

高レイノルズ数乱流中の強い渦の組織構造

名古屋大学大学院工学研究科 石原 卓

Takashi Ishihara

Graduate School of Engineering,

Nagoya University

1. はじめに

我々の身のまわりにある流れの多くは非圧縮ナビエストークス(NS)方程式によって非常によく記述される. このことは非圧縮 NS 方程式の高精度・高解像度な数値計算を実施して得られる解が現実の多様な流れの振る舞いを非常によく再現していることから経験的に確認できる. NS 方程式では粘性に比べ慣性が卓越すると, 非線形性が強くなり, その解は複雑化し乱流となる. 乱流を駆動する外力の特徴的な速度と長さのスケールが U と L のとき, 非線形性の強さはレイノルズ数 $Re = UL/\nu$ で表現される. ここで ν は動粘性係数である.

非圧縮 NS 方程式の大規模直接数値計算(DNS)により, 高 Re でコルモゴロフの理論が予測する広い慣性領域のスペクトルが得られること, および高 Re ほど乱流場の間欠性が強くなっていくことなどがわかっている.^[1] 本発表では高 Re 非圧縮 NS 方程式の解の構造(渦構造)について, 最近得られた知見を概説する. 詳しくは文献[2,3]を参照されたい.

2. 非圧縮 NS 方程式の大規模直接数値計算

コルモゴロフの理論に基づくと乱流中の小スケールの統計は ν と平均エネルギー散逸率 ϵ によって特徴付けられ, 乱流中の最小スケール η は $(\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ と見積もられる. これより乱流中のスケール比 L/η は $Re^{3/4}$ に比例して大きくなり, 必然的に高 Re 乱流の $O(\eta)$ のスケールまで解像する DNS は大規模なものになることがわかる.

2002 年に地球シミュレータ(ES)を用いて実施された乱流の大規模 DNS は外力のある非圧縮 NS 方程式を周期境界条件の下, フーリエスペクトル法を用いて解いたものである. 動粘性係数 ν の値を $k_{max}\eta \sim 1$ となるように設定して ES 上で実施した DNS で得られた乱流データベースのうち最大 Re は格子点数 4096^3 の $Re = 3.65 \times 10^4$ であった (k_{max} はスペクトル法を用いた DNS における最大波数).^[4]

3. 高レイノルズ数乱流中の強い渦構造

乱流中には直径 10η 程度の管状渦構造があることがよく知られている。低 Re では L と η のスケール比がさほど大きくないため、強い管状渦が乱流中で L のスケールの流れ構造に重要な役割をすると考えられるが、十分に高 Re では L と η のスケール比が巨大となり直径 10η 程度の強い管状渦が直接的に L のスケールの流れ構造に寄与するとは考えにくい。実際、文献[1]や著書[5]にある $Re = 3.65 \times 10^4$ の乱流場の強渦度領域の可視化図は管状渦が組織構造を形成していることを示唆する。

近年我々は格子点数 4096^3 、 $Re = 3.65 \times 10^4$ の乱流場を格子点数 512^3 の $8 \times 8 \times 8$ の小領域に分割して、小領域毎に平均エントロフィーを求め、その値の高い小領域の強渦度領域を可視化した。その結果、直径 10η 程度の強い管状渦が密に集合して、非常にシャープな界面をもつ層状の組織構造を形成していることを発見した。層の厚さはテイラー長 $\lambda = (15\nu u_0^2/\epsilon)^{1/2}$ 程度であり、大きさは L の程度であった。また、層を横断して u_0 （乱流の速度揺らぎの大きさ）程度の速度のジャンプがあり、剪断を形成していることが分かった。層中の平均的なエントロフィーは場全体の平均の約10倍程度であり、その剪断層の中には非常に強い管状渦が多く存在していることも分かっている。^[2]

