

(続紙 1)

京都大学	博士（理 学）	氏 名	大塚 亜人夢
論文題目	On the image of the Saito-Kurokawa lifting over a totally real number field and the Maass relation		
(論文内容の要旨)			
1970 年代の後半に齋藤裕および黒川重信らが独立に 1 変数の保型形式から多変数の保型形式である次数 2 の Siegel 保型形式への対応の存在を予想した。この 2 つの保型形式の間の対応は Maass、Andrianov、Zagier らによってその存在が証明され、齋藤-黒川リフティングと呼ばれている。齋藤-黒川リフティングで対応する 2 次の Siegel 保型形式は、その Fourier 係数の間に特別な線形関係式があることが知られている。逆にそのような Fourier 係数間の関係式をみたす Siegel 保型形式は齋藤-黒川リフティングで対応する Siegel 保型形式となっている。この齋藤-黒川リフティングを特徴づける Fourier 係数の間の関係式は Maass の関係式と呼ばれ、Maass の関係式をみたす Siegel 保型形式からなる部分空間は Maass 部分空間と呼ばれている。古典的な齋藤-黒川リフティングの自然な拡張として Hilbert 保型形式の齋藤-黒川リフティングを考えることができる。実際、Piatetski-Shapiro や Schmidt らの研究によりこの拡張された齋藤-黒川リフティングの存在が示されている。この拡張された齋藤-黒川リフティングに対しても Maass の関係式のような Fourier 係数の間の関係式が成り立つのか、という疑問に答えることが本論文の目標である。先に述べた Piatetski-Shapiro や Schmidt らの研究は表現論的手法を用いているため、そのままでは Fourier 係数の関係式を explicit に与えることができない。アデール上で定義される保型形式の Fourier 係数は各素点における Whittaker 関数の積で表される。Fourier 係数の explicit な関係式を得るためには Whittaker 関数を具体的に求める必要がある。有限素点における Whittaker 関数は本質的に Siegel 級数と呼ばれる形式的冪級数によって表わされる。この Siegel 級数の explicit な表示を求める作業が本論文の主要部分であり、最も時間を費やした箇所でもある。Siegel 級数の explicit な表示については Kaufhold、北岡、桂田、Feit などの先行研究がある。本論文では Kaufhold の方法を一般化することにより Siegel 級数の explicit な表示を求めた。Siegel 級数の explicit な表示を用いることで、齋藤-黒川リフティングによって得られる Hilbert-Siegel 保型形式の Fourier 係数の explicit な公式や、Maass の関係式と同様の Fourier 係数間の関係式が成り立つことが示される。この関係式を古典的な場合と同様に Maass の関係式と呼ぶことにする。この Fourier 係数の公式および Maass の関係式の定式化が本論文の主定理である。 以上が本論文の主要結果である。			

(論文審査の結果の要旨)

古典的な齋藤・黒川リフトの Fourier 係数が Maass 関係式という線型関係式を満たすことは広く知られている。しかし Hilbert-Siegel 保型形式の齋藤・黒川リフトの Fourier 係数に対しても同様の線型関係式が存在するか否かは知られていなかった。当論文はその疑問に答えたものである。古典的な齋藤・黒川リフトの Maass 関係式は Jacobi 形式を通じて具体的に構成されるが、Hilbert-Siegel 保型形式の齋藤・黒川リフトの場合には表現論的な手法を用いて存在のみが知られているので、同じ手法で Fourier 係数の線型関係式を示すことには困難がある。当論文では Siegel 級数の具体的な形を Kaufhold の方法で計算し、それを用いて Maass 関係式の一般化を定式化してそれを証明した。このような点で、当論文の結果は古典的な結果の単なる一般化ではなく、Hilbert-Siegel 保型形式の研究に新しい知見をもたらすものであると言える。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について平成 25 年 1 月 17 日に試問を行った結果、合格と認めた。