

MT 法 TM モード電磁応答を用いた電気伝導度異方性の検出

岡本 拓*・後藤忠徳**・木村俊則*³・真田佳典*⁴・三ヶ田均**・芦田 譲*⁵

要 旨

MT 法の二次元解析において、測線方向および深度方向をそれぞれ y 軸および z 軸とした場合、MT 法の TM モードの比抵抗情報は測線方向 (ρ_{yy}) と深度方向 (ρ_{zz}) に分解することができるが、等方モデリングでは二つの比抵抗値は互いに等しいとして扱われる。しかし、異方モデリングを用いて、二方向の比抵抗が異なる (異方性) 構造を含んだ数値モデルに対しフォワード計算を行ったところ、 ρ_{zz} の変化により、TM モードの MT 法電磁応答 (MT レスポンス) に変化が認められた。また、感度行列の計算により、 ρ_{zz} の MT レスポンスへの寄与を確認した。そこで、本論文では、TM モードの MT レスポンスを用いて $y \cdot z$ 軸の二軸方向の比抵抗構造を求めるインバージョンコードを開発し、異方性の検出可能性を検証した。本インバージョンコードでは、 ρ_{yy} と ρ_{zz} の比抵抗間に制約を与え、その制約の大きさによって対象モデルの異方性を表現する。制約の大きさは情報量基準 ABIC を用いて客観的に決定できるように設定した。数値モデルに対して本手法を適用し、異方異常体モデルに対しては異方性を反映したインバージョン結果が得られ、等方異常体モデルに対しては、等方インバージョンを用いて得られるインバージョンと同等な結果が得られた。この手法によって、対象モデルの異方性に関わらず精度よくインバージョンを行えることが確認された。

キーワード：異方性・TM モード・MT 法・インバージョン

1. はじめに

MT(magnetotelluric)法は、大地の電磁応答を測定して地下の比抵抗構造を推定する電磁探査法の一つである。信号源としては、太陽の黒点活動、赤道付近の雷放電などによる非常に広い周波数帯域を持つ自然電磁場を用いる。測定する周波数帯により、地下数 m から数千 km の大深度までの探査が可能であり、測点の展開も地震探査や電気探査といった他の手法と比べ比較的容易であることから、広域かつ深部の調査が要求される調査において盛んに用いられている。最近では複雑な地下構造に対する調査が求められており、計算機の進歩に伴って三次元解析(例えば、Siripunbaraporn et al.,2005)や異方性検

出を目指した研究もなされている。

本論文は MT 法における二次元断面内の比抵抗異方性の検出を目的としている。比抵抗異方性の誘因としては、上部地殻ではフラクチャに伴う孔隙の選択配向性、層状の岩石構造及び定向性不均質などがある。下部地殻では、メルトの選択配向性やグラファイトのせん断帯、また、マントル上部では配列したオリビン内の脱水などが挙げられる(Wannamaker,2005)。実際に、岩石実験の結果からも異方性の検出がなされている。例えば、Omura(2004)は、断層深部岩石であるマイロナイトの室内実験を行っており、湿潤状態では方向によって電気伝導度が異なることを報告している。Hagrey(1994)は、原位置での測定で、深度 55~85m の区間にあるフラクチャ

2007年 5月 10日原稿受付;2008年 12月 26日受理

* 株式会社地球科学総合研究所

〒112-0012 東京都文京区大塚 1-5-21

(前・京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻)

**京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻

〒615-8540 京都市西京区京都大学桂

*³ サンコーコンサルタント株式会社

〒136-0071 東京都江東区亀戸 1-8-9

*⁴ 独立行政法人海洋研究開発機構地球深部探査センター

〒236-0001 神奈川県横浜市金沢区昭和町 3173-25

*⁵ NPO 法人環境・エネルギー・農林業ネットワーク

〒606-8448 京都市下京区松原通新町西入藪下町 24

第 116 回(平成 19 年度春季)学術講演会にて一部発表

ヤを含む岩盤から 400~1,225 Ω m の方向異方性を検出した。Rauren and Lastovickova(1995)は、ドイツ大陸超深度掘削(KTB)での孔井検層の結果から、深度 3,100m の白雲母、黒雲母、片麻岩の領域では、比抵抗の最大値と最小値の比の二乗根が 2.5 であったという報告をしている。

