

同心二重円筒領域での回転とずれ流れを伴う熱対流

農工大・工 本田 真 (Sin Honda)
磯 究 (Kiwamu Iso)
佐野 理 (Osamu Sano)

1. 序

木星は赤道半径が地球の約 1.1 倍、質量は地球の約 318 倍もある巨大な惑星である。その大気は水素やヘリウム等の軽い元素からできており、縞や帯と呼ばれる赤道面に平行な濃淡の模様や大赤斑と呼ばれる楕円形の斑点が存在すること等は地上からの観測によって古くから知られていた。近年の惑星探査機の直接観測によって、これらの大気運動に関する情報は飛躍的に増えた。その詳細は他書¹⁾に譲るとして、以下の議論で我々が着目する点をいくつか述べると、(1) 内部に熱源があり、ほぼ一様な熱の湧き出しになっていること、(2) 赤道領域と極付近との温度差が数度程度であり、また水平スケールが非常に大きいので、水平方向の温度勾配が極めて小さいこと、(3) 自転周期は赤道付近で約 10 時間とかなり大きく、大気運動に回転が大きく影響すると思われること、(4) 自転に相対的な大気運動速度は最大 150 m/s にも達し、緯度によって異なる差動回転をしていること、等があげられる。現在までに知られているこれらの観測事実、及び木星大気層がその半径に比較すれば極めて薄い層に限られ、その下には高圧の液体水素、その下に金属水素、さらに中心部に鉄や硅酸塩の核があるとの予想に基づくと、木星の大気層内の運動は内部からの熱源による大規模な対流ロールがコリオリス力を受け、またそれによってずれ流れが変形し、種々の不安定性を生じた結果と考えることも可能である。これまでに熱対流、回転流、ずれ流れ等を個々に扱った研究や、それらの 2 者を組み合わせたものは多数あるが²⁻¹¹⁾、木星大気運動のように多くの効果が複雑に絡み合う系で、どのような場合にどの効果が卓越するかといったような研究はまだ充分ではないように思われる。そこで我々はこの問題に対する研究の第 1 段階として、対流に回転やずれ流れを伴う場合に実現される

流体場の時間・空間構造について室内予備実験を行ない、また簡単な解析を試みた。

2. 実験

実験装置の概略を図1に示す。水平な回転台に内半径約27 cmの外側円筒水槽と外半径約11 cmの内側円筒水槽を同軸状に置く。内側の水槽は空間的に固定し、外側の水槽と底面全体をモーターで回転させる。代表的な回転角速度 Ω は0.2 rad/sである。2つの円筒に挟まれた幅約16 cmの水路に高さ約4 cmまで水を満たす。水路内の底面上で内外円筒壁からそれぞれ4 cmの位置に2本のヒーターを軸対称的に設置し、回転接点を経由して交流電圧を印加する。この設定によって、2重円筒内部の流体領域にアスペクト比がほぼ1の軸対称的な対流ロールを2対作ることができる。実際、回転を与えない状態では、ヒーターを含む鉛直面内に上昇流、2つの円筒壁付近と水路の中央部分の鉛直面内に下降流となるような熱対流ロールのできていることが、アルミ粉末を用いた可視化により確認された。回転状態での流速測定は、静止系に置かれたレーザー流速計、及び回転系と共に動くビデオカメラを用いたトレーサー粒子の観測により行なった。

