

ビル内アトリウムの熱移動モデリングへのクープマンモード分解の適用—II —大スケール流速場による移流—

河野 洋平*・薄 良彦*・引原 隆士*

Applications of Koopman Mode Decomposition to Modeling of Heat Transfer Dynamics
in Building Atriums—II
—Advection by Large-scale Air Movement—

Yohei KONO*, Yoshihiko SUSUKI* and Takashi HIKIHARA*

We develop a methodology for modeling of heat transfer dynamics of building atriums based on observational data on temperature and air-conditioning system. Following the companion paper [Y. Kono, Y. Susuki, M. Hayashida, and T. Hikiyara, Trans. SICE 53-2], we focus on the phenomenon of heat transfer mainly due to the air movement inside a practically-used atrium, where the air slowly moves over the distance between individual rooms. The heat transfer is modeled as a two-dimensional advection equation with a coarse-grained velocity. The velocity is identified based on a spatio-temporal oscillatory pattern extracted from measurement data via Koopman mode decomposition. The identified velocity is verified with the characteristic numbers of fluid flow in the atrium and its architectural geometry.

Key Words: building, atrium, advection, coarse-graining, Koopman mode decomposition

1. はじめに

本論文は、ビルに対するエネルギーマネジメントシステム (Building Energy Management System: BEMS) に向けた、ビル内アトリウムの熱移動モデリングに関するものである。BEMS は、空調、照明などのエネルギー消費設備の監視、制御およびデータ管理を複合的にこなすシステムであり、省エネルギー性、低環境負荷性および快適性の維持ないし向上を目的として導入される^{1), 2)}。BEMS の重要な機能である空調運用では、ビル内熱ダイナミクスの複数の時空間スケールに対する数値モデルが必要とされ、主に室内スケールの分布定数モデル^{3)~5)}と部屋間の熱収支に着目した集中定数モデル⁶⁾に大別される。後者のモデルに関して、アトリウムを有するビルでは、空調給気などに起因する室内温度の変化が主にアトリウムを介して空間的に伝搬することになる。この伝搬にかかわる評価のための1つの方策として、アトリウムを介した熱移動の数値モデルの構築が考えられる。

本論文は、アトリウムを介した部屋間熱移動ダイナミクスに着目し、実測データを用いた数値流体力学 (Computational

Fluid Dynamics: CFD) によらないモデル化を提案するものであり、2部から構成される。第1部⁷⁾では、アトリウム内において部屋間空間スケールより小さい流速場構造が支配的となる場合を対象に、部屋間の熱移動を拡散方程式としてモデル化した。これに続く第2部として、本論文では、アトリウム内において部屋間空間スケールより大きい流速場構造が支配的となる場合を対象に、部屋間の熱移動を移流方程式としてモデル化する。そして、クープマンモード分解 (Koopman Mode Decomposition: KMD)^{8), 9)}を用いて、実用に供されているビルで得られた実測データより、アトリウムを介した熱移動の時間スケールに相当する時空間振動成分を抽出し、その応答に基づきモデルパラメータを同定する。以上により、第1部と合わせ、実測データを利用することでビル内アトリウムにおける熱移動の定量的な特性評価が可能となることを示す。

本論文の構成は以下のとおりである。2章では、第2部で対象とするビルとそこで得られた実測データについて説明する。3章では、空調による熱入力を実測データを用いてモデル化し、実測温度データおよび熱入力データに対して KMD を適用した結果を示す。4章では、アトリウムを介した熱移動の物理メカニズムについて説明し、これを表現するために粗視化した移流項を用いた数値モデルを提案する。5章では、4章で導入したモデルのパラメータを実測データの KMD 結果を用いて同定し、その妥当性を流速場の特性数および建物

* 京都大学大学院工学研究科 京都市西京区京都大学桂

* Graduate School of Engineering, Kyoto University, Kyotodaigaku-katsura, Nishikyo-ku, Kyoto

(Received March 30, 2016)

(Revised September 10, 2016)



Fig. 1 Photograph of the target building

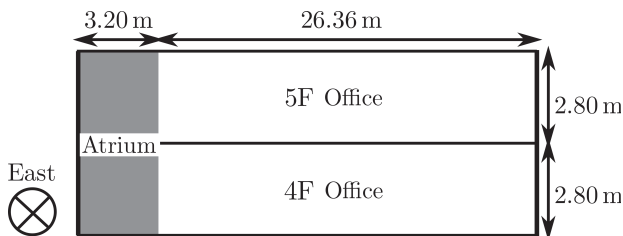


Fig. 2 Cross section of the target building

構造の点から検討する。6 章では、本論文をまとめると共に、第 1 部と合わせて提案方法の妥当性と今後の展望について述べる。

2. 解析対象のビルおよび実測データ

本章では、解析対象とするビル内アトリウムについて説明すると共に、熱移動ダイナミクスのモデル化に用いる実測データを紹介する。

本論文で対象とするのは、アズビル（株）研究棟である。Fig. 1 に対象ビルの外観写真を、Fig. 2, Fig. 3 に対象ビルの断面図および平面図を示す。図中の実線は壁を、破線は空調の給気エリアに対応する部屋内の境界を表わす。さらに、黒塗りの正方形は室内の柱を、白塗りの長方形は棚を表わす。対象とする空間はビルの 4 階および 5 階部分であり、その北側はアトリウムを介して壁に仕切られることなく連続的につながっている。Fig. 4 に本アトリウムの構造を写真で示す。

つぎに、対象ビルの空調設備について説明する。対象の空間では各階に外部熱源を有する大型の空調機（Air Handling Unit: AHU）が 4 台設置されている。また、各 AHU はそれぞれ 3 つの可変風量方式空調機（Variable Air Volume System: VAV System）に接続されており、AHU で生成した熱は各 VAV により室内に分配される。本論文では、各 AHU をそれぞれ AHU1 から AHU4 と呼び、さらに $AHUn_A$ ($n_A = 1, \dots, 4$) に接続された 3 つの VAV をそれぞれ $VAVn_A-1$, $VAVn_A-2$,

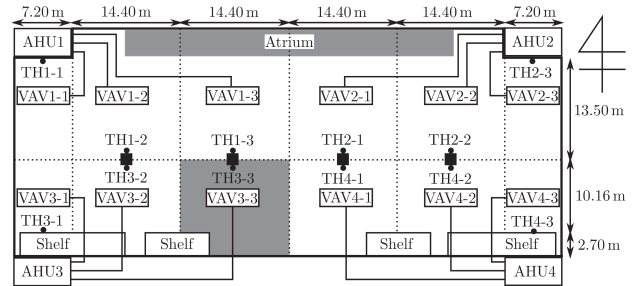


Fig. 3 Outline of 4th and 5th floors of the target building. The circles stand for in-room temperature sensors and the rectangles for VAV units and AHU units



Fig. 4 Photograph of atrium in the target building

$VAVn_A-3$ と呼ぶ。なお、各 VAV は複数のダクトを有しており、それらを介して室内に給気する。さらに、Fig. 5 に示すように局所向けの空調機（Perimeter Unit: PU）が 4 階に 6 機、5 階に 4 機設置されている。縞模様の長方形が上記空調機の給気ダクトを表わす。本論文ではこれらを図中に示すように各階ごとに PU1 から PU6 と呼ぶこととする。PU1 および PU2 の給気ダクトは天井面に設置されており、アトリウム内で下向きの給気を行なっている。PU3 および PU4 も同様に天井面に設置されたダクトから窓に向けて給気を行なっている。4 階の PU5 および PU6 に関しては、床面付近から上向きに給気を行なっている。

続いて、解析対象で実測されたデータについて説明する。対象の空間では、室内温度、空調機の給気温度および給気風量が、それぞれ 1 分ごとに 0.1°C 刻みあるいは $1\text{ m}^3/\text{h}$ 刻みで実測されている。室内温度は各階 12 箇所に設置された温度計

