

クロスロードゲームのダイナミクス

松尾 則之*

池上 高志†

神戸大学大学院自然科学研究科

神戸市灘区六甲台町1-1

1993年10月30日

1 始めに

自然界の中には群れをなして行動している動物がある。例えば鳥の群や、魚の回遊、草食動物などがある。人間社会でもクラスの仲良しグループとか政治団体とか暴走族などがある。その構成員達は外側からみると、一見お互いに協力をしているように見える。これはどういう機構によるものなのだろうか？本当に協力をし合っているのだろうか？このことを調べるために、クロスロードゲーム [1] のシミュレーション [2] をした。

クロスロードゲームとは2次元平面上でプレイヤー達が囚人のジレンマゲーム [3, 4] をするというものである。囚人のジレンマゲームは協調性を調べるときに使われる典型的なゲームであり、アクセルロッドによるトーナメントが有名である。ゲームをするプレイヤーはお互いにただ二つの手を持っていて、それを出し合うことによりある点数が貰える。二つの手は“協調”と“裏切り”とよばれる。その得点は協調-協調の場合は、お互いにRの得点を、裏切り-裏切りの場合はお互いにPの得点を、協調-裏切りの場合は協調の方はS、裏切りの方はTの得点を得るというものであり、 $2R > S+T$ と $T > R > P > S$ という条件を満たすものである。この論文では $T=0, R=-2, P=-4, S=-5$ である。この条件により自分一人のことだけ考えれば裏切ったほうが得であり、全体の利益を考えれば協調したほうが得になるというジレンマが生じる。

先程述べたトーナメントではTF T（しっぺ返し）と呼ばれる戦略が2度に渡り勝利をおさめた。これは前回の相手の出した手を真似するというものである。このトーナメントは同じ相手を識別できることが前提となっている。また一度に戦う人数は二人ずつである。しかし、自然界ではいつでも個体を識別できるとは限らないし、戦う人数も二人とは限らない。このシミュレーションでは、平面上で出会ったプレイヤー達がゲームをすることにより、二人以上のゲームに拡張されている。また、各プレイヤーがグループに所属することにし、個人識別をするのをやめグループ識別だけをすることにした。これにより、戦略は個人がどのグループに所属するかによって決める。

2 モデル

基本モデル

*E-mail address : nobita@grad710f.scitec.kobe-u.ac.jp

†E-mail address : ikeg@grad710g.scitec.kobe-u.ac.jp

先ほど説明したように、 10×10 の2次元トラス格子上を50人のプレイヤーがランダムに動き回っている。一回動くことをラウンドとよび、100ラウンドを1ステップとよぶ。各プレイヤーは協調の確率パラメーター p 、 q 、 τ とグループIDを持っている。 p 、 q 、 τ がそのプレイヤーの戦略を特徴づける。例えばTF Tは $p=1$ 、 $q=0$ で表される。グループIDは整数値で付けられ、同じID番号を持つプレイヤーは同じグループに属する。初め、それらはランダムである。そして、交差点で会う度にゲームをする。その時の手はただひとつで、自分を除くプレイヤー一人ずつと対戦し、合計得点を得る。つまりその交差点で、あるプレイヤーが”協調”を出すと決めたらどのプレイヤーにも”協調”を出す。

どのような手を出すかは前ラウンドのグループ間の状況と今回の交差点の状況による。その交差点に自分と同じグループに所属するプレイヤーのみの場合は、確率 τ で協調する。自分のグループ以外のプレイヤーがいた場合は前ラウンドで自分のグループに属するプレイヤーに協力してくれたグループのプレイヤーが多いときは確率 p で協力する。前ラウンドで非協力的なグループに属するプレイヤーが多いときは確率 q で協力する。1ステップ毎に順位を付け下位3プレイヤーのグループIDとパラメーター p 、 q 、 τ を上位3プレイヤーのグループIDとパラメーター p 、 q 、 τ にそれぞれ付け替える。また、ランダムミューテーションを入れておき、IDと p 、 q 、 τ を1ステップ毎に0.02の確率でランダムに付代える。

