

開水路中におかれた障害物前面の渦の機構について

宇 民 正

ON THE STRUCTURE OF HORSE-SHOE VORTEX ARISING JUST UPSTREAM OF OBSTACLES IN OPEN CHANNEL FLOW

By Tadashi UTAMI

Synopsis

In order to analyse the local flow near the bed and just upstream of the cylindrical piers in open channel, a flow model is proposed under consideration of the results of experiments. The model consists of horizontal two dimensional potential flows with line sink or source on the boundary surface of the pier, in which the scale of back flow region resulting from sink or source decreases linearly by height of horizontal section from the channel bed and does not vary in the section. The result of analysis by the model shows a good agreement with experimental flow patterns not only outside the back flow region but also inside of it, except the just neighbourhood of the pier boundary. Such a method of approach seems to be available to analyse the flow pattern upstream of the pier with other type of cross-section.

1. 概 説

開水路におけるせん断流中に障害物がおかれたとき、その前面に発生する馬蹄型渦が局所洗堀の原因になる事が指摘され¹⁾、その後、そのような渦にともなう障害物前面の降下流についていくつかの研究がなされている^{2), 3)}。しかし局所洗堀はこのような渦による強い逆流に起因する所が大きく、そのような逆流現象の解析はいまだなされておらない。

著者はこの渦の存在に着目して、平滑な固定床をもつ開水路の中央に橋脚が一本ある場合の水路中央鉛直断面における流れのパターンを適当なモデル設定の下に解析して来た⁴⁾。本報告は、平滑な固定床水路の中央に柱状構造物とくに円柱と角柱を設定した場合を考察の対象としており、また馬蹄型渦を含む複雑な流れの解析法を確立することを主眼としたため、現象を単純化してその把握を容易にするという意味から層流状態で行なった実験結果により検討を進めている。すなわち、はじめにこのような流れの場の任意の水平断面における流れのパターンに関する実験結果によりその断面内の流れのモデルを設定してそれに基づく二次元的な解析を行ない、ついで連続条件を導入することによって実験的事実を考慮しつつ上記の水平断面内における二次元的な解析を三次元的な解析法に発展させることを試みた。えられた結果は水路底面付近の逆流を含む流れをかなり正確に表現するものと考ええる。

2. 流れの場のモデル化

2.1 開水路における局所流の分類とその解析法

広幅開水路中に設定された障害物をその形状で分類すると、一つは、たとえば段落水路や全幅ぜきなどのようなもので、境界形状が水路横断方向に一樣なものであり、もう一つは境界形状の水平断面が水路底面を除けば鉛直方向に一樣なものであって、平滑固定床上に鉛直に立てられた橋脚柱などは後者に相当する。第三の場合は以上のいずれにも分類できないもの、すなわち、境界形状が三次元的に変化するものである。

つぎにこのような障害物の周辺における流れの解析法を考える。広幅水路では接近流の流速分布は水路横断方向に一樣でただ鉛直方向のみに変化すると考えられるから、上にかかげた各分類のうち、第一の分類のものは水路縦断方向の鉛直断面内における二次元解析を行えばよいわけで解析は最も簡単である。本報告で考察を行なおうとするのは上のうち第二の分類のものについてであり、この場合の流れにおいては、接近流の流速分布が一樣な方向すなわち水路横断水平方向と境界形状の一樣な方向すなわち鉛直方向とが互いに直交するという特徴をもっている。以上の第一と第二の分類の解析法が明らかになれば、第三の分類においても特別の場合のものについてこれらの解析法が準用されると考えられる。

2.2 若干の実験的考察

先述した第二の分類の例として平滑な固定床をもつ開水路の中央に橋脚が一本設置されている場合について実験的に考察する。実験に用いた水路は幅 20 cm の透明アクリル樹脂製であり、流体としては水とグリセリンの混合液を用いた。これは本報告では渦を含む複雑な流れの解析法を確立することを当面の目的としているので、レイノルズ数を下げて現象を簡単なものとし、その把握を容易にするためである。

橋脚前面の馬蹄型渦は、橋脚の形状が流れに対して抵抗の大きい場合ほど顕著に現われるので、まず一辺 5 cm の角柱を一本設定したときについて実験的に検討してみる。その場合 Fig. 2.1 に示すように座標系

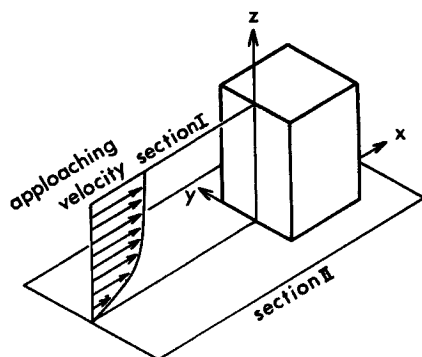


Fig. 2-1 Co-ordinate system.