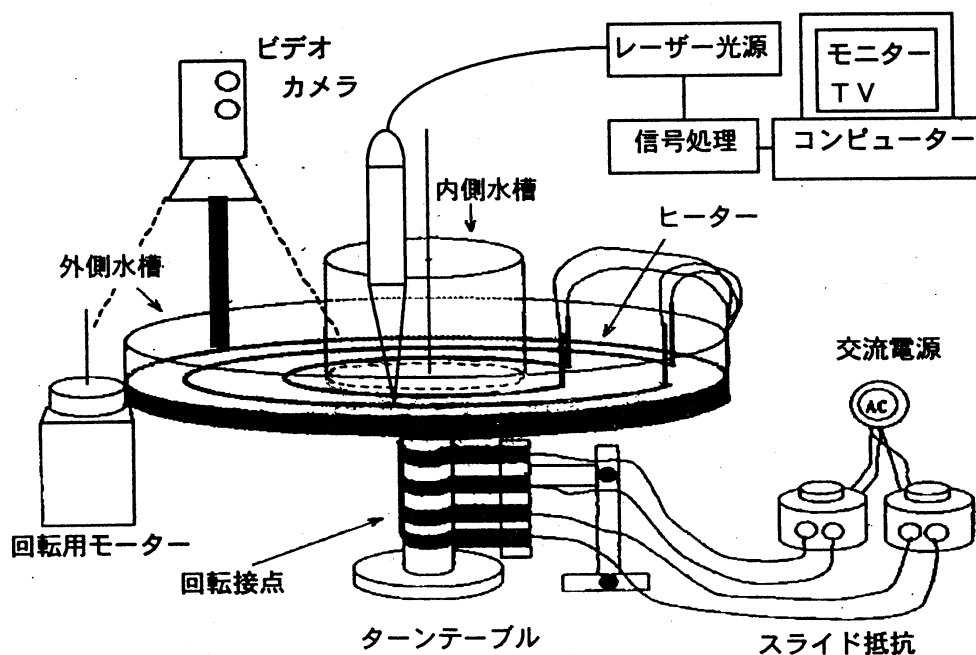


図1 実験装置概略

回転状態での周方向の速度測定の結果を図2に示す。図2-1は熱対流が

ない場合について流速分布を示したもので、異なる深さでの測定結果が重ねて示されている。これらから速度分布は深さによらずほぼ同じであることが確認される。内円筒壁付近では、回転に伴う循環流や3次元流れの影響等も考えられるので単純ではないが、全体として剛体回転に近い速度分布と、弱い流れ（中心部で約 0.02 s^{-1} 程度）が生じている。

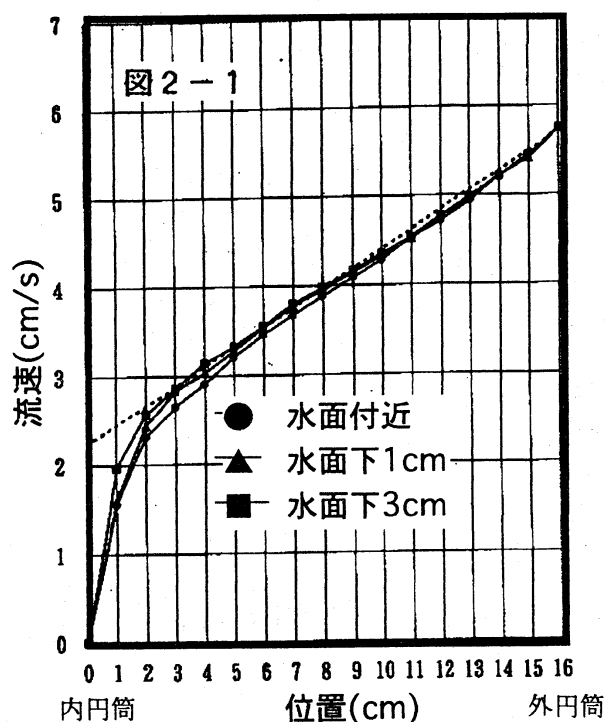
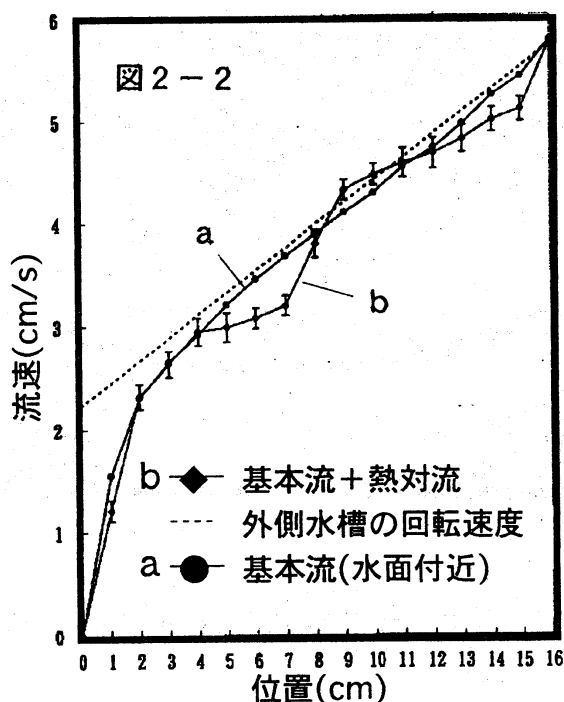


