

非等方運動量交換により生ずる 平均力場を持ったボルツマン方程式

原研 田 次 邑 吉

原子炉内の中性子束は、従来の線型な輸送方程式で記述されるものより、わずかであるが、ゆっくりと変化し、空間分布も平坦になる。これを、中性子束が媒質と非等方な運動交換を行い、より等方な分布へ緩和する過程より説明する。

速度分布関数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ を記述するボルツマン方程式の衝突項 Γ_D は、媒質原子との衝突のみ考慮して、

$$\Gamma_D = \iiint d\mathbf{p}' d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}'_1 f'_M(\mathbf{p}'_1 | \sigma | \mathbf{p} \mathbf{p}_1) - \iiint d\mathbf{p}' d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}'_1 f f_M(\mathbf{p} \mathbf{p}_1 | \sigma | \mathbf{p}' \mathbf{p}'_1) \quad (1)$$

ここで f_M は媒質原子の速度分布関数であり、

$$(\mathbf{p} \mathbf{p}_1 | \sigma | \mathbf{p}' \mathbf{p}'_1) = N \cdot \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}' - \mathbf{p}'_1) \delta(E + E_1 - E' - E'_1), \quad E = p^2/2m \quad (2)$$

である。 f と f_M は内力場の関係にあるから、 f_M は再びボルツマン方程式 (or 別の式) に従い、 f と f_M は連立方程式の形で閉じた表現となる。

しかし、原子炉の場合、媒質の密度は中性子のより極端に大きいので媒質は時間的に変化しないとして、 f_M についての方程式を無視して、 f に関する一本の方程式で中性子の輸送を記述して来た。しかし、この近似を行った時に、中性子束と媒質との衝突における、方向分布に関する相関が失われ、巨視的散乱断面積は、(2) 式のミクロの時と同様に、単に中性子の散乱角のみに依存する形で表わされる事となり、中性子束の絶対方向 (有限体系の時は、絶対方向がわかる) に関する議論はあいまいとなる。

中性子束が等方に分布している場合は、媒質原子を等方にはねるから、 f_M は確かに変化しない。しかし、非等方に分布している場合は、偏った方向に媒質原子をはねとばし、中性子束の等方よりずれた部分は媒質と陽に運動量交換を行い、全体としてより等方な分布へと緩和する。この過程を記述するに当って、 f_M の時間的変化を無視しうる状態 (等方な分布) を第 0 次近似とする限り、中性子束の作用に対する反作用力を、外力場として導入する他ない。 f の方程式を次のように書く。

非等方運動量交換により生ずる平均力場を持ったボルツマン方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{\Omega}} = \Gamma_D + S, \quad \mathbf{v} = v \mathbf{\Omega} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{\Omega}$ は単位ベクトル、 S は外部源である。 $\partial f / \partial \mathbf{\Omega}$ は力場 $\mathbf{F}$ が f の角度分布の変化のみに寄与することを示す。散乱における方位角の対称性を考慮すると、 $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}'$ の散乱での運動量変化は $\mathbf{\Omega}(\mathbf{p} - \mathbf{p}' \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}')$ である。1 衝突につき単位時間についての平均運動量変化 $\mathbf{F}$ は $\mathbf{p}$ を固定して、

$$\mathbf{F} = \frac{\frac{\partial}{\partial t} \int d\mathbf{\Omega} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \int d\mathbf{p}' \Sigma(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}') \mathbf{\Omega}(\mathbf{p} - \mathbf{p}' \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{\Omega}')}{\int d\mathbf{\Omega} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \Sigma(\mathbf{p}) \cdot \mathbf{p}} \quad (4)$$

と書くことが出来る。ここで $\Sigma(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}')$ は巨視的微分断面積で、

$$\Sigma(\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}') = \int d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_1' f_M(\mathbf{p} \mathbf{p}_1 | \sigma | \mathbf{p}' \mathbf{p}_1'), \quad (5)$$

であり、 $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$, 散乱解と方位角 (陽でない) に依存する。

例えば、媒質の表面付近では外向きに流れる中性子が多く、媒質原子を外へたたきだすから、その反作用力は中性子をより内側へとじ込める力となる。従って、空間分布はより平坦な方向へ修正され、滞在時間も長くなるから、中性子束の崩壊も若干おくれる。¹⁾

なお、以上の議論を 1 成分系へ映すと次のようになる。 f と f_M の式は連立方程式として力学的に閉じた形であったが、(f_M の時間依存性を無視して) 切り離れた時点で非等方な運動量交換があつかえなくなった。1 成分系での $f_2 \rightarrow f_1 \cdot f_1$ は力学系として閉じた系からの別離の時点であり、この時、非等方運動量交換が扱えなくなるものと考えられる。

参 考 文 献

- (1) Y.Taji; Journal Phy. Soc. of Japan, 41(1976) 2020