を設定すると、 $x = -5$ cm $x = 0$ cm および $x = 7.5$ cm における流速の x 方向成分 u および角柱を設置しない状態における $x = 0$ cm における x 方向の流速成分（これは接近流速の分布すなわち $x = -\infty$ における流速分布とみなされうる）の実測値を Fig. 2.2 に示した。本図から、接近流速分布は水路側壁の近傍を除けば y 方向にほぼ一樣であるとみなされる。また、 $x = -\infty$ の断面から $x = -5$ cm さらに $x = 0$ cm の断面へ移行するにつれて、水路底面近くでは流速は増加し、逆に水面近くでは減少しており、また流速の最大値の位置も低下していることが認められる。

このような様子を示したものが Fig. 2.3 である。すなわち、この図は各横断面において各高さにおける単位高さを通過する流量をその高さに関係づけたものであり、上流側から角柱前面まで流下するにつれて分布曲線の形が下ぶくれになっている様子が認められる。しかもこのような傾向はとくに $x = -5$ cm と $x = 0$ m の断面の間で、すなわち橋脚の直上流の近傍で著しい事がわかる。現象の側面からの観測によると流線が橋脚のかなり上流ではほぼ水平であるが、橋脚のごく近くでは馬蹄型渦にひきこまれて急激に降下し、あるものは逆流域に入ることが認められているが、上記の傾向はこのような観測と一致するものである。

したがって、このような流れの場をある水平断面で切って、その断面内に含まれる流れの部分の考えると、接近流速は側壁の近傍を除いて一樣分布しており、断面内流量は角柱前面に近づくにつれて水面近くの水平断面では減少し、水路底面近くの水平断面では増大する。しかもこのような流量変化の度合いは角柱のごく近傍で著しい。

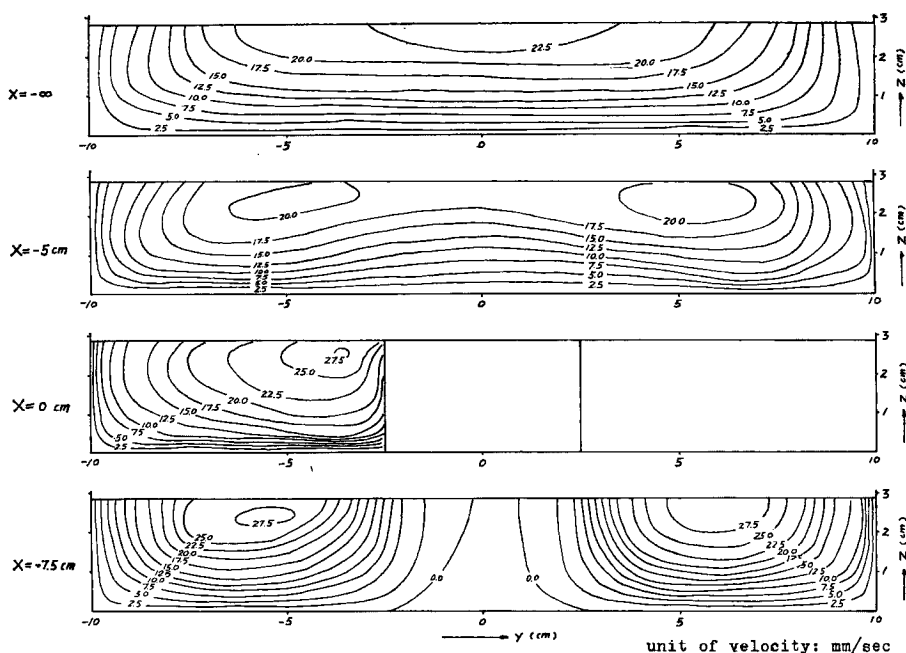


Fig. 2-2 Variation of velocity distribution.