MT 法では、TM モードと TE モード間の異方性検出に関する研究は過去に多く行われており、現場データを用いた解析からも異方性を示唆する結果が得られている(例えば、Bologna et al.,2005)。一方、TM モード断面内にある二方向の比抵抗の異方性に関する研究はあまりなされておらず、本論文ではそこに焦点を当てて議論する。MT 法の二次元解析において、測線方向および深度方向をそれぞれ y 軸および z 軸とした場合、等方モデリングでは、 ρ_{yy} と ρ_{zz} の比抵抗は互いに等しいとしており、異方な地盤で取得したデータをインバージョンして得られる各要素ブロックの比抵抗は各方向の平均的な値となったり、実際には存在しないところに高比抵抗や低比抵抗のブロックが偽像として現れることが予期される。それに対し、もし TM モード内の二軸方向の比抵抗をそれぞれ独立したものとして扱うことができれば、 ρ_{yy} と ρ_{zz} の比抵抗構造の推定が可能になる。また、電気的異方性は地震学の S 波偏向異方性と相関があることが示唆されており(Bernard et al.,1997)、S 波偏向異方性の結果に対し補完的な情報を与えられる手法としても期待される。

そこで本研究では MT 法 TM モード電磁応答を用いて、二次元断面内の走向直交二成分 (ρ_{yy} と ρ_{zz}) の比抵抗異方性の検出を目的としたインバージョン手法の開発を行った。ただし地下の異方性の情報は必ずしも地表で観測される MT 法電磁応答 (MT 法における見掛け比抵抗値および位相差: 以下、MT レスポンスと記述) に影響を与えとは限らない。例えば 1 次元水平成層構造の場合は地中を鉛直方向に流れる電場は存在しないため、ある層中の ρ_{yy} と ρ_{zz} の値が異なっているとしてもそれを地表の MT レスポンスから求めることは不可能である。つまり地下構造の 2 次元性が弱ければ異方性の検出は難しくなる可能性が予想される。しかし、このような条件下であっても、前述のメルト域や活断層域では異方性と水平方向不均質性が同時に観測される可能性があるため (例えば海嶺下のメルト: Baba et al.,2006)、本研究のインバージョン手法により得られる異方性の情報は水平方向不均質構造の解釈を行う場合に有益であると思われる。

本論文では、まず異方モデリングを用いてフォワード計算を行い、TM モード内の異方性が MT レスポンスに与える影響を調べる。次に、異方インバージョンによっ

て、TM モード内の二軸方向の比抵抗構造推定を行う。実際のデータでは地下構造の異方性は未知であるので、新しいインバージョン手法の開発にあたって、観測される MT レスポンスが $\rho_{yy}=\rho_{zz}$ であるモデルよりも $\rho_{yy}\neq\rho_{zz}$ なモデルでよく説明できる場合に後者のモデルを最適モデルとする手法の開発を目指した。具体的には、異方性を決めるハイパーパラメータを新たに導入し、これを自動計算により的確に求め、 ρ_{yy} と ρ_{zz} を独立に求める手法を提案する。

なお本研究では異方体のサイズは地下構造モデルのブロックサイズと同程度と考えている。一般に、等方な小さな比抵抗ブロックからなる不均質構造と、異方な大きなブロックからなる均質的構造は、観測データからは見分けが付きにくくトレードオフの関係にある (例えば Ogawa, 2002 の Fig.9)。このため異方インバージョンによって「異方性を持つ比抵抗構造」が得られたとしても、前述したメルトやフラクチャといった異方構造ではなく、小規模な等方異常体の集合によって構成されている可能性も残される。しかし、インバージョンを実施する前に適正なブロックサイズを知ることは困難である。従って、ブロックサイズ中に含まれる等方・不均質構造も「異方性」構造として表現し、観測データをよりよく説明するモデルを構築することとした。

2. 有限要素法による TM モードの異方モデリング

異方モデリングに関する論文については Reddy and Rankin(1975)が端緒である。最近では、Pek and Verner(1997)が有限差分法を用いて、Li(2002)が有限要素法を用いて研究を行っている。本論文では Rodi(1976)の手法を基に異方モデリングを作成した。Rodi は TM モード内の各要素ブロックの ρ_{yy} と ρ_{zz} は互いに等しい(等方的)として解いているが、ここではそれらが互いに独立した(異方な)場合にも対応できるように拡張した。