図2 周方向の速度分布
(2-1)回転のみの場合



(2-2)熱対流が加わった場合

図2-2は水面付近での流速分布を、熱対流のない場合(曲線a)と熱対流のある場合(曲線b)について比較したものである。前者で中央付近の速度勾配が急になっているのは対流による水平方向の流れにコリオリスの力が作用した結果と解釈できる。以下の実験では中央部の対流セル近傍の流れに着目する。

図3は図2-2の曲線bから計算した渦度である。中央部の対流セル近傍で渦度が高くなっている。図4は、ずれ

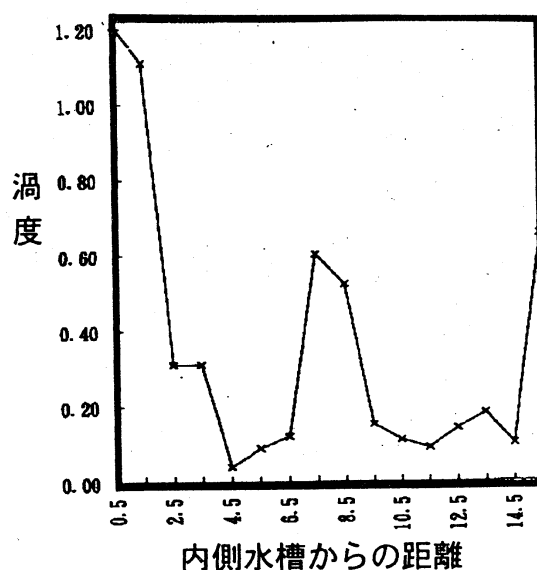


図3 図2-2(曲線b)の渦度分布

流れを伴う熱対流の表面付近の様子を、直径約1mmの発泡スチロール粒子をトレーサーとして回転系で観測したものである。水路中央付近に、円周に沿って全体で10数個の楕円渦状の領域が並んでいるのが分かる。