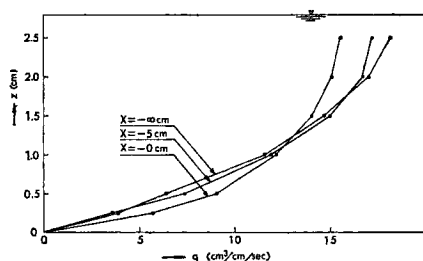


Fig. 2-3 Variation of unit depth discharge.

このような水平断面内における流量の変化はいうまでもなく馬蹄型渦によって生じるものであるが、その機構を流線のパターンの実測値を用いてもう少し詳しく検討してみる。ただし角柱の場合の流線パターンの実測値に明確なものがまだないので、円柱橋脚の場合の流れの機構も同様であるとの類推の下に円柱橋脚の周辺の流れパターンについて検討する。すなわち、Fig. 3.7 は円柱周辺の流れの水路底面に接する流れのパターン (Stream Line) の実測値を示したものであるが、この図から、馬蹄型渦にまきこまれた流体部分により逆流域が生じている事がわかる。この逆流した流量が流下すれば、それに匹敵する流量が水平断面内で増加するものと考えられる。一方水面近くの水平断面においては、逆に、上述の逆流部分に供給される流量の分だけ流量が減少することになる。

2.3 流れのモデル化

以上の様な実験による現象把握に基づいて、せん断流中に障害物がある場合の流れを解析するために次のようなモデルを設定する。すなわち、流れの場を水平断面で切ったとき、その断面内では流れはポテンシャル流であるとし、同時に障害物の表面に湧出しが存在するものとする。そしてその湧出しの強さは $m_0 \cos \theta$ で与えられるとする。ただしここで m_0 は障害物前面かつ水路中央断面における湧出しの強さであり、 θ は

障害物表面の内側向きの法線が主流流下方向となす角度である。何らかの方法で各水平断面における m_0 の値が決定されうるならば、その値を上記の水平断面内の解析に用いることによって障害物周辺の三次元的な流れの場全体を解析する方法が明らかになるはずである。

以下に、開水路せん断流中におかれた平板および円柱のまわりの流れについてこのようなモデルを適用してみる。

2.4 平板のまわりの流れ

角柱がその一面を主流と直角方向になるように設置されている場合、その前面の角の所で流れがはくりするので、角柱前面の流れは平板の前面の流れとほとんど同じものになるであろうことが推測される。したがってここでは $x=0$ の位置に幅 $2a_0$ の平板が主流流下方向に直交して設置されている場合を考える。この場合、 θ の値は平板の前面では 0° 、後面では 180° でそれぞれ一定であるから、仮定する湧出しの強さは前面で単位幅あたり m_0 、後面で $-m_0$ となる。その場合の流れ関数は次のように与えられる。

$$\Psi = U_0 \{k y' - (1+k)\xi\} \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

ここで、 U_0 は接近流速の大きさであり、また、

$$k = \frac{m_0 a_0}{U_0} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

$$\xi = \pm \sqrt{\frac{-(x'^2 - y'^2 + 1) + \sqrt{(x'^2 - y'^2 + 1)^2 + 4x'y'^2}}{2}} \quad (y' \geq 0) \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

$$x' = \frac{x}{a_0} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

$$y' = \frac{y}{a_0} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

である。

2.5 円柱のまわりの流れ

上述したモデルを次に半径 r_0 の円柱の周辺の流れに適用してみる。Fig. 2. 4 に示すように座標軸 (x, y)

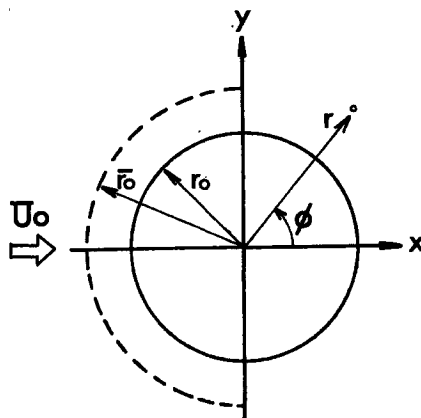


Fig. 2-4 Co-ordinate system.