2.1 理論

座標系は x, y 方向が地表面に沿った水平方向であり、z 方向が深度方向であるとする。また、地下構造が 2 次元構造であると仮定し、x 方向に媒質の比抵抗変化がなく、また電磁場が変化しないと考え、y 方向を測線方向とした yz 断面について考える。ここで、x 方向の偏微分が 0 であるから、マクスウェル方程式は互いに独立な 2 つのモードに分離できる。1 つは磁場が地下構造の走向に沿って存在する TM モード、もう 1 つは電場が走向に沿って存在する TE モードである。

MT 法では電場 $\mathbf{E}$ と磁場 $\mathbf{H}$ の関係はマクスウェルの方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} \quad (2)$$

で表される。ここで、 ω は角周波数、 σ は媒質の導電率、 μ は透磁率を表す。

一般に導電率は次のようにテンソルで表すことができる。

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (3)$$

また、導電率テンソルは対称性を持っているので対角化することができ、軸方向の 3 つの導電率 σ_{xx} 、 σ_{yy} 、 σ_{zz} と 3 つの回転マトリクスによって(4)式のように表すことができる(Pek et al., 2006)。

$$\sigma = R_z(-\alpha_S)R_x(-\alpha_D)R_z(-\alpha_L) \times \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} R_z(\alpha_L)R_x(\alpha_D)R_z(\alpha_S) \quad (4)$$

R_x 、 R_z はそれぞれ、 x 、 z 軸に関する要素回転マトリクスである。また、 α_S 、 α_D 、 α_L はオイラー角であり、それぞれ、strike, dip, slant の角度を表す。本論文では、簡単のためにテンソルの主軸が x 、 y 、 z 軸に一致する場合、すなわち、 $\alpha_S = \alpha_D = \alpha_L = 0$ である場合を考え、導電率が以下のように表せるとする。

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (5)$$

(1), (2), (5) 式より磁場の x 成分 H_x に関する 2 階偏微分方程式

$$\frac{1}{\sigma_{zz}} \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{1}{\sigma_{yy}} \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = -i\omega\mu H_x \quad (6)$$

を得ることができる。これは、TM モードの電磁方程式を表す。この式を Rodi(1976)の手法と同様に有限要素近似し、異方モデリングを行う。

2.2 異方モデリングの検証

ここでは、Li(2002)の数値計算結果との比較により、本論文で作成した異方モデリングの検証を行う。検証に用いる数値モデルは、 $1,000\Omega m$ の半無限媒質中に $\rho_{yy} = 10\Omega m$ 、 $\rho_{zz} = 500\Omega m$ であるような異方異常体を含んだ二次元不均質媒質である。Fig.1 に数値モデルを示す。 y

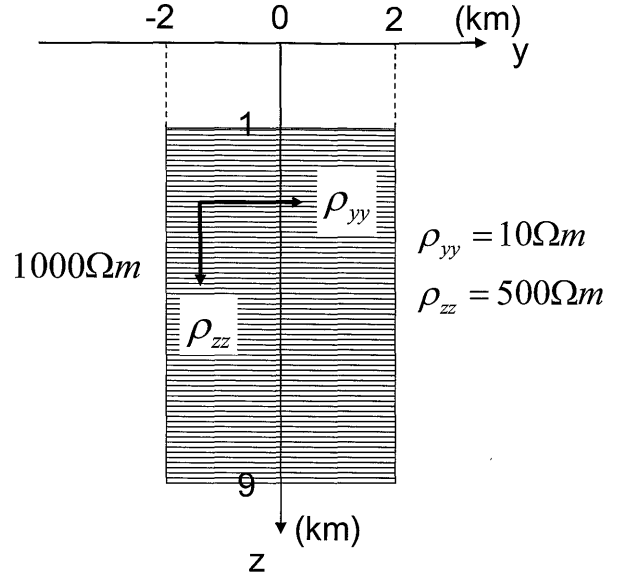


Fig.1. Anisotropic model of Li (2002).

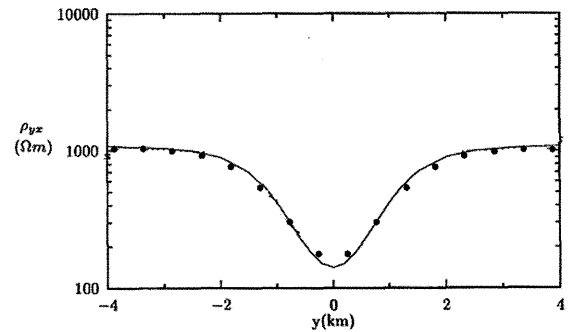


Fig.2. Comparison of apparent resistivities at period=10s for the anisotropic model of Li (2002). Solid line, modeling results by Li (2002); circles, results obtained by the present FE algorithm.