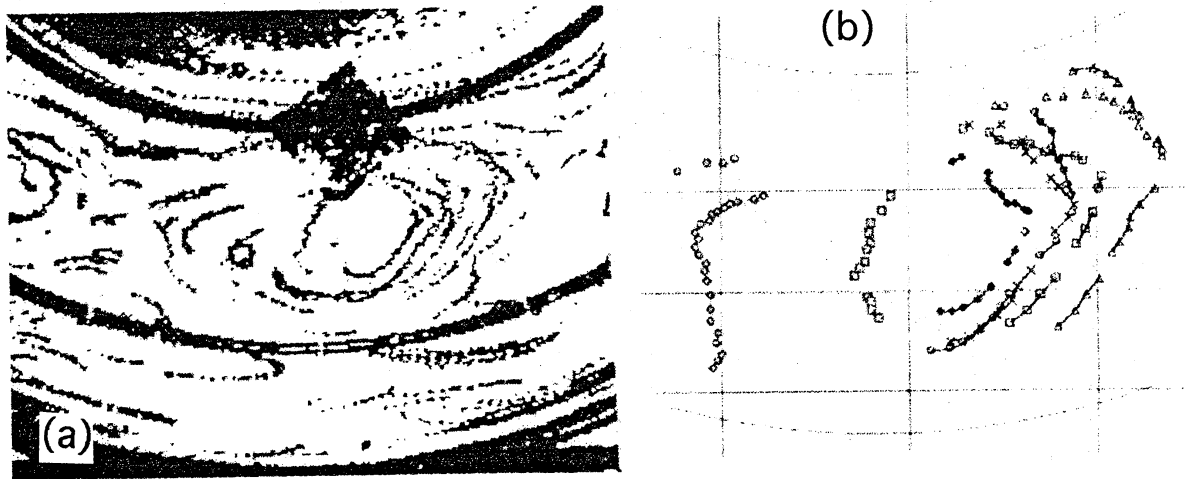


図4 回転系から見た表面付近の(a)粒子の動き (b)画像処理後の粒跡

3. 解析

実験で見られた渦状の流れパターンを考えてみる。ブシネスク近似を行ない、水路幅はその周長に比べて充分狭いとして、局所的な直角座標系を用いる。壁に沿う方向に x 軸、鉛直方向上向きに z 軸、これらと垂直に（右手系をなすように） y 軸を選び、回転系で考える。基礎方程式系及び境界条件は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \dots (1.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u + 2\Omega v, \dots (1.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) v = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta v - 2\Omega u, \dots (1.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) w = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta w - [1 - \alpha(T - T_0)]g, \dots (1.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T = \kappa \Delta T, \dots (1.5)$$

$$\begin{aligned} \text{B.C. } w=0 \quad \text{at } z=0, h; \quad v=0 \quad \text{at } y=\pm d \\ T=T_0 \quad \text{at } z=0; \quad T=T_1 \quad \text{at } z=h, \end{aligned} \quad \dots (2)$$

となる。ただし、 $\mathbf{v} = (u, v, w)$ はそれぞれ (x, y, z) 方向の速度、 T は温度、

$p = p_f - \frac{1}{2} \rho_0 |\Omega \times \mathbf{r}|^2 + \rho_0 U_{\text{ext}}$ は圧力、 Ω は回転角速度、 ρ_0 は基準温度での密度、 ν は動粘性率、 α は熱膨張率、 g は重力加速度、 κ は熱拡散率である。実験で見られた4本の熱対流ロールのうち中央部の2本に着目し、上下面 $z=0, h$ 及び側面(水路壁ではない) $y=+d, -d$ は自由境界と仮定した。

基本流として

$$\mathbf{v}_B = (u_B, 0, 0), \quad u_B = -\frac{Uy}{d}, \quad \dots (3.1)$$

$$T_B = T_0 - \beta z, \quad \beta = \frac{T_0 - T_1}{h}, \quad \dots (3.2)$$

$$p_B = \text{const.} - \rho_0 g z - \frac{1}{2} \rho_0 \alpha \beta g z^2 + \frac{\rho_0 \Omega U (y^2 - 2dy)}{d}, \quad \dots (3.3)$$

を選び、これからの摂動を考慮して

$$\mathbf{v} = (u_B + u', v', w'), \quad p = p_B + p', \quad T = T_B + T', \quad \dots (4)$$

と仮定する。ここで ' の付いた項は ε 程度の微小量であると仮定して、摂動の1次まで考慮すると

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0, \quad \dots (5.1)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + u_B \frac{\partial u'}{\partial x} - \frac{U}{d} v' = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \Delta u' + 2\Omega v', \quad \dots (5.2)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + u_B \frac{\partial v'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \Delta v' - 2\Omega u', \quad \dots (5.3)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + u_B \frac{\partial w'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \nu \Delta w' + \alpha T' g, \quad \dots (5.4)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + u_B \frac{\partial T'}{\partial x} - \beta w' = \kappa \Delta T', \quad \dots (5.5)$$

を得る。次に

$$\tilde{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{h}, \quad \tilde{t} = \frac{vt}{h^2}, \quad \tilde{\mathbf{v}} = \frac{h\mathbf{v}'}{v}, \quad \tilde{T} = \frac{T'}{\beta h}, \quad \tilde{p} = \frac{h^2 p'}{\rho_0 v^2}, \quad \dots (6)$$