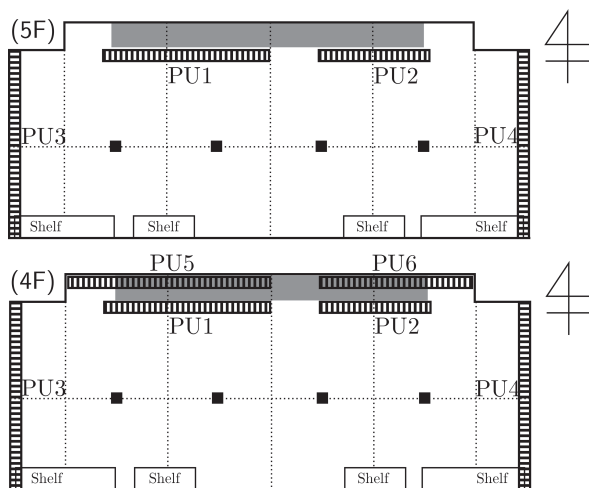


Fig. 5 Outlet ducts of HVAC units in perimeter zone of the target building. PU1 to PU4 are located on the ceiling and generate downward air flow. On the other hand, PU5 and PU6 are located near the floor and generate upward air flow

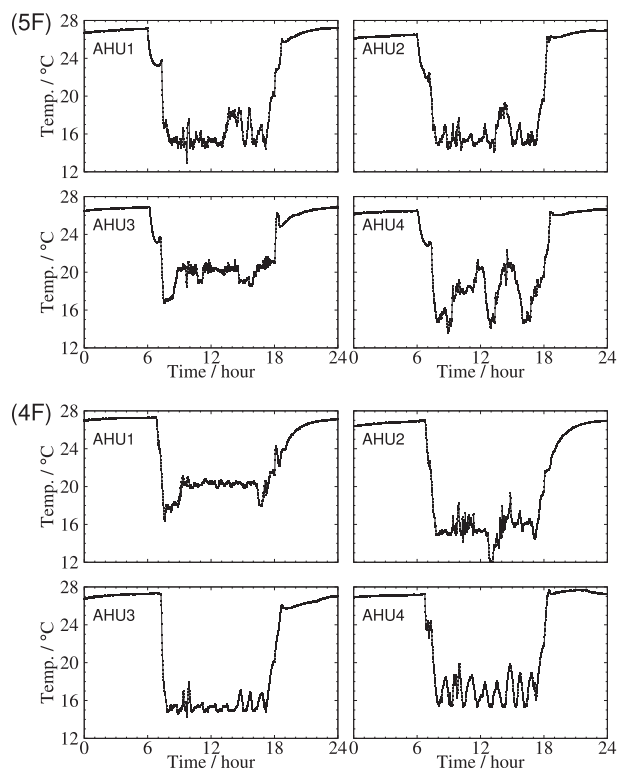


Fig. 8 Outlet temperature of AHUs sampled on August 1, 2014 (Fri.)

で実測されている。以後、これらの温度計を Fig.3 に示すように TH1-1 から TH4-3 と呼ぶ。TH1-1, TH2-3, TH3-1, および TH4-3 はそれぞれ壁および棚に設置されており、それ以外の温度計は柱に設置されている。給気風量は、VAV の給気風量として各階 12 箇所で実測されている。一方、給気温度は各階 4 つの AHU 内部で実測されている。また、局所向け空調に関しては、4 階の PU1, PU2 および 5 階の PU1 から PU4 の給気温度および風量のみが実測されている。

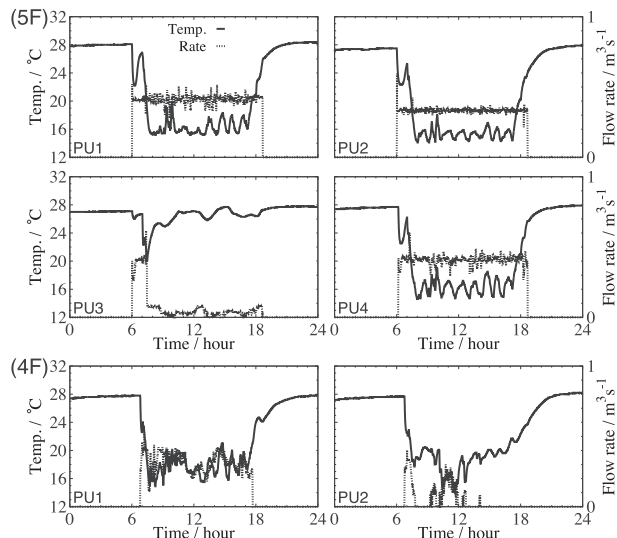


Fig. 9 Outlet temperature and volume of PUs sampled on August 1, 2014 (Fri.)

最後に、解析対象とする実測データを紹介する。ここでは 2014 年 8 月 1 日 (金) に実測されたデータを示す。Fig. 6 に 4 階および 5 階の室内温度を、Fig. 7 に VAV の給気風量を、Fig. 8 に AHU の給気温度データを示す。室内温度の変動に応じて給気温度および風量が変化しており、VAV 型の空調機が動作していることが確かめられる。たとえば、午前 8 時および午後 1 時付近において、5 階では TH2-1 から TH2-3 および TH4-1 から TH4-3 で室内温度が急変している (Fig.6 を参照)。これに応じて、当該時刻における AHU2 および AHU4 の給気風量が変化している (Fig.7 を参照)。また、Fig.8 を見ると、AHU4 の給気温度が上記の温度変動に応じて増減していることが確かめられる。さらに、Fig. 9 に PU の給気温度および風量を示す。各位置において給気温度および風量が異なっており、局所的な負荷に応じて空調が動作していることが確かめられる。

3. 温度データのクープマンモード分解

本章では、Fig.6~Fig.9 に示した実測データに KMD を適用し、データに内在する時空間振動モードを抽出する。KMD の詳細については第 1 部を参照されたい。第 1 部と同様に、Arnoldi 型アルゴリズム⁹⁾を用いて実測データ列 $\mathbf{X}[n] \in \mathbb{R}^M (n = 0, \dots, N-1)$ を以下のように有限級数へと分解する。

$$\begin{cases} \mathbf{X}[n] = \sum_{m=1}^{N-1} \tilde{\lambda}_m^n \tilde{\mathbf{V}}_m, & n \in \{0, \dots, N-2\} \\ \mathbf{X}[N-1] = \sum_{m=1}^{N-1} \tilde{\lambda}_m^{N-1} \tilde{\mathbf{V}}_m + \mathbf{R} \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $\tilde{\lambda}_m$ および $\tilde{\mathbf{V}}_m$ はクープマン固有値 (Koopman Eigenvalue: KE) およびクープマンモード (Koopman Mode: KM) と呼ばれる。また、 $\mathbf{R}$ は分解にあたり生じる剰余ベクトルで

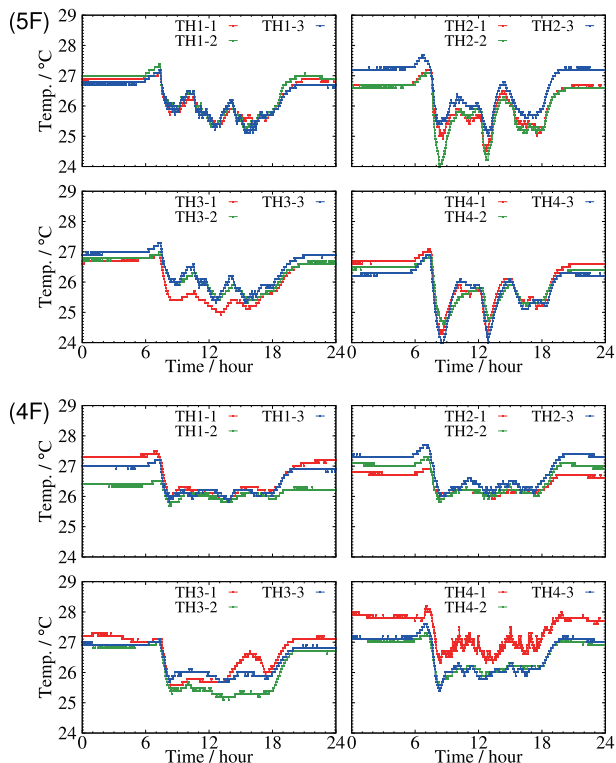


Fig. 6 In-room temperature sampled on August 1, 2014 (Fri.)

