

§1. 序論

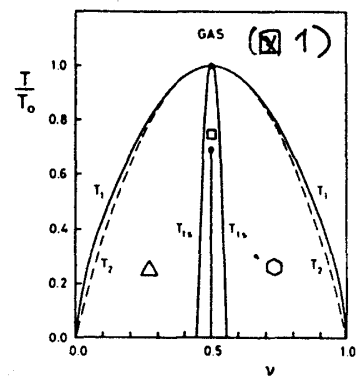
Si-MOS 反転層で発見された量子ホール効果は、一様論の範囲では理論的研究が進み、 $\sigma_{xx}=0$ の場合には $\sigma_{xy} = -\frac{e^2}{h} \times (\text{整数})$ という性質が、乱雑さのある系でも成立することが示されている。^{1,2)} 分子線蒸気成長法で作られた GaAs-Al_xGa_{1-x}As ヘテロ接合では、二次元電子の移動度を Si-MOS より一桁以上高くすることができるため、よりはっきりとした Hall plateau の出現が可能と考えられる。実際、50mK の実験³⁾ ではランダウ準位中央とフェルミ準位が一致する近傍でのみ σ_{xy} が変化し、他の大部分の領域では σ_{xy} は量子化されている。この事実は、強磁場下の電子波動関数散がランダウ準位の中央付近以外ではすべて局在している⁴⁻⁶⁾ と考えることにより理解することができる。

一方 Tsui たち⁷⁾ は、最低ランダウ準位にのみ電子が分布する状況 ($H > 60 \text{ kG}$) 迄磁場を強めた所、ランダウ準位の占有度 ν が $\frac{1}{2}$ 付近で σ_{xy} に plateau が出ることを見出した。この効果は 1K 以下で顕著になり、 σ_{xx} には対応する ν で ρ が生ずる。更に移動度の大きい試料 ($\mu \sim 4 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$) では、 $\nu = \frac{2}{3}$ と $\frac{3}{2}$ (0 個準位は全部つまり、0 個準位が半分つまりた状態) でも Hall plateau が出現することを報告している。⁸⁾ この時、 σ_{xy} の plateau は非整数値に量子化されている。

一様論では、 ν が $\frac{1}{2}$ や $\frac{2}{3}$ の所で局在化に特別な効果が現れるとは考えにくい。また、ゲージ不変性に訴える Laughlin の議論⁹⁾ によると $\sigma_{xx}=0$ の時、 σ_{xy} が非整数値に量子化されることは許されない。そこで一様論の枠をこえて、電子間相互作用の効果が σ_{xy} にどう影響するかを考察する意義がある。本稿では、移動度の大きい試料では電子間相互作用が乱雑さによる局在化よりも重要になるために、電荷密度波 (CDW) 状態が実現されている可能性を考える。CDW モデルでは $\nu = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}$ での Hall plateau が自然に説明される。⁹⁾ また、CDW 状態では Laughlin の議論⁹⁾ が成立しなくなり、非整数の量子ホール効果が許容されることを示す。

§2. Hartree-Fock 近似 (HFA) での CDW 状態

まず、基底ランダウ準位にのみ電子が分布し、それ以外のランダウ準位は無視できる状況下の純粋系で得られている結果をまとめておく。図1は Gerhardt と著者¹⁰⁾ により、HFA の範囲で求められている系の相図である。破線は福山たち¹¹⁾ により先に求められた結果を示す。我々の結果は、 $T = T_0 = 0.136 e^2 / (\epsilon \ell)$, $\ell = \sqrt{c \hbar / e H}$ 付近での Ginzburg-Landau (GL) 型展開を外挿したものである。 $\nu = 0.5$ 付近に四角格子が現れていることに注目されたい。この原因は系の持つ電子・正孔対称性にある。即ち、 $\nu = 0.5$ では、電子・正孔対称性を不変に保つ状態は一樣化状態