ルール (1)

順位は利得表によって得た得点をそのまま付ける。

ルール (2) 交差点と交差点の間の道で渋滞する場合

ある交差点に自分を含めてを n 人のプレイヤーが居た場合得点は、その場所での合計得点を $n-1$ でわる。そしてその得点が -2 以上なら次の交差点に進み、 -2 未満なら次の交差点に進むのにその場所での合計得点の絶対値分だけ休んでから次の交差点に進む。これは、交差点での勝負に負けたプレイヤーは交差点は通り抜けることができるが次の交差点に辿り着くのに時間がかかるということである。この場合はすでに交差点に進入しているわけであるから、その交差点はともかく通り抜けている。そして交差点間の距離を1単位距離として、1ステップでどれだけ単位距離を得たかによって順位をつける。今回はジレンマゲームの得点はその交差点での勝負を決めるだけで、局所的な得点に過ぎない。

ルール (3) 交差点の手前で渋滞する場合

進むか進まないかという基準はルール2とおなじだが交差点を通り抜けられないところがルール2との違いである。つまりあるプレイヤーが -2 点以下だった場合、次のラウンドもその交差点の手前にいてもし他のプレイヤーが来た場合はそのプレイヤーとまた対戦をする。その結果によりまたどれだけ留まっていなければならないかを定める。ルール2ではともかくある回数だけ休めば次の交差点に行くことが出来たが、今度は状況によってはずっと同じ交差点に居続けなければならない。

3 結果

3.1 ルール1に対する結果

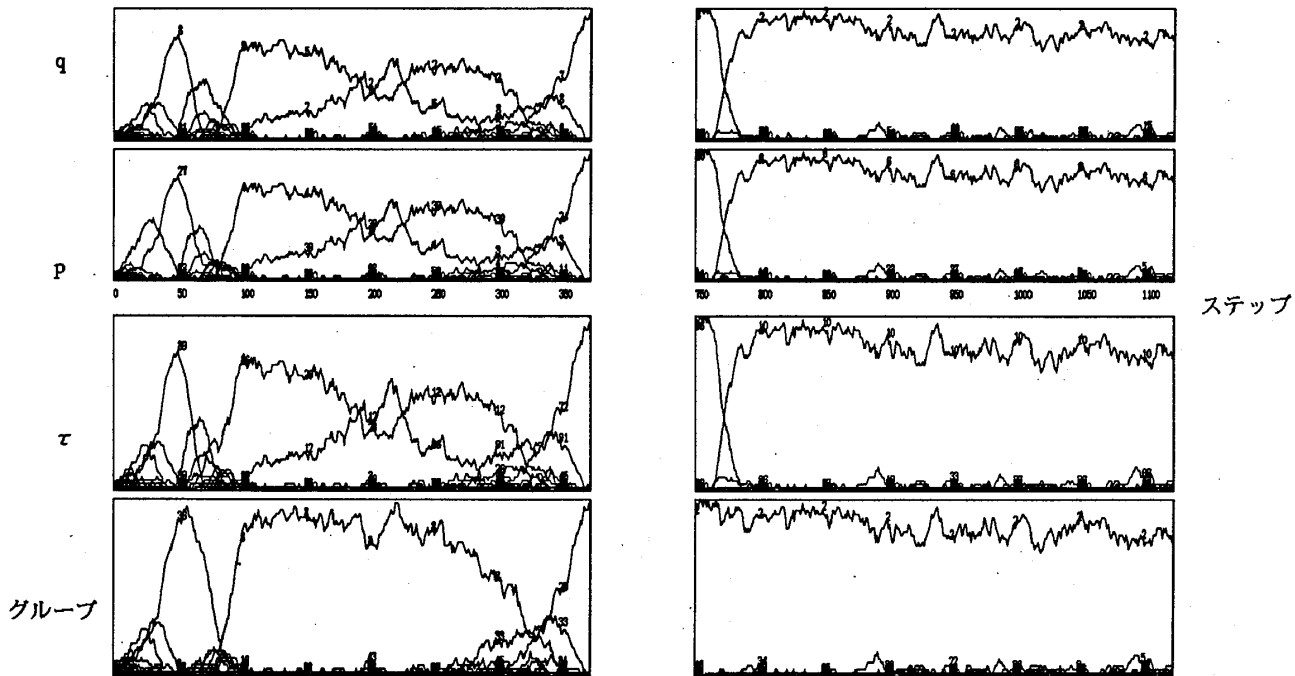


図 1:

真ん中の数字はステップである。一番下の段はどのグループがどれだけの人数を占めているか、下から2番目、3番目、4番目はある r の値(%), p の値(%), q の値(%)を持ったプレイヤーがどれだけの人数を占めているかをあらわしている。50ステップ付近から、36グループが優勢になる。36グループの持っているパラメータ r は89%で仲間に対してはかなり協調性が高い。そのあと80ステップ付近から優勢になりだした、8グループは r が26%から12%へと下がっている。その後25グループが330ステップ付近から台頭してくる。左の図と右の図の間は途中省略してあり、750ステップから続きを描いている。2グループが750ステップのときは優勢であるが、ミューテーションを受けて r が10%, p が6%, q が2%のプレイヤー達に変化した。

図1の横軸はステップで、下から2段目と3段目の間の数字がステップ数である。縦軸は下からグループID、 r の値(%), p の値(%), q の値(%)を持っているプレイヤーの人数である。それぞれ最高で50プレイヤーである。図1がルール1のシミュレーションの結果である。図1の25ステップ付近から50ステップにかけてでグループID=36が優勢になってくる。その時36グループのパラメータは $r=0.89$, $p=0.29$, $q=0.08$ である。50ステップ付近で一番下のグラフはほとんど頂点に達しているのに r , p , q がそこまで達していない。これはミューテーションを受けたために同じグループでありながら、違うパラメータを持ったためである。もっとはっきりわかるのは次の80ステップ付近から優勢になりだした、8グループのパラメータである。グループ自体は300ステップ付近まで優勢であるにもかかわらずパラメータが $r=0.26$ から0.12に、 $p=0.04$ から0.39に、 $q=0.05$ から0.02に入れ替わっている。ミューテーションにより $r=26$ にかわり $r=12$ を持つものが現われ、周りよりも協調のパラメータが低いために点数を稼ぎ、8グループの中で優勢になった。しかし、 $p=0.39$ とあまり外部にたいして厳しくないため、他のグループの台頭を許す結果となった。その他のグループとは330付近から優勢になりつつある25グループである。この25グループもまた $r=0.72$ と仲間に対しては高い協調のパラメータを持っている。25グループもまたミューテーショ

ンにより外部に対する抵抗力を失い、絶滅する。そのような変遷を繰り返しながら最終的に生き残るのは、2グループである。今度はミューテーションを受けた後も、 $p=0.06$ 、 $q=0.02$ と外部に対しても非常に低い協調のパラメーターを持っているため、7000ステップを過ぎてもこのまま優勢であり続けた。

このモデルでは初めグループが優勢になるときは、 τ の値は高く、味方に対して協調しているグループが有利である。しかし、まわりがほとんど自分と同じグループになったときは τ の値は低ければ低いほど有利になる。そのためあるグループが優勢になったときその中のプレイヤーがミューテーションを受けて現在の τ よりも低い値になったとすると、そのパラメーターを持ったものが増えてくる。しかし τ 以外のパラメーターもミューテーションを受けるためうまく p と q が小さくなればよいが、ならなかった場合自分のグループには非協調でありながら他のグループに対して協調するようになり、他のグループに取って代わられる。このとき出てくるグループも、 τ は高く仲間に協調する。これを数回繰り返した後 p 、 q 、 τ の全てが低いものが出現し安定する。