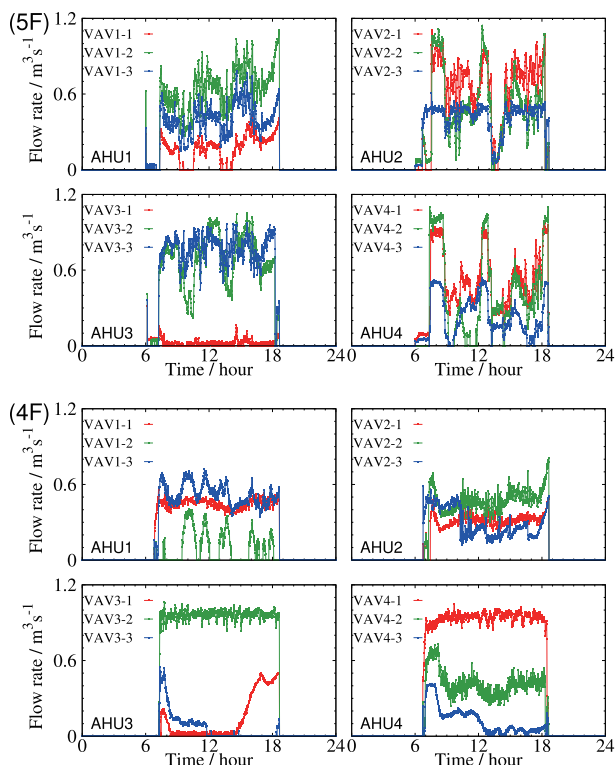


Fig. 7 Outlet volume of VAVs sampled on August 1, 2014 (Fri.)

あり、一般にそのノルムは小さい。

ここで、KMD の対象とするデータについて述べる。本論文では、午前 8 時から午後 17 時までの 9 時間を対象とし、室

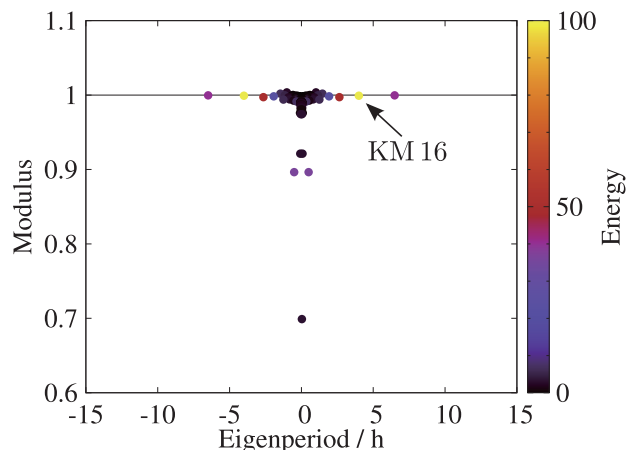


Fig. 10 Plot of Koopman spectrum with contained modal energy

内温度データ $T[n] \in \mathbb{R}^{24}$ (Fig. 6) と実測データから構成される熱入力 $P[n] \in \mathbb{R}^{24}$ ($n = 0, \dots, 540$) に対して KMD を適用する。この場合、 $X[n] = [T[n]^T P[n]^T]^T$ (添字 T はベクトルの転置) かつ $M = 48$, $N = 541$ (9 時間に相当) である。対象ビルに設置されている空調機は第 1 部の場合と異なり VAV 型であるため、下記のように給気風量の変化を考慮して解析を行なう。熱入力 $P[n]$ の各成分 $P_n[i_h]$ は Bulk convection⁶⁾ の形式から次式で与えられる。

$$P_n[i_h] = \frac{V_n^{(1)}[i_h] (T_n^{H,1}[i_1] - T_n[i_h])}{V_0[i_h]} + \frac{V_n^{(2)}[i_h] (T_n^{H,2}[i_h] - T_n[i_h])}{V_0[i_h]},$$

$$i_h := 3i_1 + i_2 - 3, \quad i_1 = 1, \dots, 4, \quad i_2 = 1, 2, 3 \quad (2)$$

ここで、 $T_n[i_h]$ は $TH_{i_1-i_2}$ の温度データ (すなわち $T[n]$ の成分)、 $V_n^{(1)}[i_h]$ は $VAV_{i_1-i_2}$ の給気風量データ (Fig. 7) を、 $T_n^{H,1}[i_1]$ は AHU_{i_1} の給気温度データ (Fig. 8) を表す。また、 $V_n^{(2)}[i_h]$ および $T_n^{H,2}[i_h]$ は PU1 から PU4 の給気風量および温度データ (Fig. 9) を表わしており、 $TH_{i_1-i_2}$ の位置に PU1 から PU4 のダクトがある場合のみ非零の値を取り、それ以外の位置では零となる。さらに、 $V_0[i_h]$ は $VAV_{i_1-i_2}$ の給気ダクト位置に対応するエリアの体積 (Fig. 3 の破線で囲まれた部分、たとえば影付きの領域を参照) を表す。

以上のデータセット $X[n]$ に KMD を適用した結果を示す。第 1 部と同様に、本論文では $KM \tilde{V}_m$ を以下の 2 成分に分解し検討する。

$$\tilde{V}_m = \begin{bmatrix} V_m^I \\ V_m^H \end{bmatrix} \quad (3)$$

ただし、 $V_m^I, V_m^H \in \mathbb{C}^{24}$ は KM の成分のうち、それぞれ室内温度 $T[n] \in \mathbb{R}^{24}$ と熱入力 $P[n] \in \mathbb{R}^{24}$ に対応する部分のモードベクトルである。 $X[n]$ が実数値ベクトルであるため、KE および KM には互いに複素共役なものが含まれる。以下では複素共役なモードベクトルの対をモード対 $\{m, m+1\}$

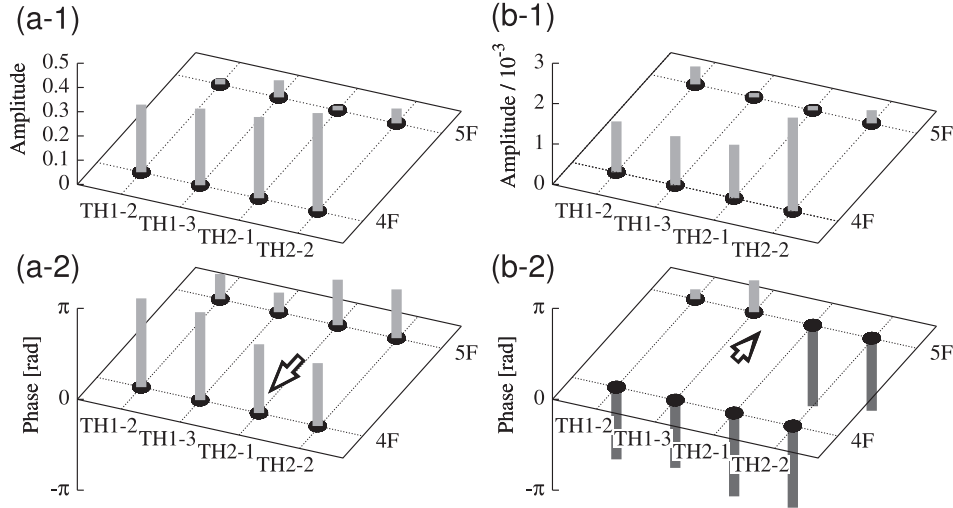


Fig. 11 Amplitude and phase of Koopman mode $\tilde{V}_{16}$ shown in Table 1: (a-1,a-2) V_{16}^I of atrium temperature, where the arrow represents the direction of the calculated wavenumber vector $\mathbf{k}_{16}^I$, and (b-1,b-2) V_{16}^H of outlet temperature, where the arrow represents the direction of the calculated wavenumber vector $\mathbf{k}_{16}^H$

Table 1 Koopman mode decomposition of the data measured on August 1, 2014 (Fri.)