軸は地表面を表す。Fig.2 は Fig.1 のモデルに対してフォワード計算を行った結果で、地表面の各測定点で得られた 10 秒周期の見掛け抵抗を示す。実線が Li(2002)の結果であり、プロットした点は今回作成した異方モデリングにより得られた結果である。プロットした点は実線に乗っており、概ね一致した結果が得られたといえる。

2.3 異方性が MT レスポンスに与える影響について

TM モード内の異方性が MT レスポンスに与える影響については、Saraf et al.(1986)が異方性率(測線方向と深度方向の導電率の比)の違いによる見掛け抵抗の変化を検証している。異方性率を変えると MT レスポンスは変化するが、見掛け抵抗の変化への寄与は測線方向の導電率によるものが大きく、MT レスポンスは測線方向の導電率に敏感であると報告されている。ここでは等方モデルから得られる MT レスポンスと異方モデルから得られる MT レスポンスとを比較することにより異方性の影響

を調べる。この数値実験には Fig.3 の二つのモデルを用いる。(a)は $100\Omega\text{m}$ の半無限媒質中に $1,000\Omega\text{m}$ の等方異常体を含むモデルで、(b)は $\rho_{yy}=1,000\Omega\text{m}$, $\rho_{zz}=10\Omega\text{m}$ であるような異方異常体を含むモデルである。図中、地表面の黒丸は測定点を示す。

Fig.3 のモデルに対し、フォワード計算を行った結果を Fig.4 に示す。二つの曲線はそれぞれ $1,024\text{Hz}$ の周波数の MT レスポンスである。周波数が $1,024\text{Hz}$ の場合、 $100\Omega\text{m}$ 均質媒質での表皮深度は約 0.15km であり、電磁波が異常体を横切った際の MT レスポンスとして考えることができる。丸印は Fig.3(a)のモデルから、三角印は異方異常体を含んだモデル(b)から得られた MT レスポンスである。ともに異常体を横切る距離 0.37km 、 0.62km で見掛け抵抗が急激に変化しているが、異方異常体モデルでの MT レスポンスの方が異常体に進入する際の過渡現象が著しい。その原因として、異方異常体を含むモデルでは異常体領域での ρ_{zz} が小さく、 z 方向への電気が流れやすくなるために、 y 方向への伝播が一層困難になったことが考えられる。

次に、感度行列の計算結果に見られる異方性の影響を示す。数値実験として Fig.3(b)のモデルを使用した。例として、異方性領域との境界付近の 0.35km 地点にある MT サイトで得られた周波数帯 $2,048\text{Hz}$ の MT レスポンスに対する感度行列を調べた。周波数が $2,048\text{Hz}$ の場合、 $100\Omega\text{m}$ 均質媒質での表皮深度は約 0.11km 程度である。この場合、深さ $0\sim 0.05\text{km}$ 、水平位置 $0.32\sim 0.37\text{km}$ にあるブロックについての感度行列が他のブロックの感度行列よりも絶対値が際立って大きく (1, 2 桁以上異なり)、そのブロックでは ρ_{zz} の感度行列が ρ_{yy} の感度行列よりも 1.2 倍程度大きかった。ただし、 ρ_{zz} の感度行列が目立って大きいのは、異方異常体との境界付近のみであり、境界からの距離が大きくなればなるほど、 ρ_{zz} の感度行列は小さくなり ρ_{yy} の寄与が大きくなることがわかった。これらの計算結果からもわかるように、比抵抗構造によっては異方性が MT レスポンスへ与える影響を無視できない。特に ρ_{yy} が大きく、 ρ_{zz} が小さいときに、 z 方向への電気伝導が増し、MT レスポンスが大きく変化することがわかった。

3. ABIC 最小化法を用いた異方インバージョン

3.1 ABIC 最小化法を用いたインバージョン

本論文で開発した二次元異方インバージョンアルゴリズムは ABIC を用いた平滑化制約付きの線形化最小二乗法(Uchida, 1993)に基づくものであり、Uchida and Ogawa(1993)のインバージョンコードを改変したものである。Uchida(1993)では、次式で定義される目的関数 U が最小となるようにモデルパラメータ $\mathbf{m}$ を決定する。