および (r, ϕ) を設定すると、円周上の点 $P(r_0, \phi)$ における湧出しの強さは円周に沿う単位長さあたり $m_0 \cos(\pi - \phi) = -m_0 \cos \phi$ となるから、流れ関数は次式のようなになる。

$$\Psi = -U_0 \left(r - \frac{r_0^2}{r} \right) \sin \phi \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

ここで、

$$\bar{r}_0 = r_0 \sqrt{1 + (m_0/U_0)} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

である。(2.6)式は半径が $\bar{r}_0$ の円柱のまわりのポテンシャル流れを表わすものであり、したがってこの場合の逆流域は与えられた円柱と同心で半径が $\bar{r}_0$ の円周として与えられる。

3. 解析モデルを用いた現象の三次元的考察

以上に述べたモデルによる解析は現象の水平断面における二次元的な取扱いであるが、実際現象は三次元的に変化するものであるから、実験結果を考察に入れながら現象の三次元的な解析法を検討してみる。角柱の場合の実験結果についてはまだ十分なものがえられていないので、ここでは円柱の場合の実験結果にもとづいて考察する。実験条件は次のとおりである。すなわち、実験水路は先述したように幅 20 cm で、層流状態で実験を行なった。実験に用いた接近流速 U_0 の分布は Fig. 3.1 に示す三種であり、それぞれの場合における諸元は Table 3.1 に示すとおりである。ただし、 U_m は接近流の平均流速、 U_{max} は接近流の最大流速、 ν は動粘性係数、 R_h は平均流速と水深を用いたレイノルズ数、 H は水深である。使用した円柱の直径は、5.0 cm, 4.025 cm, 3.525 cm, 2.2 cm および 1.8 cm の 5 種類であり、また、橋脚の周辺部では等流状態に近く、水深は一定であるとみなしうのように下流端でせき上げて調節した。

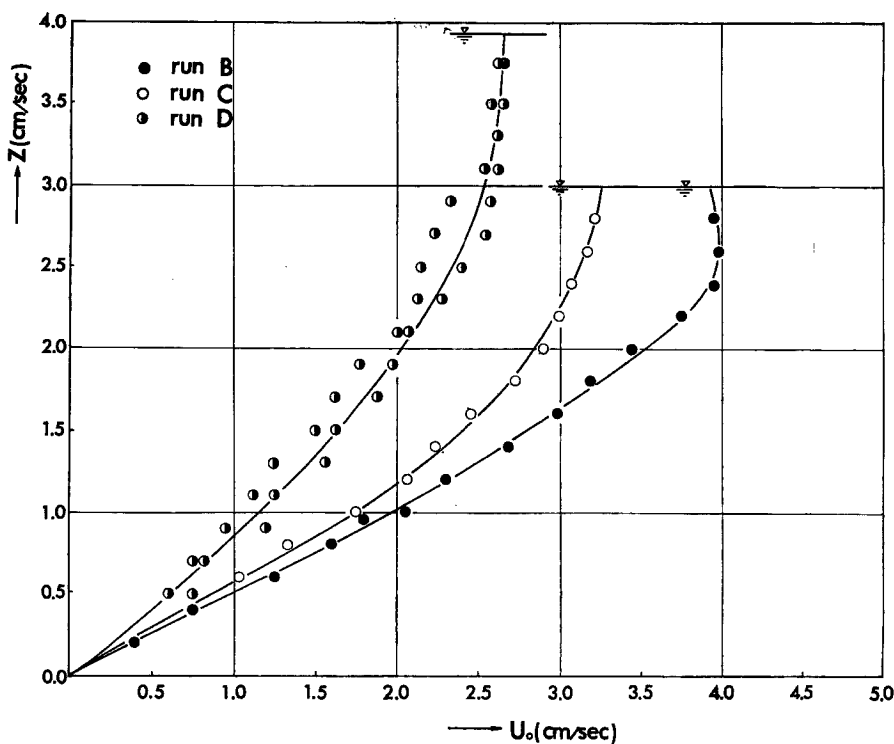


Fig. 3-1 Velocity distributions of approaching flows.