$\{m, m+1\}$	$ \lambda_m $	T_m / h	$\ \mathbf{V}_m^I\ $	$\ \mathbf{V}_m^H\ $
$\{1, 2\}$	1.0036	1.014	2.68×10^{-2}	3.76×10^{-4}
$\{3, 4\}$	1.0019	1.466	8.59×10^{-2}	9.46×10^{-4}
$\{5, 6\}$	1.0001	0.583	3.00×10^{-2}	6.92×10^{-4}
7	1.0000	∞	1.27×10^2	4.63×10^{-2}
$\{8, 9\}$	0.9997	1.151	1.46×10^{-1}	1.86×10^{-3}
$\{10, 11\}$	0.9997	6.490	4.24×10^{-1}	6.01×10^{-3}
$\{12, 13\}$	0.9995	0.634	4.16×10^{-2}	7.30×10^{-4}
$\{14, 15\}$	0.9992	0.381	4.83×10^{-2}	8.39×10^{-4}
$\{16, 17\}$	0.9991	3.999	1.06	7.66×10^{-3}
$\{18, 19\}$	0.9989	0.272	3.45×10^{-2}	7.38×10^{-4}

と呼ぶ。Table 1 に各モード対に関する諸量を、 $|\tilde{\lambda}_m|$ が大きい順に示す。ただし $\|\cdot\|$ はベクトルノルムである。また、固有周期 T_m は以下で求められる。

$$T_m = \frac{2\pi\Delta t}{|\text{Im}[\ln \tilde{\lambda}_m]|} \quad (4)$$

ここで、 Δt はサンプリング周期で 1 分である。KE が 1 の KM 7 は元データ中のバイアス成分に対応する。それ以外の KM のうち、KE が 1 に近かつノルムの大きいモード対 $\{16, 17\}$ を元データ中の支配的なモードとして見なす。元データ中には、固有周期 $T_{16} = 3.999$ h に近い振動成分が確認され、本モード対はこの成分に対応すると考えられる（詳細は付録 A の周波数スペクトルを参照）。なお、モード対 $\{10, 11\}$ もノルムが大きい、固有周期 $T_{10} = 6.490$ h に対応する成分は元データ中に見受けられないため、本論文では検討対象とはしない（詳細は付録 A の周波数スペクトルを参照）。

つぎに、すべての KM に関する諸量を示す。Fig. 10 に各 KM の固有周期 T_m 、絶対値 $|\tilde{\lambda}_m|$ 、エネルギー E_m を示す。ここで、KM のエネルギー E_m は振動応答の 2 乗積分に基づき次式で与える。

$$E_m = \sum_{n=0}^{N-1} \|\text{Re}[\tilde{\lambda}_m^n \tilde{V}_m]\|^2 \quad (5)$$

なお、各 KM の振動応答の部分 $\mathcal{S}_{N_p}[n] := \sum_{m=1}^{N_p} \text{Re}[\tilde{\lambda}_m^n \tilde{V}_m]$ ($N_p \in \{1, \dots, N-1\}$) を求めたところ、元データとの間の 2 乗積分誤差 $\sum_{n=0}^{N-1} \|\mathbf{X}[n] - \mathcal{S}_{N_p}[n]\|^2$ が N_p の増加に伴い 0 に近づくことを確認した。よって、(5) 式のエネルギーは、各 KM の元データに対する寄与の評価指標として妥当であるとえられる。モード対 $\{16, 17\}$ を見ると、 $|\tilde{\lambda}_m|$ がほぼ 1 でありかつエネルギーが最も大きく、支配的なモードであることが確かめられる。

続いて、上記の支配的な KM の振幅および位相の空間分布を示す。Fig. 11(a-1,a-2) に抽出した KM V_{16}^I の振幅および位相を、Fig. 11(b-1,b-2) に KM V_{16}^H の振幅および位相をそれぞれ示す。ただし、アトリウムに接する位置 TH1-2, TH1-3, TH2-1, および TH2-2 での成分のみを示している。図中の矢印は、 V_{16}^I および V_{16}^H に対応する波数ベクトル $\mathbf{k}_{16}^I$ および $\mathbf{k}_{16}^H$ を東西方向 × 高さ方向の 2 次元平面に射影したものに対応する（算出方法は第 1 部を参照）。Fig. 11(a-1,b-1) 共に 4 階で振幅が大きくなっていることから、各位置の温度が空調給気に応じて変動していると考えられる。また、Fig. 11(a-2) からわかるように KM V_{16}^I の位相には空間的な差異が存在する。これはアトリウムを介して波数ベクトル $\mathbf{k}_{16}^I$ の方向の熱移動が生じていることを表わしている。さらに、Fig. 11(b-2) の位相分布は Fig. 11(a-2) と対応しておらず、かつ波数ベクトル $\mathbf{k}_{16}^H$ が $\mathbf{k}_{16}^I$ の反対方向であることから、ビル内に分散配置された空調機群が上記熱移動を打ち消そうと動作していることが推察される。なお、この空調機群の動作は各空調機のローカルな制御により出現したものであり、アトリウム全体

の熱移動を陽に考慮したグローバルな空調制御として意図したものではない。よって、熱移動を完全に打ち消すことはできず、結果としてモード対 $\{16, 17\}$ が顕在化したものと考えられる。

4. 熱移動の物理メカニズムと数理モデル —低波数成分による移流

本章では、階ごとの空間スケールで粗視化したアトリウム内の熱移動ダイナミクスのモデル化を行なう。第 1 部で述べたように、階間高さに対応する粗視化スケール L_c を用いて、流速 $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ は次式のように高波数成分と低波数成分に分解される。

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_H(\mathbf{r}) + \mathbf{u}_L(\mathbf{r}) \quad (6)$$

ここで

$$\mathbf{u}_H(\mathbf{r}) = \sum_{\|\mathbf{k}\| \geq k_c} \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_L(\mathbf{r}) = \sum_{0 < \|\mathbf{k}\| < k_c} \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (8)$$

であり、 $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})$ は流速場の波数成分、 $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$ は波数ベクトルを表わす。なお、 $k_c = 2\pi/L_c$ は粗視化スケールに対応する波数であり、階間高さ L_c よりも波長の大きな成分と波長の小さな成分を区別するために導入される。第 1 部では、アトリウム内で $\mathbf{u}_H$ が支配的となる場合を対象に、熱移動の有効熱拡散としての表現を試みた。本論文の第 2 部では、 $\mathbf{u}_L$ が支配的となる場合を対象に、熱移動を移流方程式としてモデル化する。

まず、流速場の構造を考慮し、ビル内の領域を分割する。本論文では、Fig. 12 に示すように、ビル内の空間 $S \subset \mathbb{R}^3$ をアトリウムを表わす領域 $S_{\text{atr}} \subset \mathbb{R}^3$ と室内を表わす領域 $S_{\text{ofc4}}, S_{\text{ofc5}} \subset \mathbb{R}^3$ に分割する。そして、アトリウムと室内に対して異なる数理モデルを導出する。すなわち、本論文では、第 1 部⁷⁾の場合と異なり室内 S_{ofc4} および S_{ofc5} での熱移動ダイナミクスを考慮したアトリウム内熱移動ダイナミクスの解析を行なう。これは、5 章でモデルパラメータの同定を行なうにあたり、室内からの熱入力によるアトリウム内温度分布への効果を正確に反映させるためである。ビル内に設置されている空調機はすべて VAV 型であり (2 章を参照)、アトリウムに流入する熱量は時空間的に大きく変動する。これら