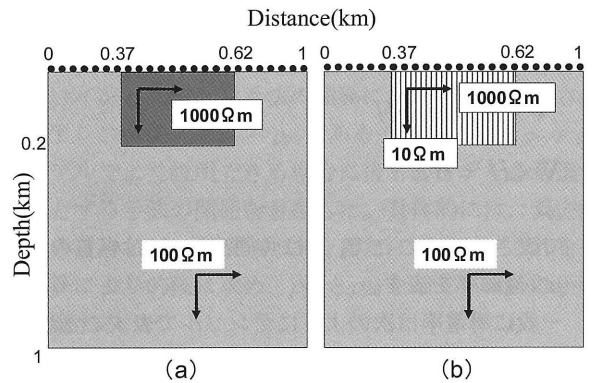


Fig.3. (a) Isotropic 2-D model and (b) anisotropic 2-D model.

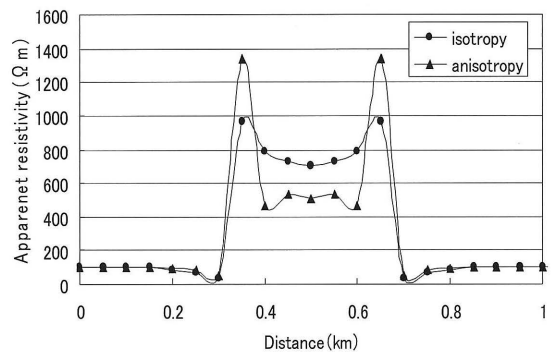


Fig.4. Comparison of apparent resistivity of the model (a) and the model (b) in Fig.3. Circles, results of the isotropic model (a); triangles, results of the anisotropic model (b).

$$U = [Wd - WF(\mathbf{m})]^2 + \alpha^2 [C\mathbf{m}]^2 \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{d}$ は測定データ、 $F(\mathbf{m})$ はモデルの理論応答、 W はデータの誤差によって決定される重み行列である。また、 C は隣接する比抵抗ブロック間の差分を取るための行列である。 α は平滑パラメータであり、以下の式で定義される ABIC の値を最小にするように設定される。

$$ABIC(\alpha) = N \log \left(2\pi \frac{U}{N} \right) - \log |\alpha^2 C^T C| + \log |(WA)^T (WA) + \alpha^2 C^T C| + N + 2 \quad (8)$$

ここで、 A はヤコビアン行列、 N はデータの数である。

3.2 異方性の表現方法

実際の観測データからは地下構造の異方性は未知であるので、本研究ではインバージョン解析時に異方性の指標となるハイパーパラメータを新たに導入し、Uchida(1993)で用いられた ABIC 最小化アルゴリズムにより異方性を自動的に推定する手法を提案する。前節で述べたように(7)式の C は、隣接する比抵抗ブロック間の差分を計算する行列であり、比抵抗モデル全体の平滑

化を促し安定的に解を与える役割を担っている。ここでは、行列 $\mathbf{C}$ を拡張することにより、必要に応じて ρ_{yy} の比抵抗ブロックと ρ_{zz} の比抵抗ブロック間に平滑化の制約を課することができるような操作を試みる。ここで、 ρ_{zz} の感度行列が小さくなる場合では、インバージョンによるモデルの更新を行う際にモデル修正量が発散し、インバージョン結果が得られないという場合が生じる。行列 $\mathbf{C}$ を拡張することで、この問題を解決し安定的な ρ_{zz} の解を得ることも目指した。

Fig.5 は一般的な比抵抗ブロックの例である。 W は要素ブロックの横幅、 D は縦の長さを表す。矩形に分割された比抵抗ブロックは、図のように四つのブロックと接する。 C_{ik} は接する比抵抗ブロック間の重みを表し、その大きさは(9)式～(11)式のように設定する。各ブロックが接している長さに比例して重み付けした平滑化が課せられる。

$$C_{i1} = C_{i4} = \frac{W}{2(W+D)} \quad (9)$$

$$C_{i2} = C_{i3} = \frac{D}{2(W+D)} \quad (10)$$

$$\text{total} = \sum_{k=1}^4 C_{ik} = 1 \quad (11)$$

ρ_{yy} と ρ_{zz} の比抵抗構造の推定をそれぞれ行うわけであるが、ここでは、新たに両者の同位置の比抵抗ブロック間に c という重みを導入する。Fig.6 に模式図を示す。 c は TM モード内の二方向の比抵抗がどの程度似通っているか、つまり等方的なのか異方的なのかを制御する。さらに、 c の大きさを決定するためにハイパーパラメータ β を導入する。 β は(12)式～(15)式のような関係式を満たすものとする。