4. 高レイノルズ数乱流中の剪断層近傍のエネルギー散逸とエネルギー輸送

前節で述べた剪断層の内部では全体の平均 ϵ の10倍程度のエネルギー散逸が平均的に起きている。層近傍で起きているエネルギー輸送を調べるために

$$T(\mathbf{x}, k) = \sum_{i,j} \frac{1}{2} (\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

の解析を行った（ $\bar{}$ は波数 k 上のモードをカットするフィルター操作を表す）。^[2]

$T(\mathbf{x}, k)$ の空間平均 $\langle T(\mathbf{x}, k) \rangle$ は波数 k より低波数側から高波数側に流れるエネルギー輸送を表し、 k が慣性小領域にあるとき、平均エネルギー散逸率に一致する。 $T(\mathbf{x}, k)$ の統計量の解析については文献[6]を参照されたい。

剪断層近傍の $T(\mathbf{x}, k)$ の解析により、 k が慣性小領域にありかつ π/k が層の厚さより小さい場合に $T(\mathbf{x}, k)$ の層内の平均は 10ϵ 程度であることが分かった。また、 π/k が層の厚さより大きい場合の $T(\mathbf{x}, k)$ の層内の平均は 10ϵ 程度から急激に小さくなり、層外部から層内部へのエネルギーの流入が層の厚さより大きいスケールで起きていることを示している。なお、以上は層内部での正味のエネルギー輸送についてであり、 $T(\mathbf{x}, k)$ の値の揺らぎ（空間的な変動）は層近傍で非常に大きく、 k が慣性小領域にありかつ π/k が層の厚さより小さい場合には、その標準偏差は 20ϵ 程度であった。^[2]

5. まとめと今後の課題

乱流の大規模な直接数値計算によって得られたデータの詳細な解析と可視化により、高 Re 乱流中の重要な強い渦構造が、低 Re 乱流の強い渦構造と質的に異なり、直径 10η 程度の強い管状渦が密に集合して厚さ λ 程度、大きさ L 程度の剪断層であることが示唆された。このような剪断層は、低 Re 乱流では観察されていないため、高 Re 乱流特有の構造であると考えられる。またそれらは外力によって駆動されるエネルギーを保有する渦と渦の間に形成されると予想されるがその詳細はまだ分かっていない。高 Re 中の剪断層の生成過程、時間変化、場全体の乱流統計量への寄与および Re 依存性について明らかにしていくことが今後の課題である。

参考文献

- [1] Takashi Ishihara, Toshiyuki Gotoh, Yukio Kaneda, Study of High-Reynolds Number Isotropic Turbulence by Direct Numerical Simulation, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 41 165-180 (2009)
- [2] Takashi Ishihara, Yukio Kaneda, Julian C. R. Hunt, Thin shear layers in high Reynolds number turbulence - DNS results, *Flow Turbul. Combust.*, Vol 91, Issue 4, 895-929 (2013)
- [3] Julian C. R. Hunt, Takashi Ishihara, Nicholas A. Worth, Yukio Kaneda, Thin shear layer structures in high Reynolds number turbulence -Tomographic experiments and a local distortion model, *Flow Turbul. Combust.* 10.1007/s10494-013-9518-0 (2013)
- [4] Takashi Ishihara, Yukio Kaneda, Mitsuo Yokokawa, Ken'ichi Itakura and Atsuya Uno, Small-scale statistics in high-resolution direct numerical simulation of turbulence: Reynolds number dependence of one-point velocity gradient statistics *J. Fluid. Mech.* 592 335-366 (2007)
- [5] 乱流の計算科学 - 乱流解明のツールとしての大規模数値シミュレーション, 共立出版, 監修 金田行雄, 2012年7月
- [6] Tomohiro Aoyama, Takashi Ishihara, Yukio Kaneda, Mitsuo Yokokawa, Ken'ichi Itakura and Atsuya Uno, Statistics of Energy Transfer in High-Resolution Direct Numerical Simulation of Turbulence in a Periodic Box, *J. Phys. Soc. Jpn.*, 74 (12) 3202-3212 (2005)