

教職課程での ICT の利活用と実践 —GeoGebra と $\text{\LaTeX}$ の利活用—

芝浦工業大学 工学部 牧下 英世 (Hideyo Makishita)
College of Engineering,
Shibaura Institute of Technology

1 はじめに

小学校、中学校、高等学校の学習指導要領が改訂¹され、変化の激しい社会を生き抜くために“生きる力”を育むこと²が要請された。この生きる力を育むために、各種の教育内容を改善することが挙げられている³。これら改善事項の一つとして情報教育がある。この情報教育については、社会の変化への対応の観点から教科を横断したりすることなど、複合的に改善することが求められている。

筆者は、本職の教職課程で数学教員を養成するミッションとして情報教育の推進を、教科数学を主体とした ICT を利活用する教育として捉え、教職を目指す学生の主に目前の教育実習と卒業後に教職に就いたとき、その指導法において ICT の基本的な知識の習得とソフトウェアや各種の機器の操作が主体的にできることを主眼に取り組んでいる。

本稿では、中学高校の数学科教員を養成する大学の教職課程として、ICT の利活用の取り組みと学校現場でのソフトウェアの利活用の実践を中心にその展望を述べる。

2 ソフトウェアの利活用

教職課程における ICT の利活用でその基本的なものとして、ソフトウェアとハードウェアに大別できる。ここではソフトウェアの利活用について述べたい。

教職課程の学生に利活用してもらいたいソフトウェアとして、文書作成ソフト、表計算ソフト、プレゼンテーションソフトがある。数学科教員を目指す学生には、さらに関数グラフ・図形描画ソフト、数値解析ソフトを適切に使用できるようになってもらいたい。そこで、筆者は教職の学生がこれらのソフトウェア⁴を自在に使えるようにするために、操作講習会を開催している。2014 年度に講習会⁵で取り上げたソフトウェアは次の通りである。

¹小学校・中学校と高等学校の学習指導要領はそれぞれ 2008 年 3 月、2009 年 3 月に改訂された。

²「生きる力」とは一般に、確かな学力、豊かな心、健やかな体の知・徳・体をバランスよく育てることをいう。

³言語活動の充実、理数教育の充実、伝統や文化に関する教育の充実、道徳教育の充実、体験活動の充実、小学校段階における外国語活動、社会の変化への対応の観点から教科等を横断して改善すべきこと。

⁴基本的にここで取り上げたソフトウェアは無料で使えるいわゆるフリーウェアが中心である。

⁵「数学科指導法の授業改善と ICT を活用した教授法の開発」(代表 牧下英世, 2014 年芝浦工業大学 FDSD 活動助成) の活動の一部である。

1. 関数グラフ・図形描画ソフト：GeoGebra⁶, Cinderella⁷, K_εTpic・KETCindy⁸
2. 文書作成ソフト：L^AT_EX
3. 数値解析ソフト：Scilab⁹

筆者は、数学科教員を目指す教職の学生には、L^AT_EX が不自由なく使えるようになってもらいたい。

2.1 関数グラフ・図形描画ソフトの可能性と利活用

一般に、関数グラフ・図形描画ソフトは、点、直線、線分、円などの基本的な図形を、視覚的に描くことができるソフトである。数学という線分の中点、垂線、角の二等分線などの基本的な作図ができ、その組み合わせによって様々な図形を作っていくことができる。

さらに、作図過程で定義された対象の図形に対して、マウスで直接的に操作することができるから、学習者は図を変形させることによって図形のもつ性質を視覚的に捉えることができる。すなわち、従来の定規とコンパスによる作図では成し得なかったいろいろなタイプの学習が可能になる。例えば、作図の過程から図形の性質や成り立ちそうなことを予想し、その結果を数学的に証明する活動が可能になる。

関数グラフ・図形描画ソフトの利活用は、新しい幾何教育の breakthrough になることが期待できる。筆者は、現場の数学科教員をはじめ数学科教員を目指す教職課程の学生諸君には、関数グラフ・図形描画ソフトを自由に使いこなせるようになって欲しいと考えている。その際に、授業のどの場面で、どのようにソフトウェアを使用するとより学習効果があがるのかなどを検証しながら進めたい。

次章では、筆者の中高の学校現場での実践と大学の教職課程での取り組みについて、関数グラフ・図形描画ソフト GeoGebra による事例を紹介する。GeoGebra は、GUI¹⁰ 環境で、必要な操作をパレットから作図メニューを選択しながら図形を作っていくことができる。すなわち、図形を視覚的に直感的な操作で確認しながら作業を進めることができる。その特徴的な利点を中心に取り上げる。