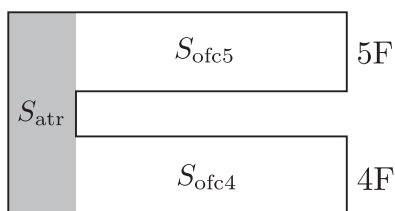


Fig. 12 Target region $S \in \mathbb{R}^3$ and its subsets S_{atr} , S_{ofc4} , and S_{ofc5}

の影響を陽に考慮するべく、本論文ではアトリウム内 S_{atr} だけでなく室内 S_{ofc4} および S_{ofc5} の熱ダイナミクスを同時に扱い、アトリウムにおける熱移動のパラメータ同定を行なう。

つぎに、アトリウム内熱移動の具体的なモデル化について説明する。内部に空調給気ダクトを有する機械換気型アトリウムでは、流速場において階間高さよりスケールの大きな成分 $\mathbf{u}_L$ が支配的だと考えられる。よって、アトリウム内の位置 $\mathbf{x} := (x, z)^T$ および時刻 t における 2 次元温度分布 T はつぎの移流方程式に従う。

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_L(\mathbf{x}) \cdot \nabla \right\} T(\mathbf{x}, t) = \frac{P_{\text{HVAC}}(\mathbf{x}, t) + e(\mathbf{x}, t)}{\rho c_p}, \quad \mathbf{x} \in A \subset \mathbb{R}^2 \quad (9)$$

ここで、 ∇ は座標 $\mathbf{x}$ に関するベクトル微分作用素、 P_{HVAC} は空調機による単位時間および単位体積あたりの熱入力、 e はそのほか熱源および室内熱ダイナミクスに起因する熱入力、 ρ および c_p は空気密度および定圧比熱、 A はアトリウム内を表わす 2 次元領域 (幅方向 $\times$ 高さ方向) である。ただし、分子熱拡散係数は一般に小さいことから拡散項の寄与を無視した。今、階間スケールで粗視化した熱ダイナミクスを扱うため、面積 $|A_c|$ を有する有界領域 $A_c \subset A$ で粗視化したパラメータ U_x および U_z をつぎのように導入する。

$$U_x = \frac{1}{|\partial A_{cx}|} \int_{\partial A_{cx}} \mathbf{u}_L(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_1 ds, \quad x = x_1, x_2 \quad (10)$$

$$U_z = \frac{1}{|\partial A_{cz}|} \int_{\partial A_{cz}} \mathbf{u}_L(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_2 ds, \quad z = z_1, z_2 \quad (11)$$

ここで、 ∂A_{cx} および ∂A_{cz} は領域 A_c の境界要素、 $|\partial A_{cx}|$ および $|\partial A_{cz}|$ はその長さ、 $\mathbf{n}_1$ および $\mathbf{n}_2$ は x 軸正方向および z 軸正方向の単位ベクトルである (Fig. 13 を参照)。(10) および (11) 式では領域 A_c に対して垂直な流入出力を評価している。 $\mathbf{u}_L$ は領域 A_c よりも大きな空間スケールを有していることから、非垂直成分、すなわち非対角成分を用いることなく垂直成分のみを用いて移流項の寄与を評価できる。本論文では、 U_x および U_z を有効流速と呼ぶ。

最後に、事務室内 S_{ofc4} および S_{ofc5} での熱移動ダイナミクスのモデル化を行ない、5 章の同定に用いる数理モデルを導出する。まず、室内熱移動のモデル化について説明する。室内の流速場においては、粗視化領域 (Fig. 3 中の破線で囲まれた各給気エリア) よりも小さなスケールの成分が支配的であると考えられる。これは、対象の室内では給気ダクトが各給気エリアごとに 6 個程度設置されていることによる。給気ダクトは天井面から下向きに給気を行っており、これにより給気ダクト間隔程度のスケールを有する渦が誘起される^{5), 10)}。このとき、室内熱移動は粗視化により拡散として表現される (詳細は第 1 部⁷⁾ および文献 11), 12) を参照)。以上を踏まえると、位置 $\mathbf{r} \in S$ および時刻 t におけるビル内温度分布 T はつぎのように表わされる。

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}(\mathbf{x}_1) \cdot \nabla_1 \right\} T(\mathbf{x}_1, t) = \frac{P_{\text{HVAC}}(\mathbf{x}_1, t) + e(\mathbf{x}_1, t)}{\rho c_p},$$

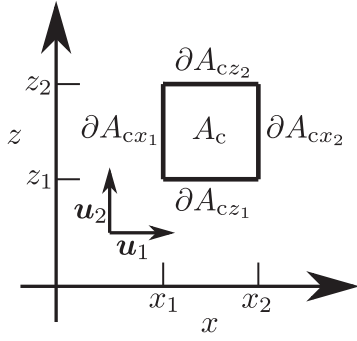


Fig. 13 The domain A_c used for coarse-graining and its boundaries ∂A_{cx} and ∂A_{cz} , where $\mathbf{u}_1$ and $\mathbf{u}_2$ are the unit vectors in the directions of x and z , respectively

$$\mathbf{x}_1 = [x_1, z_1]^T, \mathbf{r} = [x_1, y_1, z_1]^T \in S_{\text{atr}} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} T(\mathbf{x}_2, t) &= D_e(\mathbf{x}_2) \Delta_2 T(\mathbf{x}_2, t) \\ &\quad + \frac{P_{\text{HVAC}}(\mathbf{x}_2, t) + e(\mathbf{x}_2, t)}{\rho c_p}, \\ \mathbf{x}_2 &= [x_2, y_2]^T, \mathbf{r} = [x_2, y_2, z_2]^T \in S_{\text{ofc4}} \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} T(\mathbf{x}_3, t) &= D_e(\mathbf{x}_3) \Delta_3 T(\mathbf{x}_3, t) \\ &\quad + \frac{P_{\text{HVAC}}(\mathbf{x}_3, t) + e(\mathbf{x}_3, t)}{\rho c_p}, \\ \mathbf{x}_3 &= [x_3, y_3]^T, \mathbf{r} = [x_3, y_3, z_3]^T \in S_{\text{ofc5}} \quad (14) \end{aligned}$$

ここで、 $\nabla_1 := [\partial/\partial x_1, \partial/\partial z_1]^T$, $\Delta_2 := \partial^2/\partial x_2^2 + \partial^2/\partial y_2^2$, $\Delta_3 := \partial^2/\partial x_3^2 + \partial^2/\partial y_3^2$ である。また、 D_e は有効拡散係数^{7), 11), 12)}と呼ばれ、小スケール流速場による熱移動を表するパラメータである。(12) 式では、アトリウム奥行が幅および高さとは比べ小さいことから、奥行 y を無視した 2 次元熱移動に着目している。また、(13) 式および (14) 式では、室内の高さが幅および奥行と比べ小さいことから、高さ z を無視した 2 次元熱移動に着目したモデル化を行なっている。

5. モデルパラメータの同定

本章では、Fig. 2 のアトリウムを対象に前章の数値モデルの実装を行ない、実測データに基づくモデルパラメータの同定を行なう。

5.1 数値モデルの実装

本節では、数値モデルの実装を行なう。まず、空間方向の離散化方法について説明する。つぎに、上記離散化のもとで数値モデルを実装し、その妥当性について定量的に検討する。対象とするアトリウムは内部に空調給気ダクトを有しており(2 章を参照)、それにより階間に渡る層流成分が発生する。よって、粗視化スケール L_c を階間高さから 4.2m とおくと、アトリウム内の流速場では低波数成分 $\mathbf{u}_L$ が支配的であると推測される。以下では、実測データの KMD を基に離散化した方程式を検討する。