3.1 逆流域の大きさ

本項では、上述した水平断面内における二次元解析結果を用いて現象を三次元的に解析する方法を検討する。そのために連続の条件を導入し実験結果にもとづいて考察をすすめる。

水平断面内の円柱の上流側半分の表面からの湧出量の総和は $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} m_0 r_0 d\phi = 2m_0 r_0$ であるから、全水深

Table 3. 1

	U_m cm/sec	U_{max} cm/sec	H cm	ν cm ² /sec	R_h
run B	2.56	3.98	3.0	1.53	5.02
run C	3.25	3.25	3.0	2.71	3.60
run D	2.66	2.66	3.92	5.66	1.84

にわたる円柱前面からの総湧出量は $\int_0^H 2m_0 r_0 dz$ となる。水面近くの水平断面では $m_0 < 0$ であり、水路底面近くでは $m_0 > 0$ となって、水路底面近くの湧出量は水面近くの負の湧出すなわち吸込みから供給されると考えると、連続の条件として

$$2r_0 \int_0^H m_0 dz = 0 \quad (3.1)$$

が成り立たねばならない。一方円柱周辺の流れの場合、水路中央断面における逆流域の大きさ $\bar{r}_0$ すなわち円柱軸から円柱前面の逆流域の外側境界線までの水平距離は run B の場合 Fig. 3. 2 のように実測された。

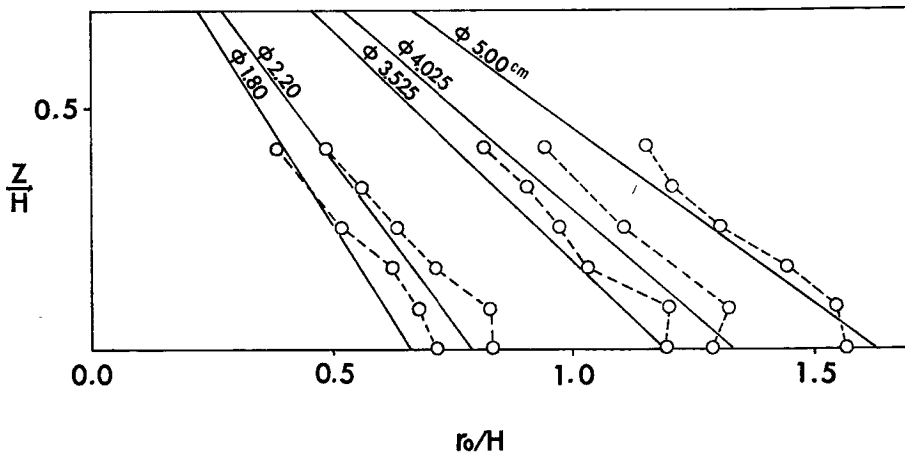


Fig. 3-2 Scale of the back flow region.

本図から $\bar{r}_0/H$ と z/H とはほぼ線型の関係をもつと仮定できるから、

$$\frac{\bar{r}_0}{H} = \alpha - \beta \frac{z}{H} \quad (3.2)$$

とおく。ここで α は底面における逆流域の大きさを与える無次元量であり、 β はこう配を表わす定数である。上式と (2.7) 式とから m_0 について次式をえる。

$$\begin{aligned} m_0 &= U_0 \left\{ \left(\frac{\bar{r}_0}{r_0} \right)^2 - 1 \right\} \\ &= U_0 \left\{ \left(\frac{H}{r_0} \right)^2 \left(\alpha - \beta \frac{z}{H} \right)^2 - 1 \right\} \quad (3.3) \end{aligned}$$

つぎに、接近流速 U_0 については、本実験においては層流であるから

$$U_0 = -\frac{U_{max}}{H^2} z(2H - z)$$

と書くことができる。ここで $U_{max} = g \cdot \sin \theta \cdot H^2 / 2\nu$ であり、 g は重力加速度、 θ は底面の傾斜角である。

以上の二式を (3.1) 式に代入して簡単な計算を行なうと結局次式をえる。

$$\alpha^2 - \frac{5}{4}\alpha\beta + \frac{9}{20}\beta^2 - \frac{r_0^2}{H^2} = 0$$