3 作図指導と GeoGebra の利活用

筆者は中学や高校の学校現場にあったとき、中学1年次の幾何を担当したら必ず最初に、定規とコンパスを使った線分の二等分線や角の二等分線など作図指導を十分に行うようにしてきた。その際に、作図の対象物を三角形や四角形、円などの具体的な図形を対象に指導した。具体的な図形に対して作図するという活動により、生徒はいろいろな

⁶Markus Hohenwarter 氏により開発された。

⁷Ulrich H. Kortenkamp 氏らにより開発された。

⁸高遠節夫氏により開発された。

⁹INRIA と ENPC により開発された科学技術ソフトウェアである。

¹⁰Graphical User Interface の略。

角度から図形を観察することができ、図形の特徴を捉えることが可能になるからである。また、クラスである生徒の「この図形は、 $\circ\circ\circ\circ$ になるのではないか」という発言をきっかけに、生徒たちはいろいろなことを発見しようとするために、作図をより丁寧にしようとする。生徒たちは、作図を丁寧にすればするほど新しい発見や予想に繋がることを知っているからである。このように、作図は、中学ではじめて幾何を学ぶ生徒にとって、大変貴重で重要な経験になる。

ここでいう発見とは直感的なことで構わない。ときとして、クラスの仲間から「何故？」という発問にも繋がっていく。このようにどうしてかという理由に言及する活動に発展すると、必然的に証明するという学びに繋がっていく。

この章では、GeoGebra を利活用した数学的活動について、筆者が学校現場で実践してきた内容の一部を紹介する。

3.1 概念を視覚的に把握する活動

数学における作図の定義は、「定規とコンパスだけを有限回使って図形を描くこと」とされている。「GeoGebra による作図」を、数学の定義を準用して捉えるものとする。

例 1：三角形 ABC の内心 I と内接円

三角形の内心を GeoGebra で作図して、その Drag¹¹ 機能によって三角形の一つの頂点を動かしてみる。すると、三角形の三辺に内接した円は三角形の頂点を動かしても三角形の三辺に内接することがわかる。このことから、「角の内部にあって、その二辺までの距離が等しい点は、その角の二等分線上にある」という図形的な意味を受け入れることに繋がる。

さらに、三角形の内心の存在を知るとともに、頂点を動かしても内心の位置は変化するが、内接円の性質は普遍であることが予想できる。

下の図¹²は、三角形 ABC の頂点 A を動かしたものである。

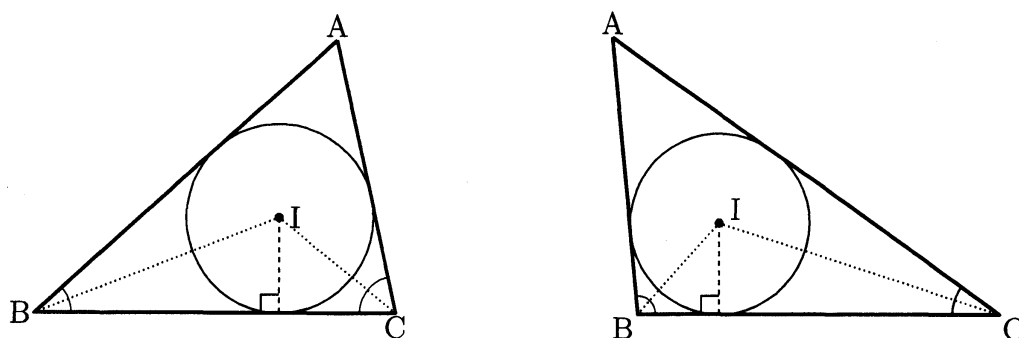


図 1 三角形 ABC と内心 I と内接円

¹¹ ある図形を指定して動かすことである。

¹² 3 章の図は、イメージ図である。

例2：三角形 ABC と九点円

三角形 ABC において、各辺の中点を D, E, F, 各頂点から対辺に下ろした垂線の足を K, L, M, さらに、垂心 H と各頂点を結ぶ線分の中点を P, Q, R とすると、これら 9 個の点は共円である。この円のことを九点円¹³という。