まず、空間方向の離散化方法について述べる。本論文では、インデックス $i \in \{1, \dots, 6\}$ (東西方向), $j \in \{1, 2\}$ (南北方向), $k \in \{1, 2\}$ (高さ方向), $n = 0, \dots, N-1$ (時刻) を

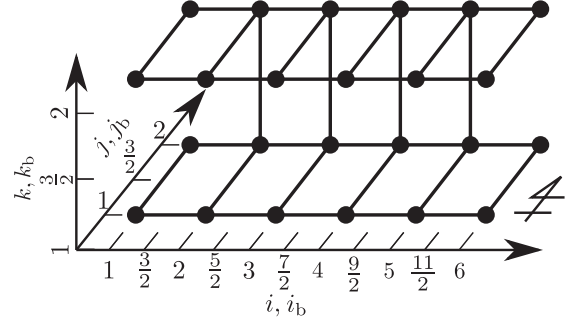


Fig. 14 Nodes and branches for space-discretization. The integer indices i, j , and k stand for the length x , width y , and height z , respectively. The fractional indices i_b, j_b , and k_b stand for the branch between nodes $[i, j, k]$

用いて位置および時系列を表現した。また、第 1 部と同様にスタガード型の長方形格子¹³⁾を用いた。Fig. 14 に離散化したノードおよび枝を示す。図中の丸印は各ノードを、実線はノード間の枝を表わす。そして、これらの枝の上にパラメータを定義する。 k 方向の枝が $[i, j] = [2, 2], [3, 2], [4, 2], [5, 2]$ の 4 点のみに定義されているのは、 z 方向の熱ダイナミクスとしてこれらの枝に対応するアトリウムを介した熱移動のみに着目するためである。

つぎに、(12) 式、(13) 式および (14) 式の離散化形式を下記のとおりに実装する(複号同順)。

$$\begin{aligned} \frac{T[i, j, k, n+1] - T[i, j, k, n]}{\Delta t} &= \sum_{i_b=i \pm \frac{1}{2}} D_{i_b, j, k} \frac{T[i \pm 1, j, k, n] - T[i, j, k, n]}{(\Delta x_{i_b, j, k})^2} \\ &\quad + \sum_{j_b=j \pm \frac{1}{2}} D_{i, j_b, k} \frac{T[i, j \pm 1, k, n] - T[i, j, k, n]}{(\Delta x_{i, j_b, k})^2} \\ &\quad + \sum_{k_b=k \pm \frac{1}{2}} U_{i, j, k_b} \frac{\pm T[i, j, k \mp 1, n] \pm T[i, j, k, n]}{2 \Delta x_{i, j, k_b}} \\ &\quad + \frac{P_{\text{HVAC}}[i, j, k, n] + e[i, j, k, n]}{\rho c_p} \quad ([i, j] \in \{2, 3, 4, 5\} \times \{2\}) \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{T[i, j, k, n+1] - T[i, j, k, n]}{\Delta t} &= \sum_{i_b=i \pm \frac{1}{2}} D_{i_b, j, k} \frac{T[i \pm 1, j, k, n] - T[i, j, k, n]}{(\Delta x_{i_b, j, k})^2} \\ &\quad + \sum_{j_b=j \pm \frac{1}{2}} D_{i, j_b, k} \frac{T[i, j \pm 1, k, n] - T[i, j, k, n]}{(\Delta x_{i, j_b, k})^2} \\ &\quad + \frac{P_{\text{HVAC}}[i, j, k, n] + e[i, j, k, n]}{\rho c_p} \quad (\text{otherwise}) \quad (16) \end{aligned}$$

ここで、インデックス i, j, k, n はそれぞれ位置 x, y, z および時刻 t に対応する。(15) 式および (16) 式の右辺第 1 項および第 2 項は室内 x - y 平面における有効熱拡散を表わし、(15) 式の右辺第 3 項はアトリウム内 z 軸方向の移流を表わす。ま

た、下付き添字を有するパラメータ U および D は各枝における有効流速 U_z および有効熱拡散係数 D_e を、 Δx は空間刻みまたは面積・境界長比 $|A_c|/|\partial A_{cx}|$ および $|A_c|/|\partial A_{cz}|$ を表わす。(15) 式が移流拡散方程式の形をしているのは、ノード $[i, j] \in \{2, 3, 4, 5\} \times \{2\}$ に対応する領域が S_{atr} , S_{ofc4} および S_{ofc5} の部分集合を含むためである。すなわち、(15) 式の解は、(12) 式の解と (13) 式または (14) 式の解を当該領域で空間平均したものに相当する。なお、(15) 式では、 ∂A_{cz} に相当する枝での温度 T を両端ノードの平均とすることにより右辺第 3 項を表わした。さらに、室内およびアトリウム内の空調機の給気風量を参考に、 x 軸方向の移流成分を同方向の有効熱拡散成分 ((15) 式の右辺第 1 項) と比べて値が小さいとして無視した。

最後に、(15) 式の移流項が (12) 式の移流項の妥当な離散化表現かどうかを確認する。当該移流項のクーラン数 N_c ¹⁴⁾ はつぎのように表わされる。

$$N_c := U \frac{\Delta t}{\Delta x} \simeq 0.1 \text{ m/s} \times \frac{1 \text{ min}}{21 \text{ m}} = 0.29 \quad (17)$$

ここで、 U の代表値として 0.1 m/s を用いた (詳細は 5.3 節の同定結果を参照)。クーラン数 N_c が 1 以下であることから、文献 14) より離散化スキーム (15) の移流項は数値的に安定であり、本移流項は (12) 式の移流項の妥当な離散化表現と考えられる。

5.2 パラメータ算出法

本節では、KMD を用いた有効流速の算出法を説明する。第 1 部と同様に、ノード $[i, j, k]$ のアトリウム温度 T に対応する $\mathbf{KM} \mathbf{V}_m^I$ の成分を $v_m[i, j, k]$ 、熱入力 P_{HVAC} に対応する $\mathbf{V}_m^H$ の成分を $u_m[i, j, k]$ とおき、各 KM の応答に対して (15) 式および (16) 式が成立すると考える。さらに、KM の固有周期に対応する成分が空調以外の熱源に由来しないとし、外力 e を無視する (室内熱ダイナミクスの熱移動への寄与に関しては後述)。以上より、(15) 式および (16) 式において、 T および P_{HVAC} を $\tilde{\lambda}_m^n v_m$ および $\tilde{\lambda}_m^n u_m$ に置き換え両辺を $\tilde{\lambda}_m^n$ で除すると次式を得る (複合同順)。

$$\begin{aligned} \nu_m v_m = & \sum_{i_b=i \pm \frac{1}{2}} D_{i_b, j, k} \frac{v_m[i \pm 1] - v_m}{(\Delta x_{i_b, j, k})^2} \\ & + \sum_{j_b=j \pm \frac{1}{2}} D_{i, j_b, k} \frac{v_m[j \pm 1] - v_m}{(\Delta x_{i, j_b, k})^2} \\ & + \sum_{k_b=k \mp \frac{1}{2}} U_{i, j, k_b} \frac{\pm v_m[k \mp 1] \pm v_m}{2 \Delta x_{i, j, k_b}} \\ & + u_m ([i, j] \in \{2, 3, 4, 5\} \times \{2\}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \nu_m v_m = & \sum_{i_b=i \pm \frac{1}{2}} D_{i_b, j, k} \frac{v_m[i \pm 1] - v_m}{(\Delta x_{i_b, j, k})^2} \\ & + \sum_{j_b=j \pm \frac{1}{2}} D_{i, j_b, k} \frac{v_m[j \pm 1] - v_m}{(\Delta x_{i, j_b, k})^2} \\ & + u_m (\text{otherwise}) \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 $\nu_m := \ln[\tilde{\lambda}_m]/\Delta t$ は m 次 KM の角周波数である。変数 u_m および v_m のインデックスの内 i, j, k と一致するものは省略した。また、 $i = 1, 6$, $j = 1, 2$ および $k = 1, 2$ での境界条件はノイマン型とし、 v_m の差分を 0 とした。本条件は、アトリウム外部からの熱入力が零であることに相当し、外気温度および日射量データ中に固有周期 $T_{16} = 3.999 \text{ h}$ に対応する成分が含まれていないことによる。(18) 式および (19) 式を U および D_e について解くことで移流特性を同定する。