とにおいて無次元化したのち、 $\sim$ を省略する：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \dots (7.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\text{Re}^*}{\Gamma^2} \left(y \frac{\partial u}{\partial x} + v \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \Delta u + \text{Ta} v, \quad \dots (7.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\text{Re}^*}{\Gamma^2} y \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \Delta v - \text{Ta} u, \quad \dots (7.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\text{Re}^*}{\Gamma^2} y \frac{\partial w}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial z} + \Delta w + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} T, \quad \dots (7.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\text{Re}^*}{\Gamma^2} y \frac{\partial T}{\partial x} - w = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T, \quad \dots (7.5)$$

ただし $\text{Re}^* = \frac{Ud}{v}$, $\text{Ta} = \frac{2\Omega h^2}{v}$, $\text{Ra} = \frac{\alpha \beta g h^4}{\kappa v}$, $\text{Pr} = \frac{v}{\kappa}$, $\Gamma = \frac{d}{h}$, は無次元パラメーターである。解を Re^* , Ta で展開し

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ T \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0 \\ T_0 \\ p_0 \end{pmatrix} + \text{Ta} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ T_1 \\ p_1 \end{pmatrix} + \frac{\text{Re}^*}{\Gamma^2} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1^* \\ T_1^* \\ p_1^* \end{pmatrix} + \dots, \quad \dots (8)$$

(7.1)–(7.5)に代入する。

まず、 $O(1)$ では

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0, \quad \dots (9.1)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} = - \frac{\partial p_0}{\partial x} + \Delta u_0, \quad \dots (9.2)$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial t} = - \frac{\partial p_0}{\partial y} + \Delta v_0, \quad \dots (9.3)$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial t} = - \frac{\partial p_0}{\partial z} + \Delta w_0 + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} T_0, \quad \dots (9.4)$$

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} - w_0 = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T_0, \quad \dots (9.5)$$

これは通常の Rayleigh–Bénard 対流²⁾である。変数を整理すると

$$\left(\text{Pr} \frac{\partial}{\partial t} - \Delta\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - \Delta\right) \Delta \begin{pmatrix} w_0 \\ T_0 \end{pmatrix} = \text{Ra} \Delta_2 \begin{pmatrix} w_0 \\ T_0 \end{pmatrix}, \quad \dots (10)$$

ただし
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

となる。定常解は $\Delta^3 \begin{pmatrix} w_0 \\ T_0 \end{pmatrix} = \text{Ra} \Delta_2 \begin{pmatrix} w_0 \\ T_0 \end{pmatrix}$, etc. を解くことにより、

$$\begin{aligned} u_0 &= A \sin(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z), & A &= \frac{kE}{K^2} = -\frac{\pi k W_0}{k_{//}^2}, \\ v_0 &= B \cos(kx) \sin\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z), & B &= \frac{\pi E}{\Gamma K^2} = -\frac{\pi^2 W_0}{\Gamma k_{//}^2}, \\ w_0 &= C \cos(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \sin(\pi z), & C &= -\frac{(K^2 - \pi^2) E}{\pi K^2} = W_0, \\ T_0 &= D \cos(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \sin(\pi z), & D &= -\frac{\text{Pr} (K^2 - \pi^2) E}{\pi K^4} = \frac{\text{Pr} W_0}{K^2}, \\ p_0 &= E \cos(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z), & E &= -\frac{\pi K^2 W_0}{K^2 - \pi^2} = -\frac{\pi K^2 W_0}{k_{//}^2}, \quad \dots (11) \end{aligned}$$

where $k_{//}^2 = k^2 + \left(\frac{\pi}{\Gamma}\right)^2$, and $K^2 = k_{//}^2 + \pi^2$.

