

正則適合的な二重特性の線形系を扱う双曲型方程式

— 解の性質について — 注意.

岡田 靖則 (京大・理)

戸瀬 信之 (東大・理)

M は実解析的の線形系、 $X \in \mathbb{R}^n$ の複素化としよう。 $g \in T_M^* X$ の近傍に定義された microdifferential operator $P = P_1 P_2 + (\text{lower})$ を考へる。 $p_j = \sigma(P_j)$ ($j=1, 2$) と $\mathbb{R}^n$ の 2 次条件を考へる。

- (1) p_j は $T_M^* X$ 上の数値
- (2) $dp_1 \wedge dp_2 \wedge \omega_M \neq 0$ at g
- (3) $\{p_1, p_2\} \Big|_{p_1=p_2=0} = 0$
- (4) $p_1(g) = p_2(g) = 0$

$\square$ の作用素 $\square$ の解の一意性の伝播は、第 2 超局所的に戸瀬 [1, 2] により研究された。 $\square$ の小論では、岡田 [3] により得られた C^∞ 級の特異性に関する結果が C^∞ 級の特異性でも成立する事を示す。

定理: $u \in C_{M, g}$ が $\square u = 0$ を満たすとして。 $\square$ の時、
 $u_1, u_2 \in C_{M, g}$ が存在し 2 次条件 (a) - (c) を満たす。
 (a) $u = u_1 + u_2$

- (b) $D u_j = 0 \quad (j=1, 2)$
 (c) $\text{supp}(u_j)$ は H_{P_j} に $\mathbb{R}$ 不変である.

(証明) 実量子化接線変換に $D = D_1 D_2 + (\text{lower})$ と仮定し
 てもよい。 D の重特性多様体 $V = \{(x; \sqrt{\xi} \cdot dx); \xi_1 = \xi_2 = 0\}$ 上
 でのみ考慮すると十分。

$V \subset \pi^{-1} V$ の T^*X 中の複素化とし、 V の部分複素化 $\tilde{V} \subset$
 V の陪特性体で V と通るものとする。 $\mathcal{C}_{\tilde{V}} \subset (z_1, z_2) \in \mathbb{R}^2$ として
 $\lambda - \mu - 1$ に等しい λ, μ の函数の層とすると、

$$A^2_V := \mathcal{C}_{\tilde{V}}|_V$$

と置く。 $\pi^*_V \tilde{V}$ 上には相原の層 $\mathcal{C}^2_V$ が構成され、更に、
 π の部分層 $\tilde{\mathcal{C}}^2_V$ が次の完全列を満す。

$$0 \rightarrow A^2_V \rightarrow \mathcal{C}_M|_V \rightarrow \pi^*_V \tilde{\mathcal{C}}^2_V \rightarrow 0$$

ここに $\pi: \pi^*_V \tilde{V} \rightarrow V$ は自然な射影とする。 $\tilde{\mathcal{C}}^2_V$ は脆弱層であ
 ることが知られている。(cf. 岡田-戸田 [4], 片岡-岡田-
 戸田 [5])

2. 定理の証明に入る。 戸田 [1] によると、 $u \in \mathcal{C}_M$
 が $D u = 0$ を満すならば

$$SS^2_V(u) \setminus V \subset \{(x; \xi''; x_1^*, x_2^*) \in \pi^*_V \tilde{V}; x_1^* = 0 \text{ 或 } x_2^* = 0\}$$

である。 $\tilde{\mathcal{C}}^2_V$ の section は λ, μ の函数を大域的に代表出来る
 ので、 $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2 \in \mathcal{C}_{M, \mathbb{R}}$ が存在して

$$\begin{cases} u = \tilde{u}_1 + \tilde{u}_2, & \text{且 } \tilde{u}_j \in A_V^2 \quad (j=1,2) \\ SS_V^2(u_j) \setminus V \subset \{x_j^* = 0\} \quad (j=1,2) \end{cases}$$

を満足するとは分かる。

$$0 = Pu = P\tilde{u}_1 + P\tilde{u}_2$$

より、 $g = P\tilde{u}_1$ とおけば、Bony - Schapira [6] を用いると
 $w \in A_V^2$ として $Pw = g$ を満足するものが存在し、 $u = \tilde{u}_1 + w$
 として、 $u_1 = \tilde{u}_1 - w, u_2 = \tilde{u}_2 + w$

が求める u_1, u_2 であることは分かる。

(証明了)

最後に岡田 [3] の結果について述べる。岡田 [3] では、
 P に Levi 条件を課し、定理を distribution の中で示している。
 さらに、 u_j が z_j を正則に $x - y$ - 付の distribution
 を代表するとは示している。

文献表:

[1] 戸瀬信之: 東京工字理学部紀要 33 (1986), 619-634

[2] ———: Journal de Mathématiques Pures et
 Appliquées 67 (1988), 23-37.

[3] 岡田靖則: 本研究集会での講演

[4] 岡田靖則 - 戸瀬信之: Journal de Mathématiques Pures

et appliquées に出版予定。(cf. 東工理学部数学科 2020

リポート No. 5, 1989年)

[5] 片岡清臣 - 岡田靖則 - 戸塚信之 : 準備中.

[6] J.M. Bony - P. Schapira: *Annales de l'Institut Fourier*

26 (1976), 81-140.