か、self-dual である四角格子しかない。

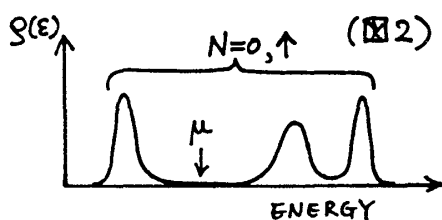
一方、 $T=0$ では ν が有理数 K/M の場合、CDW の単位胞に電子が一個ある条件の下で系のバンド構造や基底状態エネルギーを求めることができる。著者と Gerhardt¹²⁾ は、最も興味ある $\nu = \frac{1}{2}$ の場合にこれを実行し、G₂型展開で得られた相図と矛盾しない結果を得た。即ち、基底状態は三角格子ではなく、四角格子のCDWになる。ところが、この四角格子では、密度パターンの電子・正対称性が自発的に破れていて、状態は $\nu = 0.5$ で連続的でない¹³⁾ 電子・正対称性を満たす四角格子はエネルギー的に少し高く(1%)バンド構造はゼロギャップ半導体になっている。¹⁴⁾ 各格子形のHFAエネルギーは非常に接近しているの、厳密な基底状態エネルギーとの序列の逆転は起こり得る。

さて、任意の $\nu = K/M$ (K, M : 互いに素な整数) の場合、磁場の存在のために Bloch 条件を満たす単位格子はCDWの単位胞の K 倍の周期を持つ。例えば $\nu = 49/100$ の場合、純粋系では100本のバンドが現れるが、Bloch単位格子が大きい($K=49$)ために、バンド形成には非常に長いスケールでの系の均一性が必要である。従って、わざかに乱れがあると電子はCDWのdomainを作り^{12,14)} domain内部で $\nu = \frac{1}{2}$ を満たすように再配置することが考えられる。 $\nu = \frac{1}{2}$ ではCDWの単位胞とBloch単位格子が一致するので、凝集エネルギーは単位胞程度のスケールでの系の均一性があれば確保されるものと考えられる。結局、 ν が $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{3}$ 等の簡単な整数比で表される場合にCDWは特に安定化され、この近傍の ν では局所的に commensurate なCDWが出現する可能性がある。

§3. $\nu = \frac{1}{3}$ 付近での Hall plateau の起源

電子間相互作用と乱雑さが共存する場合には、電子間相互作用をHFAで扱うことにより、青木・安藤²⁾ の考え方との対応をつけることができる。まず、電子間相互作用は内力なので、単独では一様な電流密度に影響を与えないことに注意すると、乱雑さの助けにより局在した状態のみが、純粋系での $\sigma_{xy} = -nec/H$ (n : 密度) を部分的に打ち消すことができることがわかる。

$\nu = \frac{1}{3}$ 付近での状態密度は、CDWが形成されると概略図2のようになる。ここでフェルミ準位近傍の状態が局在していると、電子数を変えても σ_{xy} の値は不変²⁾ なので Hall plateau が出現する。この時の σ_{xy} の値は $-\frac{e^2}{3\pi}$ に極めて近いと考えられるが、整数の量子ホール効果程の精度があるかは不明である。



我々のモデルでは、CDWに伴ないエネルギーギャップ

ができることが、局在状態の形成を助けて Hall plateau をもたらしことに注意されたい。即ち、 $\nu = \frac{1}{2}$ ではCDWができて四角格子でギャップがなければ^{12,14)} 局在状態は形成されにくく従って Hall plateau は出現しない。こうして、HFAでのCDWへの転移温度は $\nu = \frac{1}{2}$ で最大になると、Tsui たちの実験⁷⁾ で $\nu \sim \frac{1}{2}$ に plateau が出ない事実は、相互に矛盾しないことがわかる。⁹⁾

さて、図2の $\nu \sim \frac{1}{3}$ の状況で有限の σ_{xy} が出現するためには、CDWを作っている波動

関数のうち局在していないものが必ず存在しなくてはならない²⁾。この要請と、いわゆる CDW のピン止めとの関連は必ずしも明らかではない。実験的には、 $\nu \sim \frac{1}{3}$ での伝導度は Ohmic である³⁾ ことを付言しておく。