九点円のように、複数の数学的な性質も作図では保存される。GeoGebra による作図でも、上の図2, 図3のように頂点 A を動かしてもその性質は保存される。

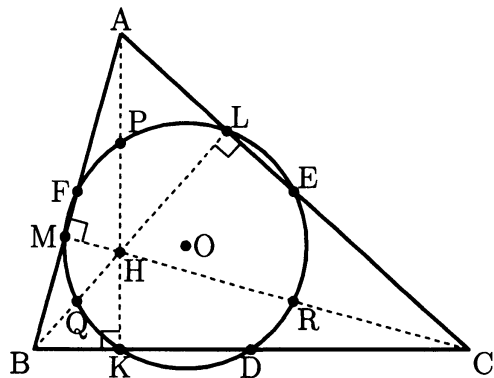


図2 三角形 ABC の九点円

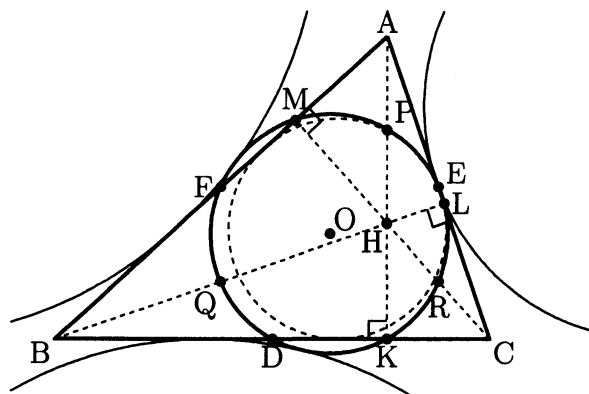


図3 九点円と内接円, 傍接円の相互関係

3.2 図形の長さや角度を測定して定理を実感する活動

GeoGebra は、作図した図形の線分や辺の長さや角度を測る機能がある。

例えば、GeoGebra で任意の直角三角形を作図して、三辺の長さをこの機能を用いて測れば、三平方の定理が成り立つことを実感させられる¹⁴。この他に、測定する活動として、メネラウスの定理¹⁵や円周角の定理、チェバの定理¹⁶、中線定理などがある。

例3：メネラウスの定理

次の図4の三角形 ABC において、次の式が成り立つ。

$$\frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AP}{PB} = 1$$

これをメネラウスの定理という。

この式を見て本当に成り立つのか、不思議に感じる生徒は少なくない。GeoGebra でメネラウスの定理で指定された部分の長さをそれぞれ測って計算させることによって、

¹³九点円をオイラー円、フォイエルバッハの円ともいう。また、上の図3で、九点円は三角形 ABC の内接円と傍接円に接するという性質がある。この定理を「フォイエルバッハの定理」いう。

¹⁴GeoGebra で測定した結果は、指定した小数点で丸められて表示される。

¹⁵三角形 ABC の辺 AB, AC, BC またはその延長線上を直線がそれぞれ点 P, Q, R で横切るとき、 $\frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AP}{PB} = 1$ が成り立つ。

¹⁶三角形 ABC の頂点 A, B, C と、三角形の内部または外部にある点 O を結ぶ直線が、それぞれ対辺 BC, CA, AB またはその延長線と交わる点を P, Q, R とするとき、 $\frac{AR}{RB} \cdot \frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} = 1$ が成り立つ。

この定理が成り立つことが実感できる。実感できれば、この定理を証明をしてみようということに繋がり、生徒の情意面からの学習効果が期待できる。

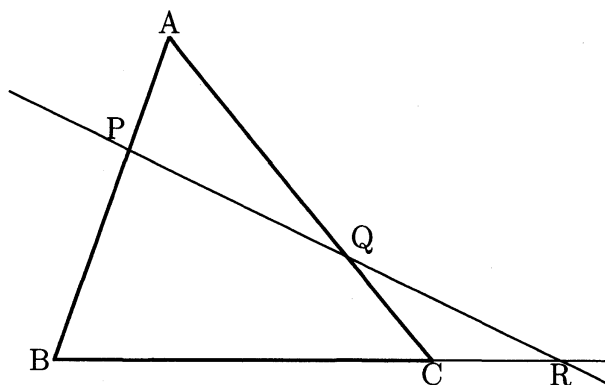


図4：メネラウスの定理

3.3 図形の性質に気づいたり発見したりする活動

図形の性質を発見する活動では、繰り返しの作図が多くなるので、GeoGebraの機能を活用すると便利である。また、生徒に課題などを提示するのにも便利である。

3.3.1 三角形の五心と傍心三角形の五心の相互関係

三角形の傍心は3つある。この3つの傍心を結んでできる三角形を授業では”傍心三角形”とよんだ。下の図のように、三角形ABCの五心と傍心三角形DEFの五心の相互関係を考察させた。中学1年次の生徒に、次の2つの課題にわけて問いかけた。