すなわち

$$\alpha \equiv \left(\frac{\bar{r}_0}{H}\right)_{z=0} = -\frac{5}{8}\beta + \sqrt{\left(\frac{r_0}{H}\right)^2 - \frac{19}{320}\beta^2} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

となる。上式により β の各値における r_0/H_0 と α の値の関係を求めると **Fig. 3. 3** の実線のようになる。同図に実測値もともにプロットしてみるとそれらは図で破線で示すような一つの曲線上にほぼのることが認められる。したがって図の破線を実験曲線として用いることにすると β の値は r_0/H または $(\bar{r}_0/H)_{z=0}$ の関数として一義的に与えられるとしてよいだろう。ここでは β の値を r_0/H の関数としてプロットすると **Fig. 3. 4** に示すようになる。以上述べたことをまとめると、**Fig. 3. 4** から r_0/H の関数として β が求め

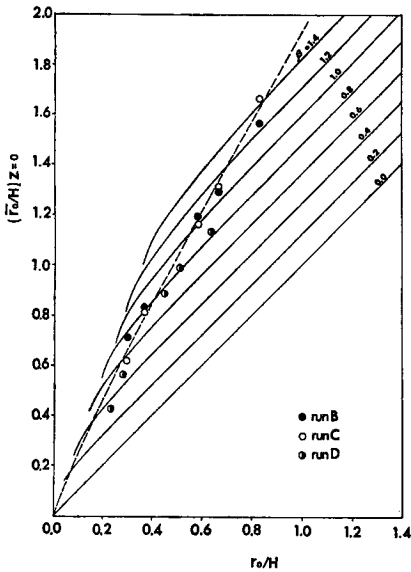


Fig. 3-3 Scale of the back flow region at the channel bed.

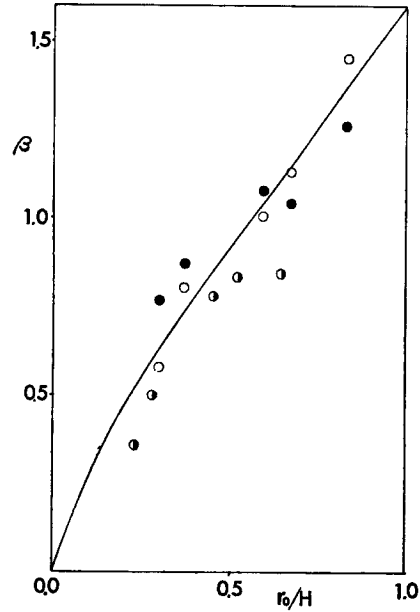


Fig. 3-4 Variation of β .

られ、(3.4) 式から $(\bar{r}_0/H)_{z=0}$ が求められる。これらを (3.2) 式に代入すれば逆流域の大きさがわかる。このようにして求めた $\bar{r}_0/H$ を **Fig. 3. 2** に示した各実験条件について同図に実線で示した。計算値と実測値の一致はかなりよいことが認められる。また (3.4) 式によれば、水路底面に接する部分では逆流域の大きさを r_0 で無次元化したものは

$$\left(\frac{\bar{r}_0}{r_0}\right)_{z=0} = \frac{5}{8} \frac{H}{r_0} \beta + \sqrt{1 - \frac{19}{320} \left(\frac{H}{r_0}\right)^2 \beta^2}$$

となり、 β は先述のように r_0/H の関数として与えられるから、結局 $(\bar{r}_0/r_0)_{z=0}$ も r_0/H の関数として与えられる。この関係を図示したものが **Fig. 3. 5** であり、本図から、 r_0/H の値がほぼ 0.5 より小さい時は底面における逆流域の半径は円柱の直径にほぼ等しいが r_0/H の値が 0.5 より小さくなるにつれて、逆流域の大きさがそれより大きくなることが認められる。

3.2 流線形状

以上のようにしてえられた α および β の値を (3.3) 式に代入すれば m_0/U_0 が求められ、それを (2.6)

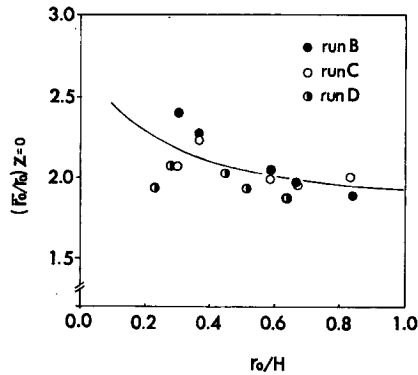


Fig. 3-5 Scale of the back flow region at the channel bed.