3.2 ルール2の結果

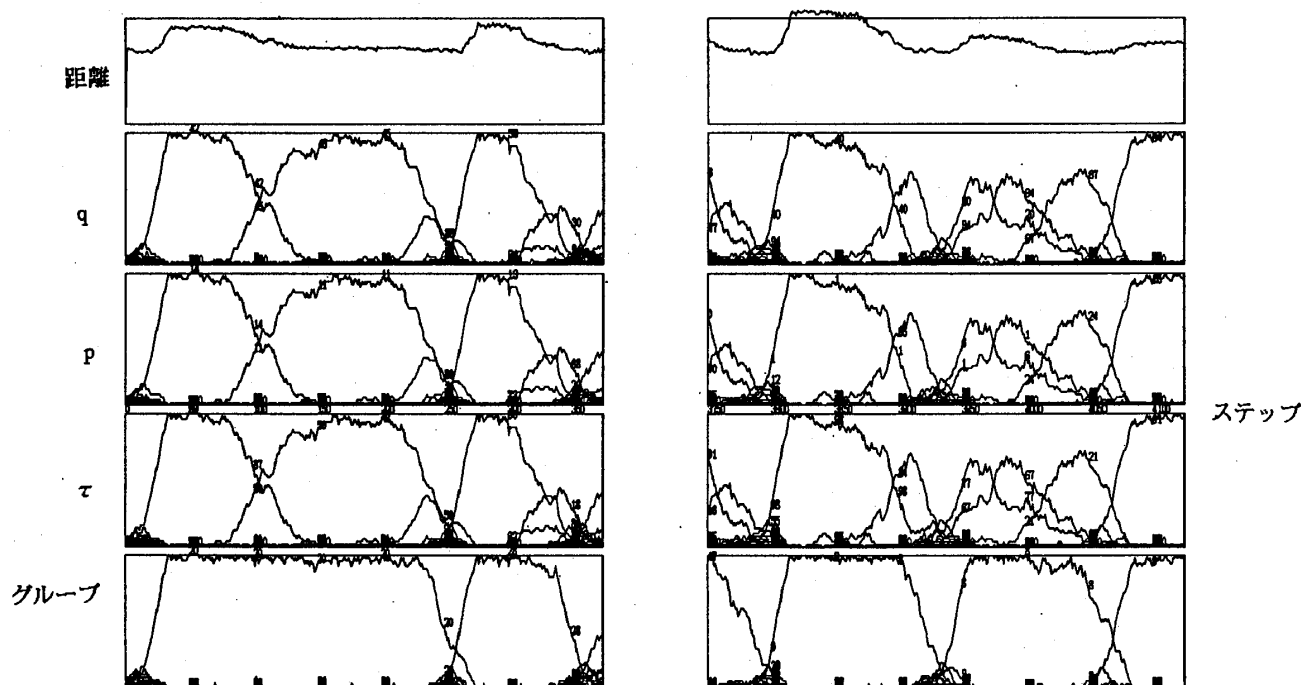


図 2:

図1との違いは一番上の段である。一番上の段は走った距離を表している。下の4段は図1と同じである。10ステップくらいから20グループが台頭してくる。 τ の値が87でかなり協調的である。90ステップ付近で、ミューテーションを受けて、 τ が低くなる。このグループは250ステップ付近で絶滅し、新たに、28グループに代わられる。しかしこのグループもミューテーションを受けた後、絶滅する。となりの図は、3700ステップ付近まで省略した後の図である。これはずっと落ち着かず、台頭～絶滅～台頭を繰り返す。

図2はほとんど図1と同じことを表示しているが、一番上の段はプレイヤーの進んだ距離の全プレイヤーの合計を示している。最高は50プレイヤー×100ラウンドで5000単位距離である。下の4段は先程と同じで最高で50プレイヤーである。図2の10ステップ付近でID=20のグループが

優勢になってくる。20グループの持っているパラメーターは $\tau=0.87$ 、 $p=0.14$ 、 $q=0.42$ である。このとき1番上の段をみると20グループが優勢になるに従って、距離の合計も伸びている。その後100ステップ付近でミューテーションを受け、パラメーターが $\tau=0.87$ から0.50、 $p=0.14$ から0.11、 $q=$ から0.45に変わる。それに伴って、距離の方も落ちている。そして、250付近でグループID=28、 $\tau=0.90$ 、 $p=0.13$ 、 $q=0.58$ に代わられる。ここでも、距離が伸びている。