§4. 検討

我々の CDW モデルでは、 ν が簡単な整数比になる密度の近傍で CDW の domain が形成され、余分な電子或いは欠損した正孔は、欠陥或いは、domain 境界に局在した状態を作るとして、Hall plateau を説明した¹⁾。 $\nu = \frac{2}{3}$ での σ_{xx} のヘニミも、ギャップのある CDW が形成されたとして解釈することができる。私権だけがある系では、フェルミ準位での状態密度は $\nu \approx \frac{2}{3}$ で極大となるので、CDW の消失に伴ない σ_{xx} のヘニミはピークに転化すると考えられる。後者が Paalanen et al.³⁾ の実験状況に対応すると解釈される。

ここでスケッチした考え方は多分に定性的であり、commensurability energy の評価、またそれを考慮した σ_{xy} の計算等定量的には残された仕事が多い。これらは今後の機会に譲るとして最後に Laughlin の議論¹⁵⁾ との関連について述べておく。

Laughlin の議論の要旨は、リボン状試料の中空部をつらぬく磁束重が磁束量子重 Φ_0 だけ変化した時に系全体の波動関数は不変である、ということにある。ここでホール電流 I をもたらす系のエネルギー変化 ΔU は、整数個の電子がリボンの一端から他端に移動したことから生じ、 $I = c \Delta U / \Phi_0$ と関係づけられる。さて、CDW により系の対称性が自発的に破れ基底状態が縮退していると、 $\Phi \rightarrow \Phi + \Phi_0$ の変化で波動関数は縮退した別の波動関数に変換することも許される。 $\Phi \rightarrow \Phi + M \Phi_0$ (M : 整数) の変化で初めて元の波動関数に戻る場合には、 σ_{xy} は $-e^2/(hM)$ の整数倍に量子化される。 $M=3$ が $\nu = \frac{1}{3}$ の場合の CDW に相当する。

最近、Laughlin は更に、上の「 $\frac{1}{3}$ 効果」に関連して $\psi = \prod_{j < k} (z_j - z_k)^{\frac{1}{\nu}} \exp(-\frac{1}{4} \sum |z_j|^2)$ ($z_j = x_j + iy_j$) なる波動関数を提案している¹⁵⁾。 ψ の反対称性から、 $\nu = \frac{1}{3}, \frac{1}{5} \dots$ 等のみが許されるので、一見 $\nu = \frac{1}{2}$ での Hall plateau の欠陥と関連するようである。しかし、この波動関数では $\nu = \frac{2}{3}$ も許容されないもので、その妥当性には疑問がある。

参考文献

- 1) R. B. Laughlin, Phys. Rev. B 23, 5632 (1981)
- 2) H. Aoki & T. Ando, Solid State Comm. 38, 1079 (1981)
- 3) M. A. Paalanen et al., Phys. Rev. B 25, 5566 (1982)
- 4) T. Ando, Surface Sci. 113, 182 (1982)
- 5) Y. Ono, J. Phys. Soc. Japan 51, 2055 (1982)
- 6) S. V. Iordansky, Solid State Commun. 43, 1 (1982)
- 7) D. C. Tsui et al., Phys. Rev. Lett. 48, 1559 (1982)
- 8) H. L. Störmer et al., preprint (1982)
- 9) Y. Kuramoto, Phys. Rev. Lett. March (1983)

- 10) R.R. Gerhardt & Y. Kuramoto, Z. Phys. B44, 301 (1981)
- 11) H. Fukuyama et al., Phys. Rev. B19, 5211 (1979)
- 12) Y. Kuramoto & R.R. Gerhardt, J. Phys. Soc. Japan 51, 3810 (1982)
- 13) D. Yoshioka & H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Japan 47, 394 (1979)
- 14) Y. Kuramoto, J. Phys. Soc. Japan 44, 1035 (1978), 45, 390 (1978)
- 15) R.B. Laughlin, preprint (1983)