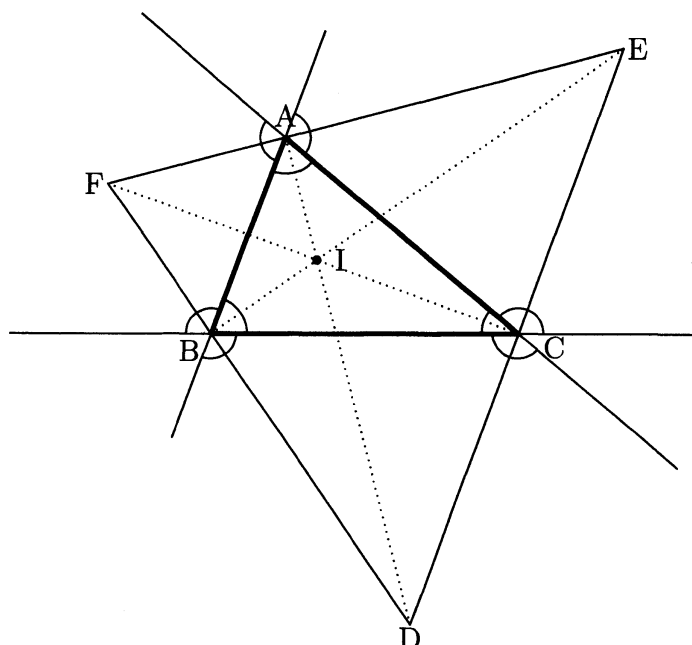


図5：三角形ABCの五心と傍心三角形DEFの五心との相互関係

課題1：三角形 ABC の内角の二等分線と他の 2 つの角の外角の二等分線を作図しなさい。また、この作図からわかることを発表してみよう¹⁷。

課題2：三角形 ABC の 3 つの傍心 D, E, F を作図しなさい。3 点 D, E, F を結んでできる三角形 DEF を傍心三角形と呼びます。三角形 ABC の五心と傍心三角形 DEF の五心について考察しなさい¹⁸。

この課題に対して、中学 1 年生は、定規とコンパスを用いて幾度となくノートに繰り返し作図してこの問題に取り組んだ。

このように、生徒には定規とコンパスによる作図を何度も行うことによって、図形に十分に親しんでもらいたいと考えたからである。そうした活動を通して、図形の性質を予想したり発見したりする経験をして欲しいからである。

GeoGebra を利活用として、このような定規とコンパスによる活動の後に、図形の性質などを探り予想する活動が有効である。生徒には、このソフトによってこんなことが成り立ちそうだということを経験できればよい。この活動から、証明しようという動きになれば結構なことである。生徒には、定規とコンパスによる作図、GeoGebra を用いた数学的活動を通して、図形を十分に親しみ楽しんでもらいたい。他の課題として、次がある。

課題3：図 3 の三角形 ABC において、九点円の中心 O について、考察しなさい¹⁹。

4 L^AT_EX と GeoGebra の使用例

L^AT_EX は数式を美しく出力できるので数学の文書を作成する場合に大変便利である。授業で配布する数学のプリントやテスト問題、さらに学習指導案を作成するときとても都合がよい。筆者は、数学科教員を目指す教職の学生には L^AT_EX に習熟してもらいたい。

しかし、L^AT_EX のマークアップ式の入力や、L^AT_EX の形式に合った図形を作成したり、L^AT_EX 文書へ図を挿入する際の位置決めなど、学生が戸惑うことが少なくない。L^AT_EX の指導、L^AT_EX の形式にあった図²⁰を作成する方法など L^AT_EX 関連の指導が必要である。

そこで、本職の FDSO 活動では、L^AT_EX、K_PT_EX、GeoGebra と Cinderella の講習会を実施して、L^AT_EX による文書作成の習熟を図った。

その結果、多くの学生は、数学プリントだけでなく、学習指導案²¹をも L^AT_EX で作成するようになった²²。

次節では、L^AT_EX と GeoGebra によって作成した学生のレポートを紹介する。

¹⁷作図の結果から、それら角の二等分線が 1 点で交わることが予想できる。すなわち、三角形の傍心の存在に生徒は気づく。そのような生徒の発言から、他の生徒は作図をより丁寧に行ってみようとする。

¹⁸三角形 ABC の内心と傍心三角形 DEF の垂心は一致する。

略証 直線 FA は、 $\angle A$ の外角の二等分線であり、直線 AD は $\angle A$ の二等分線である。故に、 $\angle DAF = 90^\circ$ である。他も同様。よって、点 I は三角形 DEF の垂心である。