および (2.7) 式に代入することによって Ψ の値が計算されるので、流線形状が求められる。このようにして run B の $Z=0$ における流線の模様を求めたものが Fig. 3. 6 であり、同じ場合の流線の実測値を Fig. 3. 7 に示した。両図を比較してみると、従来の研究では解析的に求められていなかった逆流を含む流れパターンが円柱のごく近傍を除いてはかなりの精度で求められていることがわかる。ただ円柱の下流側においては両者の一致の度合いは十分ではない。これは下流側ではカルマン渦が発生しているがその影響がこの解析では考慮されていない事によるものと考えられる。

3.3 流向の変化

Johnston⁵⁾ は、障害物前面のある点 (x, y) での各高さにおける流速ベクトルを一点を起点にプロットするとベクトルの先は三角形状に配列される事を実験的に示し、その事実はその後 Hornung⁶⁾ らによっても確認されている。本報告で用いたモデルを用いて流速ベクトルを計算し、Johnston の方法でプロットしたところ Fig. 3. 8 をえた。ただし計算は run B の $\phi 4.025$ cm の場合における $x/r_0=1.011$, $y/r_0=0.655$ の位置について行なった。図では三角形状の分布が部分的に認められるにすぎず、これについては今後検討してゆきたい。

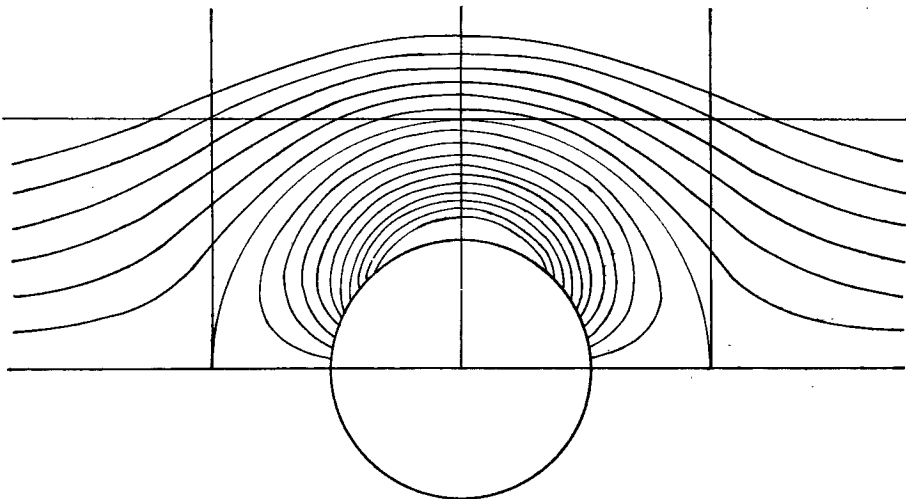


Fig. 3-6 Pattern of stream lines calculated by use of the model.