と与えられる。流線の一例を図5に示す。

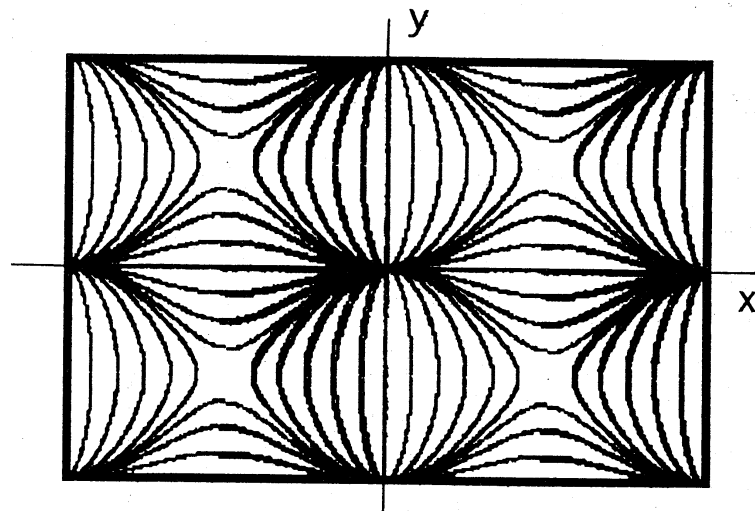


図5 レイリー・ベナール対流；長方形セルの場合

ここで臨界レイリー数は

$$Ra = \frac{K^6}{K^2 - \pi^2} \rightarrow Ra_c = \min Ra = Ra(K = \pi\sqrt{\frac{3}{2}}) = \frac{27\pi^4}{4} = 657.511\dots, \quad (12)$$

$$k_c = \frac{\pi}{\Gamma} \sqrt{\frac{\Gamma^2}{2} - 1}$$

となる。次に $O(Ta)$ の解は

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0, \dots (13.1)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + \Delta u_1 + v_0, \dots (13.2)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial y} + \Delta v_1 - u_0, \dots (13.3)$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial z} + \Delta w_1 + \frac{Ra}{Pr} T_1, \dots (13.4)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} - w_1 = \frac{1}{Pr} \Delta T_1, \dots (13.5)$$

を解いて求められる。とくに定常解は

$$u_1 = \frac{B}{K^2} \cos(kx) \sin\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z) = -\frac{\pi^2 W_0}{\Gamma k_{//}^2 K^2} \cos(kx) \sin\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z), \dots (14.1)$$

$$v_1 = -\frac{A}{K^2} \sin(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z) = \frac{\pi k W_0}{k_{//}^2 K^2} \sin(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z), \dots (14.2)$$

$$w_1 = p_1 = T_1 = 0, \dots (14.3)$$

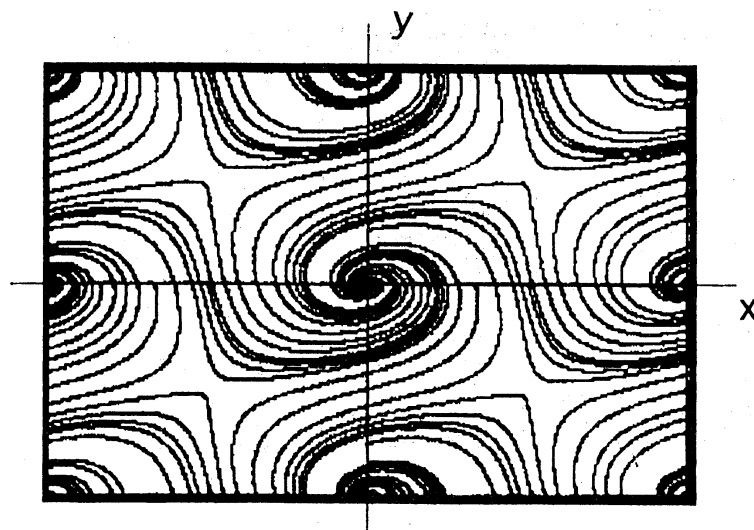


図6 回転系におけるレイリー・ベナール対流

である²⁾。摂動部分 (u_1, v_1) の流れは

$$\cos(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) = \text{constant} \quad \dots (15)$$