¹⁹九点円の中心 O は三角形 ABC の垂心 H と外心を結ぶ線分の midpoint である。

なお、九点円の半径は三角形 ABC の外接円の半径の $1/2$ である。

²⁰一般に、L^AT_EX の形式にあった図として、eps 形式の図と Tpic 形式の図がある。

²¹学習指導案に適した L^AT_EX のスタイルファイルを作成し、学習指導案の雛形を作成した。

²²指導した結果、L^AT_EX の使用者が、48 名中当初 3 名 (約 6%) $\rightarrow$ 37 名 (約 77%) に増加した。

4.1 教職学生のレポート：GeoGebraで作成された図

次は、教職学生により提出された幾何の課題レポートに挿図したものである。

庭田省吾（芝浦工業大学システム理工学部3年生）

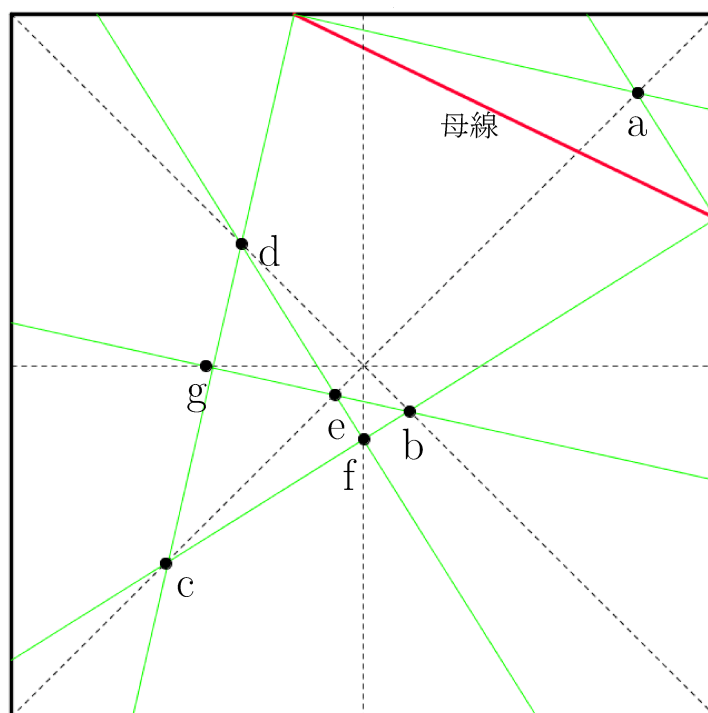
課題

正方形の折り紙に任意の直線（母線という）を引く．正方形の各辺が母線に重なるように折るときにできる折り線の交点について考察しなさい．

★ 下図のような折り紙の折り線と交点についてレポートする．

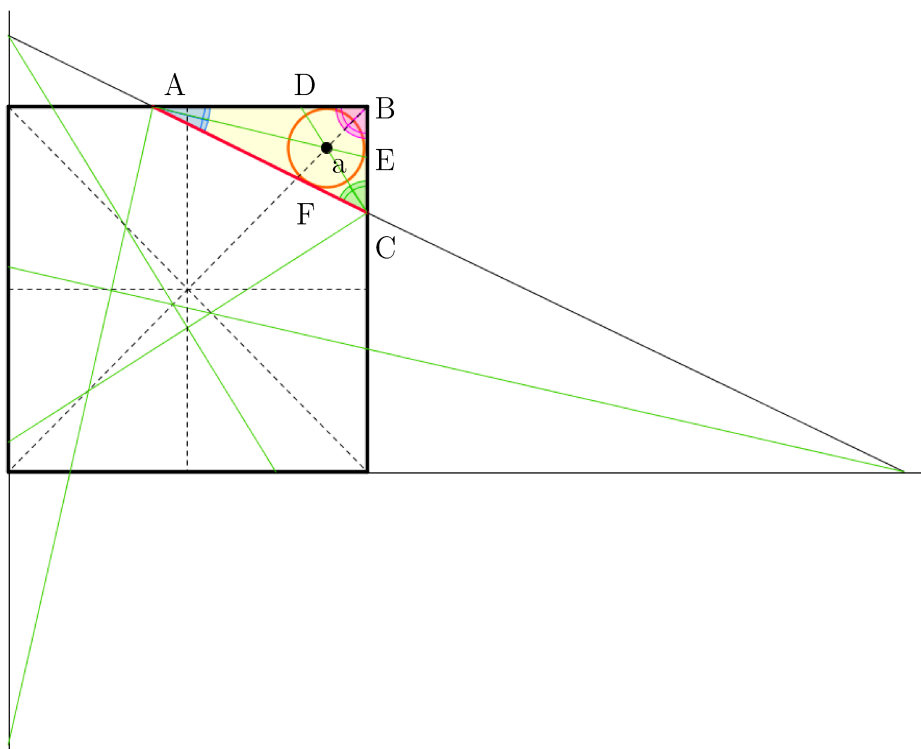
考察：折り線の交点は，トライアングルホールド（正方形の対角線）上またはブックホールド（正方形の各辺の垂直二等分線）上にある²³．

