

氏 名	松 岡 忠 幸 まつ おか ただ ゆき
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 393 号
学 位 授 与 の 日 付	昭 和 47 年 7 月 24 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	On the degree of singularity of one-dimensional analytically unramified noetherian local rings (1次元の解析的不分岐ネーター局所環の degree of singularity について)
論 文 調 査 委 員	(主 査) 教 授 永 田 雅 宜 教 授 戸 田 宏 教 授 佐 藤 幹 夫

論 文 内 容 の 要 旨

C が、射影空間内で、代数的閉体 k 上定義された既約な代数曲線るとき g が genus, p_a が arithmetic genus であれば、差 $p_a - g$ は C の singularity にのみ関係する量である。すなわち、 C の点 P における局所環を O_P , C の函数体 $k(C)$ 内での O_P の整閉包を $\bar{O}_P$ として、

$$\delta_P = \dim_k O_P / O_P \quad (k\text{-ベクトル空間としての次元})$$

とおくとき、

$$p_a - g = \sum_{P \in C} \delta_P$$

である。これを C の degree of singularity, 各 δ_P を C の P における degree of singularity という。

$\mathbb{C}_P$ を $\bar{O}_P$ の O_P に関する導手として

$$C_P = \dim_k O_P / \mathbb{C}_P$$

とおく。 C_P と δ_P との間の関係は、今まで幾人かの代数幾何学者達によって調べられてきた。まず P. Samuel と D. Gorenstein により、 C が平面曲線の場合には

$$(1) \quad C_P = 2\delta_P$$

が成り立つこと (1951—1952), また M. Rosenlicht によって、 C が complete intersection の場合にもこの等式が成り立つことが証明された (1952)。さらに一般に、M. Rosenlicht, J. —P. Serre, A. Grothendieck 等によって、不等式

$$(2) \quad \delta_P + 1 \leq C_P \leq 2\delta_P$$

が成り立ち、等式が成り立つための必要充分条件は O_P が Gorenstein 環であることが示された。

この主論文における研究は Macaulay 環のある invariant を使って、不等式 (2) を、より精密なものとするのである。

A を Krull 次元 d の Macaulay 局所環, $\mathfrak{n}$ をその極大イデアルとする。正整数 $I_A(\text{Ext}_A^d(A/\mathfrak{n}, A))$ を A の type と呼ぶ。この A の invariant は次のようなイデアル論的意味をもつ: A のパラメーター

系で生成された $\mathfrak{m}$ -準素イデアルを、既約なイデアルの共通部分として無駄のない表示をしたとき、そこに現われる既約イデアルの個数が type である。このことは申請者が参考論文 1 で扱っている。従って、特に、 A の type が 1 のときが Gorenstein 環。

以下 R は Krull 次元 1 の解析的不分岐な Noether 局所整域とする。 R の、その商体内での、整閉包 $\bar{R}$ は有限生成 R -加群であるから、 R の degree of singularity $\delta = l_R(\bar{R}/R)$ が定義される。また、 $\mathfrak{C}$ を $\bar{R}$ の R に関する導手とすれば、 $\mathfrak{C} \neq 0$ である。 $C = l_R(\bar{R}/\mathfrak{C})$ とおく。 R は Macaulay 環でもあるからその type が定まる。それを μ とする。 $\mathfrak{m}$ を R の極大イデアルとする。

主論文は、 R が条件：

$\bar{R}$ のすべての極大イデアル $\mathfrak{M}$ について、 $R/\mathfrak{m} = \bar{R}/\mathfrak{M}$ をみたすという仮定のもとに、 δ, C, μ の間に不等式

$$(3) \quad (1+1/\mu)\delta \leq C \leq 2\delta - \mu + 1$$

が成り立つことを述べ、その証明をしている。

論文審査の結果の要旨

代数曲線 C の genus と arithmetic genus との差は、その上の点の degree of singularity の和として得られるので、曲線論において、点の degree of singularity は大切である。平面曲線の場合には、その上の点 P の局所環 O_P の整閉包 $\bar{O}_P$ および導手 $\mathfrak{C}_P$ をとるとき、 P の degree of singularity δ_P は $C_P = \dim_k O_P/\mathfrak{C}_P$ の半分であることが 1951 年に証明され、以後、その一般化として、(i) Gorenstein 環の場合も同じ等式が成立すること、(ii) 一般には $\delta_P + 1 \leq C_P \leq 2\delta_P$ という不等式が成立することなどがいろいろな学者によって示されている。

申請者は主論文において、上記不等式を次のような精密なものにした。

$$(1+\mu_P^{-1})\delta \leq C_P \leq 2\delta_P - \mu_P + 1$$

ここに、 μ_P は $\text{Ext}_{O_P}^1(O_P/\mathfrak{m}_P, O_P)$ の O_P -加群としての長さを示す。この μ_P は論文内容の要旨に述べたように、イデアル論的な意味をもち、それについては申請者が参考論文 1 で示している。申請者は、その結果を、点の局所環のときに限らずに、Krull 次元 1 の局所領域 $(R, \mathfrak{m})$ で、その商体閉での整閉包 $\bar{R}$ をとったとき、

- (i) $\bar{R}$ が R -加群として有限生成であり、
 - (ii) $\bar{R}$ の任意の極大イデアル $\bar{\mathfrak{m}}$ について、 $\bar{R}/\bar{\mathfrak{m}} = R/\mathfrak{m}$
- の二条件の充される場合に、環論的に証明している。

上記のように、申請者の論文は、その代数幾何学的意義および環論的意義の両面からその価値が評価されるものである。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。