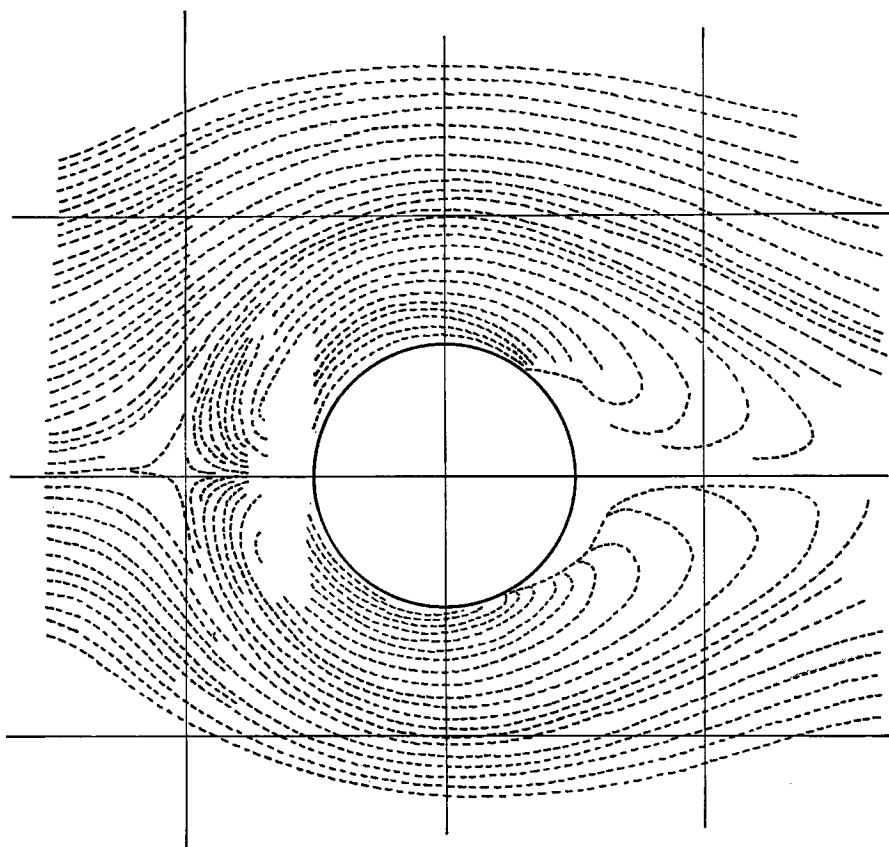


Fig. 3-7 Pattern of stream lines at the channel bed measured experimentally.

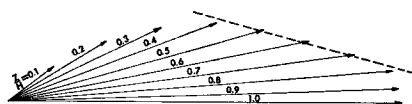


Fig. 3-8 Johnston's plot of velocity vectors.

4. 結 語

平滑固定床をもつ開水路におけるせん断流中におかれた障害物周辺の三次元的な流れを解析する方法を見出すために層流の場合について検討を行なった結果次の結論がえられた。

- (1) 流れの場の水平断面において物体表面に湧出しと吸込みを設定することにより馬蹄型渦による逆流を表現し、その断面内では流れはポテンシャル流であると仮定して解析できる。
- (2) 逆流域の大きさは水深方向にほぼ直線的に変化することが実験的に認められ、その変化率は連続の条件を導入することにより r_0/H または $(\bar{r}_0/H)_{z=0}$ の関数として一義的に与えられる。
- (3) 底面における逆流域の大きさは r_0/H の関数として与えられ、 $r_0/H > 0.5$ の時は逆流域の半径は円柱の直径にほぼ等しく、 r_0/H が 0.5 より小さくなるにつれてしだいにそれより大きくなる。
- (4) 以上の解析により求められた流線形状を実験値と比較したところ、両者は逆流域の内外をとわずか

なり一致していることが認められた。ただ逆流域内の円柱のごく近傍の部分でモデルそのものもつ問題により実際現象に反して有限の流速値が与えられる。

以上の結論は層流の中に円柱橋脚が設置された場合について導き出されたものであるが、角柱の場合について現在検討中である。さらに主流が通常の流れすなわちレイノルズ数が大きな流れについても平均流について同様に取扱いうると思われるが、この問題についても今後研究していくつもりである。

末筆になりますが、本報告は石原安雄京大防災研究所教授と著者との議論に基づく所が大きい事を報告するとともに、同教授の有益な助言に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 石原藤次郎編：応用水理学，中 I，丸善，昭 32，p. 86.
- 2) 小川芳昭：橋脚近くの河床変動について，土木試験所報告，第 42 号，北海道開発局土木試験所，昭 41. 11，pp. 23-30.
- 3) 吉川秀夫・福岡捷二・岩間汎・小曾川久貴：橋脚の洗掘ならびにその防止に関する考察，土木学会論文報告集，第 194 号，昭 46. 10，pp. 83-90.
- 4) 宇民 正：橋脚前面の局所流に関する実験的研究，京都大学防災研究所年報，第 14 号，昭 46. 4，pp. 231-238.
- 5) Johnston, J. P.: On the three-dimensional boundary layer generated by secondary flow, Trans. A. S. M. E., 1960. 3, pp. 233-250.
- 6) Hornung, H. G. and Joubert, P. N.; The mean velocity profile in three-dimensional turbulent boundary layers, J. F. M., vol. 15, 1963, pp. 368-384.