さらに、物理的に妥当な解を探すための拘束条件を考える。室内において隣り合う枝同士は同一の VAV から給気の影響を受けていることから、枝 $[i, j_b, k]$ における D_e を次式のような加重平均で与える。

$$\begin{aligned} D_{i, j+1/2} = & \frac{\Delta x_{i+1/2, j} D_{i+1/2, j} + \Delta x_{i-1/2, j} D_{i-1/2, j}}{2(\Delta x_{i+1/2, j} + \Delta x_{i-1/2, j})} \\ & + \frac{\Delta x_{i+1/2, j+1} D_{i+1/2, j+1} + \Delta x_{i-1/2, j+1} D_{i-1/2, j+1}}{2(\Delta x_{i+1/2, j+1} + \Delta x_{i-1/2, j+1})} \end{aligned} \quad (20)$$

ただし添字 k は省略した。(20) 式の右辺第 1 項はノード $[i, j]$ での有効熱拡散係数を隣り合う枝での値の平均値として表わしたものである。第 2 項も、ノード $[i, j+1]$ での有効熱拡散係数を同様に表わしたものである。これを平均することで、枝 $[i, j+1/2]$ での有効熱拡散係数とした。以上の 1 次方程式 (18), (19) および (20) を連立して解くことで U および D_e を算出する。

最後に、上記手法と一般的なフーリエ解析に基づく手法との違いについて補足する。対象とする力学系が線形である場合は、古典的なフーリエ解析を用いることで本論文と同様のパラメータ同定を行なうことが可能である。本論文の場合は、対象とする移流方程式 (12) および拡散方程式 (13), (14) は線形であるものの、熱入力 P は方程式の従属変数である温度 T に関する非線形特性を有する。これは、熱入力 P の決定に計測された温度 T がフィードバック信号として用いられており、かつこの P の決定過程に空調機動作の非線形特性 (飽和特性、オンオフ特性など) が含まれるためである¹⁵⁾。上記の非線形性を考慮すると解析対象の移流方程式 (12) および拡散方程式 (13), (14) は非線形となるため、フーリエ変換の正規直交系を用いてデータを単一周期でかつ非干渉なモードへ分解することは困難と考えられる。一方、KMD に基づく提案手法では、上記の非線形性を考慮した上で単一周期で振動するモードダイナミクスの数理モデル (18) および (19) を導くことができる。

5.3 結果および考察

5.2 節で述べた方法で有効流速 U を算出する。算出には 3 章で述べた代表的な KM $\tilde{\mathbf{V}}_{16}$ を用いた。固有周期 $T_{16} = 3.999 \text{ h}$ は固体構造を介した熱移動の時定数よりもはるかに小さい。また、外気温中に対応する周期成分が含まれていないことから、外力 e の影響は排除できる。(20) 式は、 $[i, j, k] \in \{1, \dots, 6\} \times \{1\} \times \{1, 2\}$ の 12 点で用いた。なお、

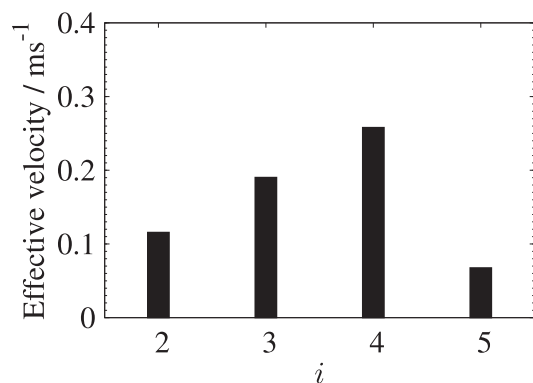


Fig. 15 Calculated velocity at $[i, 2, 3/2]$ ($i = 2, \dots, 5$)

5.2 節の定式化では U を一意に求めることができなかったため、求解には擬逆行列を用いた。

Fig. 15 に各データに対する高さ方向の枝 $[i, 2, 3/2]$ ($i = 2, \dots, 5$) における有効流速 U の算出結果を示す。ただし、5 階から 4 階への向きを正としている。算出値はいずれの位置においても 0.1 m/s から 1 m/s のオーダーとなっている。空調機 PU1 および PU2 の給気風量から概算される速度は 3 m/s であり算出値とオーダーが近く、これは対象のアトリウムでは空調給気に起因する低波数成分 u_L による寄与が支配的であることを示している。また、すべての位置で有効流速の値が正であり、5 階から 4 階への空間平均的な流れが存在していることがわかる。これは、データを取得した時期のアトリウム内では空調が冷房運転でかつ給気方向が下向きであり (2 章を参照)、下降気流が支配的になる事実を反映した結果である。

つぎに U の空間依存性について検討する。Fig. 15 を見ると、 U は $i = 4$ で大きい値となっている。これは対象アトリウムの構造に起因していると考えられる。 $i = 4$ の位置にはほかの位置と異なり階段があり、上の階と天井に仕切られることなく接続されている。このため、ほかの位置と異なり上階からの成分が重畳し下降気流が卓越し、算出結果はこれを反映したものと考えられる。

以上より、実測データの KMD 結果を用いることで、アトリウムを介した移流による部屋間熱移動をモデル化することができた。

6. おわりに

本論文ならびに第 1 部となる先行論文⁷⁾の目的は、ビル内アトリウムにおける熱移動ダイナミクスのモデル化を行なうことにあった。この第 2 部では、まず、アトリウム内において大スケール流速場が支配的となる場合を対象に、部屋間の熱移動を有効熱拡散項を用いてモデル化した。つぎに、それらの数値モデルを離散化し、実測データより KMD によって抽出した支配的な時空間応答を考慮することで熱移動に寄与するパラメータを算出することを提案した。算出した特性は対象とした流速場およびビル内の構造を反映したものであり、提案方法の妥当性が確かめることができた。第 1 部の結果と

合わせると、熱移動ダイナミクスを表現する数値モデルのパラメータを実測データの KMD に基づき同定することで、実測データからアトリウム内の流速場の構造を把握することが可能となり、モデル化の対象となるビルを問わず熱移動の定量的な特性評価が可能であることが示された。

最後に、提案したモデル化の適用結果はいずれも空調機の運転状態や建物構造を反映したものであった。よって、本モデル化は空調システムの設計段階においてアトリウム内の熱ダイナミクスの空調運用への影響を把握する上で有用である。特に、第 1 部と第 2 部のそれぞれのモデル化手法の適用結果を比較することにより、アトリウム内流速場の構造を空間スケールも含めた形で把握することができ、空調システムの性能評価につながるものと考えられる。さらに、CFD 解析を用いないため本モデル化の計算負荷は小さく、実時間での空調制御および異常検知への応用が期待でき、今後の課題として挙げられる。

謝辞 Fig. 1, Fig. 4 の写真を含む、実建物に関するデータをご提供いただくとともに、本論文の解析についてご議論いただきました総田長生様、西口純也様、古賀圭様 (アズビル株式会社) に心より感謝申し上げます。なお、本研究の一部は JST, CREST のサポートの下で行なわれた。