ルール2の結果も、あるグループが優勢になるときは、 τ の値が大きい。その後、グループは代わらないのに、ミューテーションを受けて、 τ の値が小さくなるのもそして新しいグループが出現するのもルール1と同じである。今度もまわりが同じグループで協調してくれるのであれば、協調しないほうが得である。しかしルール1と違っていつまでも他のグループにかわれ安定しない。新しく優勢になったグループもはじめは τ の値は高く距離は伸びるが、その後そのグループの中で τ の低いものが現われ、距離が落ちさらに新しいグループが出現する。これを繰り返し、いつまで経っても安定しない。

3.3 ルール3の結果

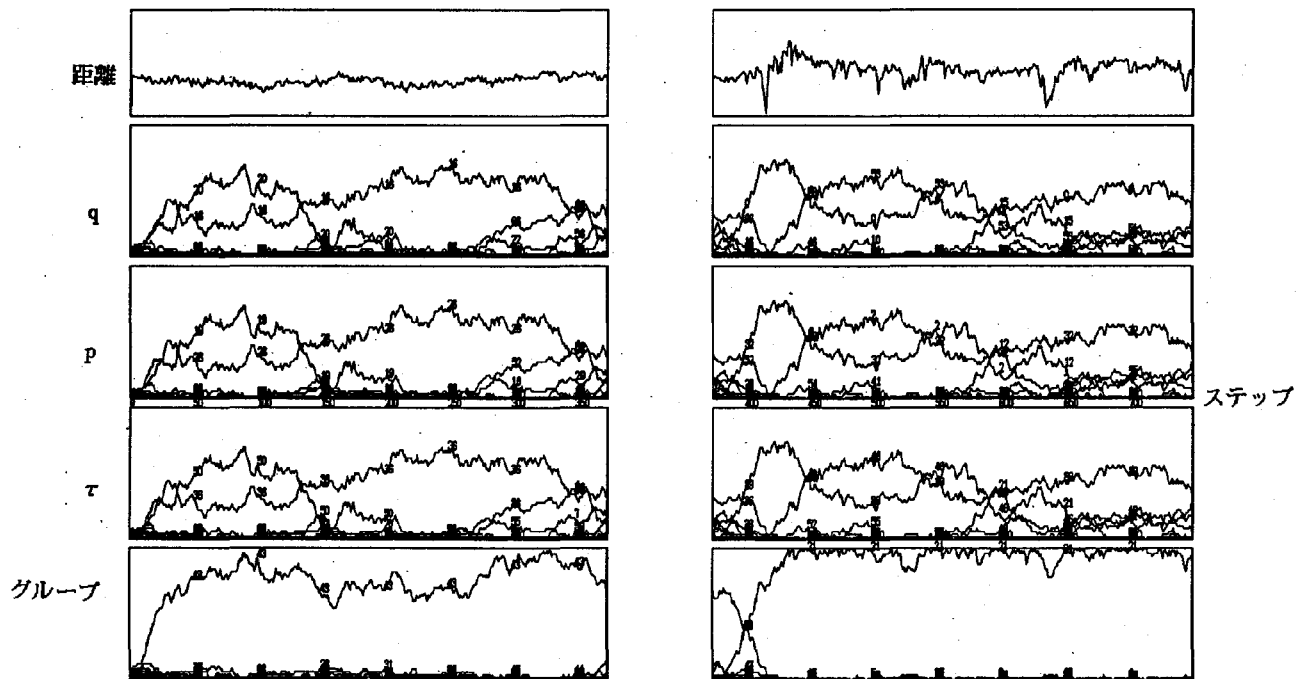


図 3:

図の見方は図2と同じである。まず、43グループが台頭してくる。パラメーターが初めから2つに分化している。 τ は50%と36%に、 p は19%と28%に、 q は20%と16%に分化している。その後、右の図で400ステップ付近で、21グループに代わられるが、このグループも二つのパラメーターを持ったプレイヤー達にわかれる。