で与えられる。この流れとレイリー・ベナール対流とが重なった流れの流線の一例を図6に示す。

さらに、 $O(Re^*)$ の解は

$$\frac{\partial u_1^*}{\partial x} + \frac{\partial v_1^*}{\partial y} + \frac{\partial w_1^*}{\partial z} = 0, \dots (16.1)$$

$$\frac{\partial u_1^*}{\partial t} - \left(y \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \right) = - \frac{\partial p_1^*}{\partial x} + \Delta u_1^*, \dots (16.2)$$

$$\frac{\partial v_1^*}{\partial t} - y \frac{\partial v_0}{\partial x} = - \frac{\partial p_1^*}{\partial y} + \Delta v_1^*, \dots (16.3)$$

$$\frac{\partial w_1^*}{\partial t} - y \frac{\partial w_0}{\partial x} = - \frac{\partial p_1^*}{\partial z} + \Delta w_1^* + \frac{Ra}{Pr} T_1^*, \dots (16.4)$$

$$\frac{\partial T_1^*}{\partial t} - y \frac{\partial T_0}{\partial x} - w_1^* = \frac{1}{Pr} \Delta T_1^*, \dots (16.5)$$

から求められるが、定常解は

$$\begin{aligned} u_1^* &= a(y) \cos(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z) + \alpha(y) \cos(kx) \sin\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z), \\ v_1^* &= b(y) \sin(kx) \sin\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z) + \beta(y) \sin(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z), \\ w_1^* &= c(y) \sin(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \sin(\pi z) + \gamma(y) \sin(kx) \sin\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \sin(\pi z), \\ \frac{T_1^*}{Pr} &= d(y) \sin(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \sin(\pi z) + \delta(y) \sin(kx) \sin\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \sin(\pi z), \dots (17) \\ p_1^* &= e(y) \sin(kx) \cos\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z) + \varepsilon(y) \sin(kx) \sin\left(\frac{\pi y}{\Gamma}\right) \cos(\pi z), \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} a(y) &= a_1 y, & \alpha(y) &= \alpha_0 + \alpha_2 y^2, \\ b(y) &= b_1 y, & \beta(y) &= \beta_0 + \beta_2 y^2, \\ c(y) &= c_1 y, & \gamma(y) &= \gamma_0 + \gamma_2 y^2, \\ d(y) &= d_1 y, & \delta(y) &= \delta_0 + \delta_2 y^2, \\ e(y) &= e_1 y, & \varepsilon(y) &= \varepsilon_0 + \varepsilon_2 y^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{(Pr - 1) \pi k^2}{2k_{//}^2 K^2} W_0 + k U_1, & b_1 &= -\frac{(Pr - 1) \pi^2 k}{2k_{//}^2 \Gamma K^2} W_0 - \frac{\pi}{\Gamma} U_1, \\
c_1 &= \frac{(Pr - 1) k}{2 K^2} W_0 + \frac{k_{//}^2}{\pi} U_1, & d_1 &= \frac{k_{//}^2}{\pi K^2} U_1, & e_1 &= -K^2 U_1, \\
\alpha_0 &= -\left(\frac{(Pr + 1) \Gamma^3 k^2}{8k_{//}^2} + \frac{\pi^2}{\Gamma K^2 k_{//}^2} \right) W_0, & \beta_0 &= -\frac{(Pr + 1) \Gamma^2 k \pi}{8k_{//}^2} W_0, \\
\gamma_0 &= -\left(\frac{(Pr + 1) \Gamma^3 k}{8\pi} + \frac{k \pi}{\Gamma K^2 k_{//}^2} \right) W_0, \\
\delta_0 &= \left[\frac{(Pr + 1) \Gamma k}{4\pi K^4} \left(1 - \frac{\Gamma^2 K^2}{2} \right) - \frac{k \pi}{\Gamma K^4 k_{//}^2} \right] W_0 - \frac{2k_{//}^2}{\Gamma K^4} U_1, \\
\epsilon_0 &= \left[\frac{(Pr + 1) \Gamma k}{4k_{//}^2} \left(1 + \frac{\Gamma^2 K^2}{2} \right) - \frac{(Pr - 1) k \pi^2}{\Gamma K^2 k_{//}^2} \right] W_0 - \frac{2\pi}{\Gamma} U_1 \\
(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \delta_2, \epsilon_2) &= \frac{(Pr + 1) \Gamma k}{8k_{//}^2} W_0 \left(k, \frac{\pi}{\Gamma}, \frac{k_{//}^2}{\pi}, \frac{k_{//}^2}{\pi K^2}, -K^2 \right) \\
U_1 &= \frac{\pi k}{4k_{//}^2} \left(-\frac{(Pr + 1) \Gamma^2}{2\pi^2} + \frac{(Pr - 1)}{K^2} + \frac{1}{k_{//}^2} - \frac{1}{K^2} \right) W_0,
\end{aligned}$$

