett, R. *Lecture Notes on Particle Systems and Percolation* Wadsworth, Inc., California (1988).
- (3) M. Bramson and C. Neuhauser: Survival of one-dimensional cellular automata under random perturbations, *Ann. Probab.* **22**(1994)244-263.
- (4) N. Konno: Upper bounds on survival probabilities for a nonattractive model, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66**(1997)3751-3755.
- (5) 今野紀雄: ある無限粒子系の局所性と大域性— Domany-Kinzel モデルの相転移現象, 数理解析, (1999)10 月号, 37-43.
- (6) M. Katori, N. Konno and H. Tanemura: Survival probabilities for discrete time models in one dimension, *J. Stat. Phys.* (2000).
- (7) N. Konno, K. Sato and A.W. Sudbury: Lower bounds for critical values of a cancellative model, *J. Phys. A: Math. Gen.* (2000).
- (8) M. Katori, N. Konno and H. Tanemura, in preparation.