参考文献

- 1) A.I. Dounis and C. Caraiscos: Advanced Control Systems Engineering for Energy and Comfort Management in a Building Environment—A Review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **13**-6, 1246/1261 (2009)
- 2) 総田, 平田, 瀬川: 業務用建物・工場における省エネルギー技術動向, システム/制御/情報, **55**-6, 227/233 (2011)
- 3) Z. Ren and J. Stewart: Simulating Air Flow and Temperature Distribution inside Buildings Using a Modified Version of COMIS with Sub-zonal Divisions, *Energy and Buildings*, **35**-3, 257/271 (2003)
- 4) W. Zhang, K. Hiyama, S. Kato and Y. Ishida: Building Energy Simulation Considering Spatial Temperature Distribution for Nonuniform Indoor Environment, *Building and Environment*, **63**, 89/96 (2013)
- 5) 大澤, 原, 古賀, 本田, 総田: 時空間マルチスケールモデリングによる室内空調の最適制御, 計測自動制御学会制御部門大会予稿集, **13**, 8F3/5 (2013)
- 6) J.L.M. Hensen and R. Lamberts (eds.): *Building Performance Simulation for Design and Operation*, Spon Press (2011)
- 7) 河野, 薄, 林田, 引原: ビル内アトリウムの熱移動モデリングへのクープマンモード分解の適用—I—小スケール流速場による有効熱拡散, 計測自動制御学会論文集, **53**-2, 123/133 (2017)
- 8) I. Mezić: Spectral Properties of Dynamical Systems, Model Reduction and Decompositions, *Nonlinear Dynamics*, **41**-1, 309/325 (2005)
- 9) C.W. Rowley, I. Mezić, S. Bagheri, P. Schlatter and D.S. Henningson: Spectral Analysis of Nonlinear Flows, *Journal of Fluid Mechanics*, **641**, 115/127 (2009)
- 10) J.R. Schreiner (ed.): *ASHRAE Handbook: Fundamentals*, American Society of Heating, Refrigerating and Air-conditioning Engineers (1985)
- 11) M. Avellaneda and A.J. Majda: An Integral Representation and Bounds on the Effective Diffusivity in Passive Advection by Laminar and Turbulent Flows, *Communica-*

- tions in Mathematical Physics, **138**-2, 339/391 (1991)
- 12) A. Fannjiang and G. Papanicolaou: Convection Enhanced Diffusion for Periodic Flows, SIAM Journal on Applied Mathematics, **54**-2, 333/408 (1994)
 - 13) C.W. Hirt and B.D. Nichols: Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, Journal of Computational Physics, **39**-1, 201/225 (1981)
 - 14) 藤井孝蔵: 流体力学の数値計算法, 東京大学出版会 (1994)
 - 15) 高橋隆勇: 実用 空調設備の自動制御, オーム社 (2003)
 - 16) Y. Susuki and I. Mezić: Nonlinear Koopman Modes and Coherency Identification of Coupled Swing Dynamics, IEEE Transactions on Power Systems, **26**-4, 1894/1904 (2011)

《付 録》

A. 温度データの周波数スペクトル

本付録では, 3 章で解析対象とした温度データ $T[n] \in \mathbb{R}^{24}$ ($n = 0, \dots, 540$) に対するフーリエ変換結果を示す. **Fig. A.1** に, 各階の温度時系列データに離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform: DFT) を適用することで得られた周波数スペクトルを示す. いずれの位置においても, 周期 4.50 時間で周波数スペクトルのピークが確認できる. 周期 9.00 時間においてもピークが確認できるものの, これはデータのサンプリング区間に対応するトレンド成分である. ここで, 代表的なモード対 $\{10, 11\}$ および $\{16, 17\}$ との関連について考える. $T_{16} = 3.999$ h は上記の周期 4.50 時間と近く, モード対 $\{16, 17\}$ は元データ中の当該周期成分に対応すると考えられる. なお, T_{16} が上記周期と厳密に一致しない

のは, サンプリング区間が短い (すなわち周波数に関する解像度が低い) ことに加えて, 解析対象の時系列データが表わすダイナミクスが過渡的であることに起因すると考えられる. 文献 16) によると, 力学系の有するアトラクタ上のダイナミクスに対して, フーリエスペクトルのピーク周波数とクープマン作用素の離散スペクトルから求まる周波数が一致することが理論的に示される. ここで, 本論文で対象とするデータの表わすダイナミクスは過渡的なものであるため, フーリエスペクトルと KMD から得られる周期の不一致が発生したと推測される. また, $T_{10} = 6.490$ h と近い周期のピークがスペクトルにおいて確認されないため, モード対 $\{10, 11\}$ は元データ中の振動成分に対応しないと推測される.

[著 者 紹 介]

河 野 洋 平



2016 年京都大学大学院電気工学専攻修士課程修了. 同年 (株) 日立製作所入社, 現在に至る. 在学時はビル内熱ダイナミクスに関する研究に従事. 第 58 回自動制御連合講演会優秀発表賞を受賞.

薄 良 彦 (正会員)



2005 年京都大学大学院工学研究科電気工学専攻博士後期課程修了. 同年京都大学助手, 2007 年助教, 2011 年講師, 2016 年大阪府立大学准教授となり現在に至る. 2008~2010 年, 米国カリフォルニア大学サンタバーバラ校機械工学科客員研究員. 応用非線形ダイナミクス, 電力・エネルギーシステム, 制御技術に関する研究に従事. 博士 (工学). システム制御情報学会学会賞論文賞 (2009, 2015 年度) などを受賞. システム制御情報学会, 電気学会, 電子情報通信学会, IEEE, SIAM などの会員.

引 原 隆 士



1987 年京都大学大学院工学研究科電気工学専攻博士後期課程研究指導認定退学. 関西大学を経て, 97 年京都大学助教授, 2001 年同教授となり現在に至る. この間 93~94 年米国コーネル大学客員研究員. パワーエレクトロニクス, 非線形力学の工学的応用, MEMS の研究, 情報通信・エネルギー統合技術の研究開発などに従事. 京都大学工学博士. システム制御情報学会, 電気学会, 電子情報通信学会 (フェロー), APS, SIAM, IEEE などの会員.

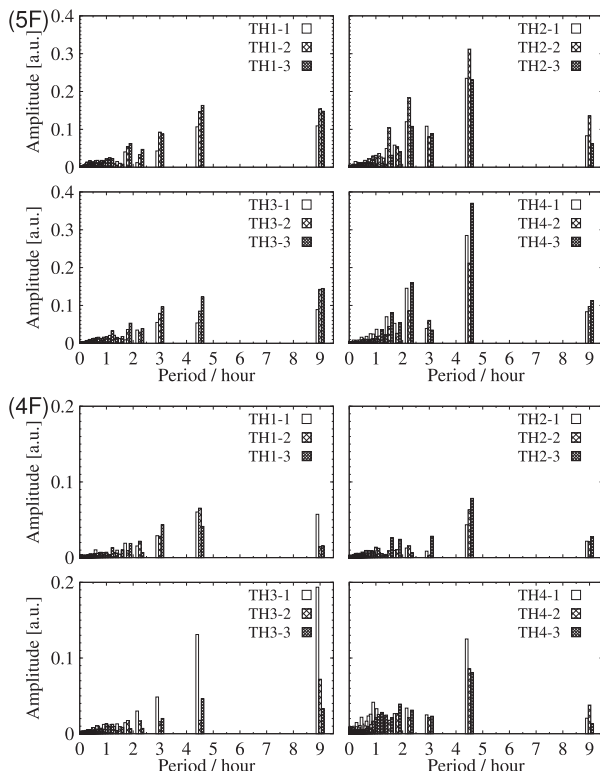


Fig. A.1 Frequency spectrum of time-series data $T[n]$ on in-room temperature