である。この流れの中での粒子の動きを図7に例示する。

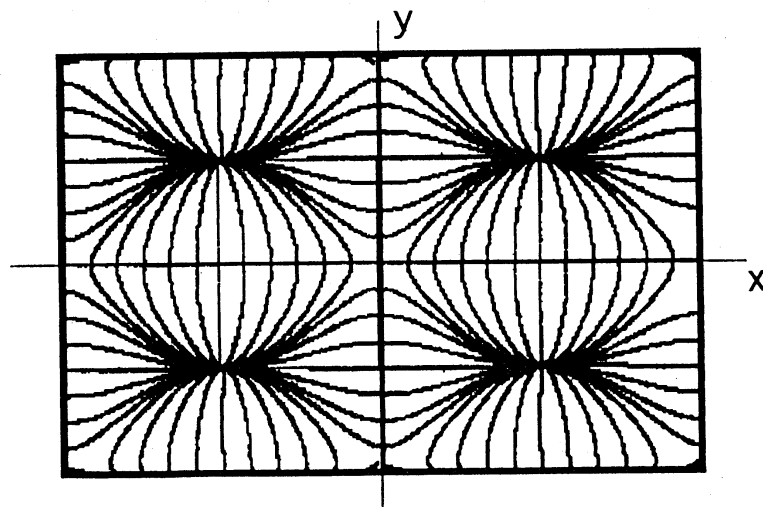


図7 O (Re*) の流れ

4. 考察

我々の系はかなり複雑なものであり、現時点では室内実験で観測された渦の列が、熱対流に対する回転の直接的結果か、あるいは回転に伴うコリオリス力の影響で速度勾配が変曲点をもったため流れ不安定を起こしたのか、について区別できていない。これらの点を確認するために、少なくとも、内円筒も外円筒とともに回転させた系や内円筒を取り除いた系、等においてどのような流れ構造が生じるか比較検討が必要であろう。またどのような条件下でどのようなパターンが見られるかについてもさらに詳しく検討していく必要があると思われる。

参考文献

- 1) J.ピアティー、B.オレアリー、A.チェイキン(1983):「新・太陽系」培風館.
- 2) S.Chandrasekhar (1961): *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford Univ. Press.
- 3) P.H.Roberts (1968): Phil. Trans. Roy. Soc. London, A163, 93-117.
- 4) F.H.Busse (1970): J.Fluid Mech. 44, 441-460; (1983) Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 23, 153-174.
- 5) H.Niino (1982): J. Meteor. Soc. Jpn. 60, 1001-1023; ibid 1024-1033.
- 6) H.Niino & N.Misawa (1984): J. Atmos. Sci. 41, 1992-2011.
- 7) G.A.Glatzmaier (1984): J. Comp. Phys. 55, 461-484.
- 8) P.A.Gilman (1986): through review by G.A.Glatzmaier(1987) Intern. Solar Angular Vel., 263-274.
- 9) K.Zhang (1992): J.Fluid Mech. 236, 535-556.
- 10) S.Takehiro & Y.-Y.Hayashi (1995): The Earth's Central Parts: Its Structure and Dynamics, Terra Sci.Pub., p.123-156.
- 11) 酒井 敏(1996): private communication.