解説：赤色（右上の太線）の線は母線，緑色（実線）の線は折り線を表し，点a～gは折り線の交点を表す．また，点線はトライアングルホールド（正方形の対角線上）またはブックホールド（正方形の各辺の垂直二等分線上）による折り線を表す．



²³ 折り線が正方形の対角線になるように折ってできる図形は、(直角二等辺) 三角形になるため、この折り線をトライアングルホールドと呼ぶ。ブックホールドは、折ってできた形が本のようなになるから。

●交点 a についての考察



証明

△ABC において，辺 AE は ∠BAC の二等分線で，辺 CD は ∠ACB の二等分線なので

$$\angle BAE = \angle CAE$$

$$\angle ACD = \angle BCD$$

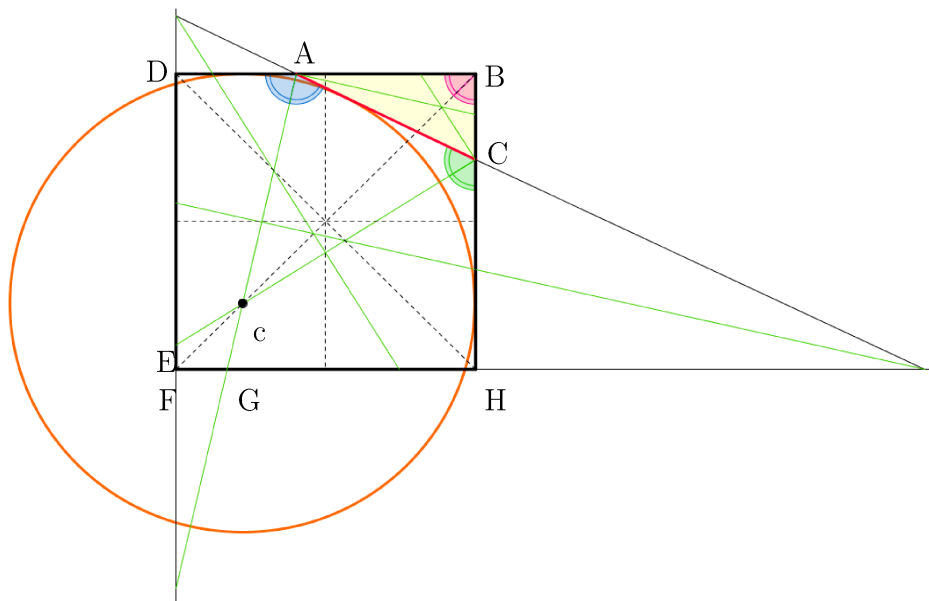
である．交点 a は △ABC の内心であることが分かる．従って，

$$\angle CAE = \angle BAE = 45^\circ$$

より，交点 a は折り紙のトライアングルホールドによる折り目上にある．

終

●交点cについての考察



証明

△ABCにおいて、∠BACの外角について、辺AGは∠DACの二等分線なので

$$\angle DAG = \angle CAG$$

∠BCAの外角について、辺ECは∠ACHの二等分線なので

$$\angle ACE = \angle HCE$$

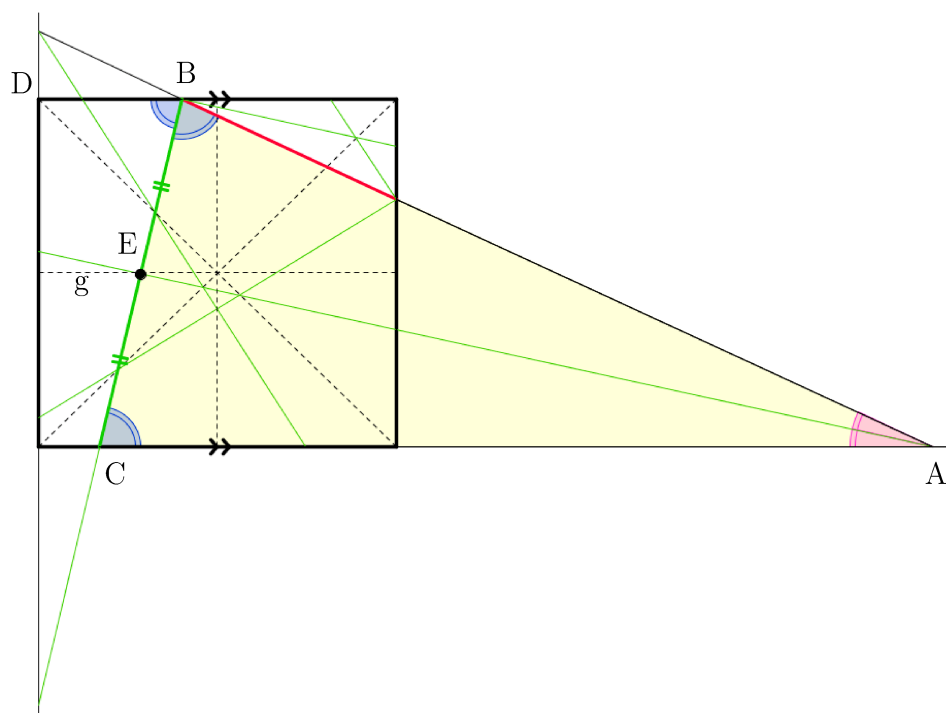
であるから、交点cは△ABCの傍心の一つである。傍心は三角形の1つの内角と他の2つの外角の二等分線と交わる点のことをいうので、∠BACの二等分線において、