先程の二つのモデルとは顕著な違いがある。同じグループ内で違うパラメーターを持つ集団に分れることである。グループID=43が10ステップ辺りが優勢になり始めるが、そのパラメーターは $\tau=0.50$ 、 $p=0.19$ 、 $q=0.20$ を持っているプレイヤー達と $\tau=0.36$ 、 $p=0.28$ 、 $q=0.16$ を持っているプレイヤー達に分れる。200ステップ付近で $\tau=0.50$ を持っているプレイヤー達が絶滅し、新たに250ステップ付近で $\tau=0.86$ 、 $p=0.52$ 、 $q=0.66$ を持ったプレイヤー達が現われる。400ステップ付近

で43グループが絶滅し、ID=21が優勢になり、 $\tau=0.46$ 、 $p=0.02$ 、 $q=0.53$ を持っているプレイヤー達と $\tau=0.89$ 、 $p=0.32$ 、 $q=0.00$ を持っているプレイヤー達に分れる。

なぜ同じグループに二つの集団が出来るのかを、解析するために、プレイヤー達のパラメーターを固定したシミュレーションをした。まず、グループIDを一つに固定した。これにより、 p と q はこのシミュレーションではどんな値を持っているか関係なくなる。そして、 τ の値を0から0.9まで0.1刻みで10種類のパラメータを50人のプレイヤーに一つずつ持たせる。一つのパラメーターにつき5人のプレイヤーが持っていることになる。この結果が図4である。横軸は τ の値で、縦軸はその

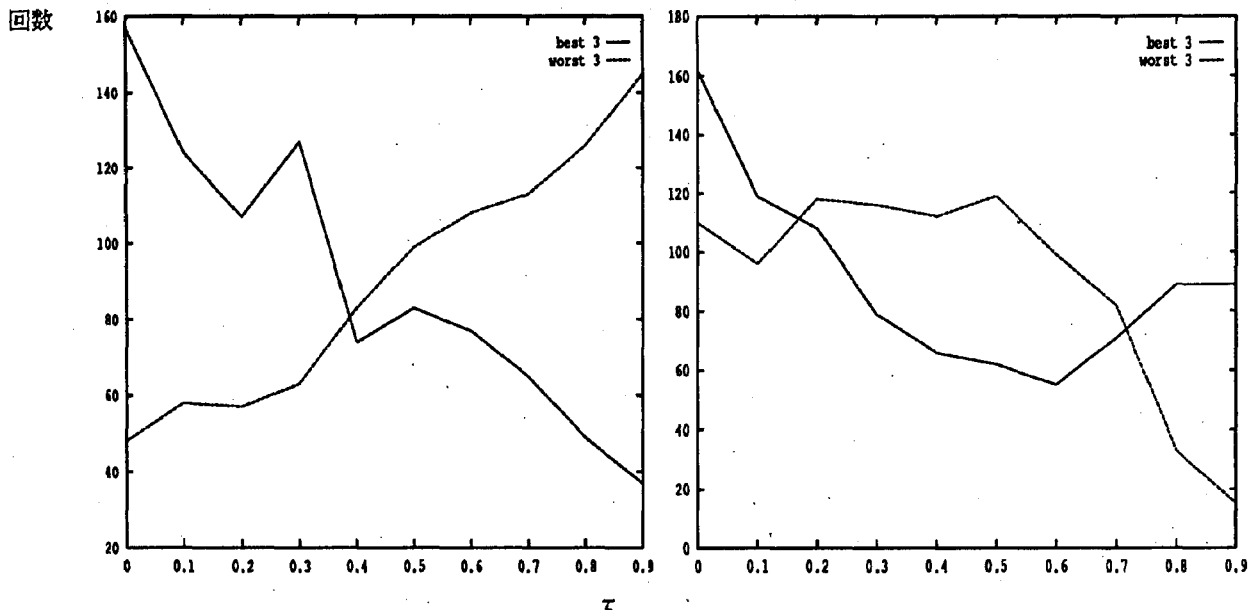


図 4:

縦軸はベスト3又はワースト3に入った回数である。横軸は協調の確率である。それぞれ5プレイヤーずついる。左の図がモデル2に対する結果である。右の図がモデル3に対する結果である。ベスト3に入る回数は協調すればするほど低くなり、ワースト3に入る回数が増える。逆に非協力になればなるほど、ベスト3に入る回数が増え、ワースト3に入る回数は減る。ところが右の図では、非協力なほどベスト3に入る回数は増えているが、ワースト3にも結構入っている。協調すればするほどワースト3に入る回数は減っている。

パラメーターを持ったプレイヤー達が何回 best3 と worst3 に入ったかの回数である。試行回数は300ステップである。 $\tau=0$ のパラメーターを持ったプレイヤー達は、162回 best3 に入り、110回 worst3 に入っている。 $\tau=0.9$ のパラメーターを持ったプレイヤー達は、89回 best3 に入り、15回 worst3 に入っている。つまり同じグループに所属するプレイヤーばかりのとき、 τ の値が低ければ低いほど、順位が上になれるが、最下位になる回数も増える。しかしながら、 τ の値が高いプレイヤー達も特別に多く best3 に入っているわけではないが、worst3 に入る回数が極端に少ない。 τ の低いほうも高いほうも、best3 に入っている回数が worst3 に入っている回数よりも、に多い。これに対して中間辺りの τ を持ったプレイヤー達は、best3 に入る回数よりも、worst3 に入る回数が多い。

このパラメーターを固定したシミュレーションにより次のことがいえる。 τ はやはりある程度高くないとグループが優勢になれないが、他のモデルと違い、ある一つのグループが優勢になった後でも、 τ の値が低ければ得というわけではない。ある程度低い τ を持った集団が増えてくると、お互いに交差点で出会うことが多くなり、距離を稼ぐことが出来なくなる。 τ の大きい集団も以外と不利になるわけではなく、暴走するプレイヤー達がいなくなるのを待って、進めるので中途半端に非協力であるよりも、非常に協力的であった方がよい。そのため非常に協力的な集団と非協力的な集団に分化する。

4 まとめ

どのモデルでも優勢となるグループは τ の値が大きい。つまり、グループを作るときは仲間同志で協調する必要がある。パラメーター p と q はそのグループが優勢になるかどうかと余り相関がない。グループ内部に対するパラメーター τ が大きければグループの得点は上昇し、グループの勢力は増す。そのためにグループが大きくなるときは τ が大きい必要がある。

しかし一度グループが優勢になった後では p 、 q の値の進化はモデルによってかなり違う。 p と q が小さいほどよいのはどれも同じである。 $p=1$ 、 $q=0$ のときグループ対グループのTFT的な戦略となるが個人対個人のときと違い有力な戦略とはなりえない。個人対個人のことを考えれば、TFT戦略がよいかも知れないが、グループ対グループのときはとにかく他のグループに対して非協力的な方がよい。 p と q が大きいと他のグループに協力することになり、他のグループの台頭を許すこととなる。基本モデルでは一度優勢になってしまえば τ は大きいままである必要はない。図1で見たように、 τ の値が小さくても、グループを維持していくことが出来る。これに対してルール2とルール3では τ の値が小さいと、グループを維持していることができない。ただジレンマゲームの得点で順位を付けるだけでは、出来なかった自然に τ を大きくしておく機構がもう一つの基準を設けることにより、自然に現われてきた。特にルール3ではグループ内で集団が二つ出来、内部で罰を与える機構が予期せず現われたことが興味深い。自然界のグループを作っている動物達も、お互いを認識出来なくても、このような機構のために協調が失われずにいるのではないだろうか？

参考文献

- [1] Mesterton-Gibbons, M. *An Introduction to Game-Theoretic Modeling* (Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1992)
- [2] Maynard, S. J. *Evolution and Theory of Games*. (Cambridge University press, Cambridge, U.K.
- [3] Axelrod, R. *The evolution of Cooperation* (Basic Books, 1984).
- [4] Axelrod, R and Hamilton, W. D. *Science* **211**, 1390-1396 (1981).