$$\angle ABF = \angle CBF = 45^\circ$$

より、交点cは折り紙のトライアングルホールドによる折り目上にある。

終

●交点gについての考察



証明

△ABCにおいて、辺BCは∠ADBの二等分線なので

$$\angle ABC = \angle DBC$$

である。さらに、DB//CAであるので平行線の錯角より、

$$\angle DBC = \angle BCA$$

であるから、

$$\angle ABC = \angle BCA$$

である。従って、△ABCはAB=ACの二等辺三角形である。∠BACにおいて、辺AEは∠BACの二等分線なので

$$\angle BAE = \angle CAE$$

従って、辺AEは辺BCの垂直二等分線なので

$$BE = CE$$

である。よって、点Eは交点gであるので、交点gは折り紙のブックホールドによる折り目上にある。

終

5 おわりに

本稿では、数学教育における ICT の利活用を GeoGebra, $\text{\LaTeX}$ の利活用を中心に、本職の芝浦工業大学の教職課程での FDSO 活動における ICT の利活用で取り組んできた内容について述べた。

ところで、ここで述べた GeoGebra や $\text{\LaTeX}$ について、日頃の教育活動で利活用している中学校や高校の数学科の先生はどの程度いるのだろうか。大変気になるところである。日本の学校で ICT の浸透具合を概観すると、小学校、中学校、高等学校と学校段階が進めば進むほど利用している割合が少なくなる傾向にあるようなので、GeoGebra や $\text{\LaTeX}$ を日頃の教育活動で利活用している中学校や高校の数学の先生はかなり限定されるのかもしれない。

高度情報化社会の中であって、インターネットや携帯電話等などの ICT メディアが、児童・生徒の日常生活には浸透しているのにもかかわらず、現場の先生方と話しているとそれぞれの先生によって、ICT の利活用の面で随分と開きがあるように感じることもある。これは、教育の ICT 化が社会の ICT 化の流れに追いついていない現れなのかもしれない。また、自治体や学校設置者の経済力もあってか、学校によっては ICT 化が遅れているのかもしれない。何よりも学校現場で、先生同士または子どもたち同士でデジタルデバインド（情報格差）が起こらないことを望みたい。

幸いにして、総務省の ICT 利活用の研究²⁴が推進されており、学校の ICT 化が全国展開される予定である。そうした教育界への追い風を味方につけて、今後の学校現場や教育界への ICT の利活用が広がることを期待したい。

今後の課題として、ICT の利活用に関して書き漏らしたことを少々付け加えたい。

5.1 GeoGebraについて

定規とコンパスによる作図を通して、GeoGebra を利活用する特徴や利点について、その一部を述べた。本稿で述べたことは、GeoGebra を使えば幾何教育がうまくいくということを主張するものではない。定規とコンパスによる作図に十分な時間を費やしてからでないと、GeoGebra の良さを引き出せない可能性が高い。そのためにも、具体的な図形において作図の基本操作の習熟を図ることの重要性を強調したのである。

このような活動から、我々が定規とコンパスによる作図だけからは見えていなかった概念や意識していなかった事象が、GeoGebra によって気づかされることは事実であり、子どもたちから教えられることも多い。

また、このような活動は、自分が作図で発見・予想した内容を GeoGebra によって他者に対して説明する活動にも繋がっていくことが期待できるから、今よくいわれる”言語活動”のよき実践例になるのではないかと思う。そうした生徒が一人でも多く現れるように教材研究や教材開発を進めたい。

GeoGebra では、関数のグラフを描くことができる。高校数学では、学年が進むにしたがって複雑な関数を扱うようになる。特に、パラメータ表示の関数のグラフがどのよう

²⁴教育・学習用クラウドプラットフォームの実証及び標準化に取り組みやフューチャースクールでの取り組みが推進されている。

なを線を描くのか、生徒にはなかなか理解が進まない分野である。そのため、この単元は、問題演習のための問題になっていることが否めない。数表を用いるなどして点をプロットする活動もあり得るが、高校数学ではそうした時間を十分に取れない場合があり仕方がないのかもしれない。GeoGebraのようなソフトでグラフを提示することによって、グラフを描くことは一案かもしれないが、それでおしまいとなれば問題解決のための道具となってしまう、問題解決のための方策とはなり得ない。GeoGebraによって得られたグラフをいかに指導していくのか、高校数学でいかにGeoGebraを利活用するのか、その教材開発と指導法が望まれる。

GeoGebraは統計分野の学習に役立つ機能がついており、その利活用についての実証研究を期待したい。

5.2 CinderellaとKETCindyの利用

筆者は、数学科教員を養成する教職課程においてICTの利活用では、 $\text{\LaTeX}$ の習熟は必須であると考えている。

しかし、 $\text{\LaTeX}$ の使用に関してハードルがあるのも事実である。さらに、中高の数学科教員が関数のグラフや図形を多く扱うため、 $\text{\LaTeX}$ に合った関数グラフ・図形描画ソフトを用意する必要がある。その新たな図形描画ソフトとして、Cinderellaを紹介する。

Cinderellaはスクリプト機能が利用できるので、Cinderellaの作図をTpicに置き換えてくれる。最近、Cinderellaのスクリプトを書くためにKETCindy²⁵というソフトウェアが開発され、 $\text{\LaTeX}$ にあった図が大変作りやすくなった。

ここでは、CinderellaとKETCindyの利活用を提案したい。何故、Cinderellaかという点、 $\text{\LaTeX}$ の利用を前提にしているからである。また、Cinderellaのスクリプトで図形ファイルをTpicで生成されるためファイルが軽いこと、また、図を訂正するにはCinderellaで直してスクリプトを起動すれば訂正された新たなTpicファイルが生成されるので、その後の $\text{\LaTeX}$ の方を訂正する必要がないことなどが挙げられる。

また、関数グラフも同様にできる。容易に作表ができることも特筆すべきことである。なお、本稿の3章で描いた図形のイメージ図は、CinderellaとKETCindyによって描いたものである。

今後、教職課程でのCinderellaとKETCindyの利活用について研究していきたい。

本職の今後のICTの利活用の課題として、次の事項を挙げておく。

1. 関数グラフ・図形描画ソフト Cinderella と KETCindy
2. タブレットの利活用
3. 反転授業における教材作成ソフト²⁶
4. グラフ関数電卓の活用

²⁵ $\text{\LaTeX}$ 文書に関数のグラフや図形を入れるとき、Cinderella を使ってインタラクティブに描画し、Scilab 経由で $\text{\LaTeX}$ から図形の Tpic 化をし $\text{\LaTeX}$ ファイルに挿入する。

²⁶ShowMe の利活用を考えている。 <http://www.showme.com>, ©2015 ShowMe. Made in NYC.

謝辞

中村泰之先生（名古屋大学）には，京都大学数理解析研究所の研究集会「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」で発表する機会をいただき，京都大学数理解析研究所講究録への寄稿を勧めていただいた。

また，高遠節夫先生（東邦大学），北原清志先生（工学院大学），山下哲先生（木更津工業高等専門学校），金子真隆先生（東邦大学），大西俊弘先生（龍谷大学），Kyeong Choi 先生（Sejong Global High School, 韓国）には，本職の2014年度芝浦工業大学のFDSD活動に際して，講習会，講演会でご尽力いただき大変お世話になった。

この場をお借りしてお世話になった先生方，FDSD活動助成をいただいた芝浦工業大学にお礼申し上げる。

参考文献

- [1] 文部科学省編：小学校学習指導要領解説 算数編，東洋館出版，2008
- [2] 文部科学省編：中学校学習指導要領解説 数学編，教育出版，2008
- [3] 文部科学省編：高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編，実教出版，2009
- [4] 清宮俊雄：『初等幾何学』，裳華房，1972.
- [5] 芳賀和夫：『課題学習の教材開発 オリガミクスによる数学授業』，明治図書出版，1996.
- [6] 庭田省吾：「折り紙の折り線と交点について」，芝浦工業大学 数学科指導法3，2012.