$$C_{i1} = C_{i4} = \frac{W}{2(W+D)(1+\beta)} \quad (12)$$

$$C_{i2} = C_{i3} = \frac{D}{2(W+D)(1+\beta)} \quad (13)$$

$$c = \frac{\beta}{1+\beta} \quad (14)$$

$$\text{total} = \sum_{k=1}^4 C_{ik} + c = 1 \quad (15)$$

β は、0.0～1.0 の範囲の値をとる。 β が 0.0 に近い値をとるとき、 $\mathbf{C}$ は従来と同じく(9)式～(11)式のように作用し、各比抵抗要素ブロックは隣接するブロックからの重みだけを受ける。このとき、 c による重みは 0 となる。従っ

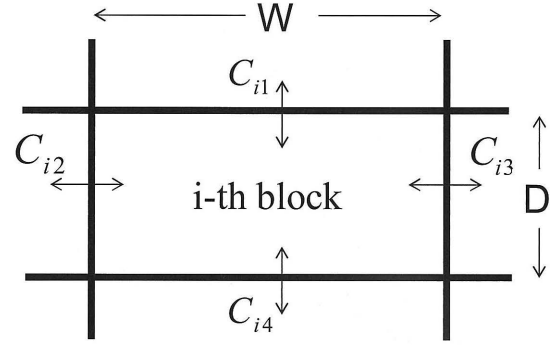


Fig.5. An example of resistivity blocks.

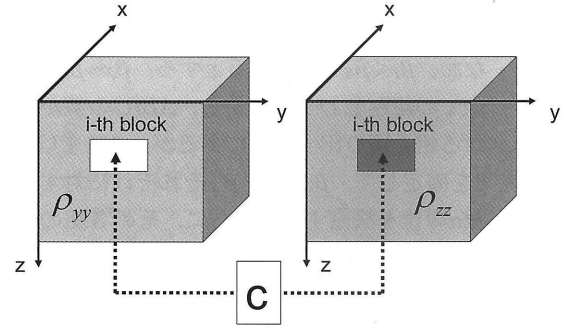


Fig.6. Schematic diagrams of c .

て、 y 方向と z 方向は互いに独立してインバージョンを行うこととなり、解析対象モデルは異方的となり得る。逆に β が 1.0 に近い値をとるとき、各比抵抗ブロックが受ける重みは半分が c によるものとなり、 ρ_{yy} と ρ_{zz} は非常に似通ったものとなる。すなわち、それはモデルの等方性を示す。

3.3 β の決定方法

β の値を判定する指標としては、Uchida (1993) と同様に情報量基準 ABIC を用いる。Baba et al.(2006) でもハイパーパラメータを用いた異方インバージョンを提案しているが、彼らの手法ではハイパーパラメータは経験的に決定されている。これに対して本手法では ABIC を用いて最適なハイパーパラメータの組み合わせを決定するところが大きな相違点である。(8)式では、ABIC は平滑パラメータ α の関数として定義されているが、ここでは次のように β が含まれる式で再定義する。

$$\begin{aligned} ABIC(\alpha, \beta) = & N \log \left(2\pi \frac{U'}{N} \right) - \log |\alpha^2 C_\beta^T C_\beta| \\ & + \log |(WA)^T (WA) + \alpha^2 C_\beta^T C_\beta| + N + 4 \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 β の含まれる U 、 $\mathbf{C}$ を新たに U 、 $\mathbf{C}_\beta$ とする。

ここで問題となるのは、無数にある α 、 β の組み合わせ

からどのように最適なものを選択するのかということである。これらを効率よく、正確に選択するために、反復計算ごとに探索範囲を狭くしていくことで最適値を決定する手法を採用する。以下に詳細を記す。

- (1) α の選択は、各反復計算で7種類の α についてそれぞれ $ABIC$ を計算し、 $ABIC$ の値が最小となった時の α を各反復計算における最適値とする。7種類の α は各反復計算である一定の範囲で決定され、反復計算を繰り返すごとにその範囲が狭くなる。各反復計算での α の選択はUchida(1993)に従うとする。
- (2) β については、各反復計算で3種類の中から最適なものを選び出すこととした(木村,2005)。まず、3種類の β を設定し、それぞれ $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ とする。なお、 $\beta_1 < \beta_3 < \beta_2$ であるとする。 $\beta_1 \sim \beta_3, \alpha_1 \sim \alpha_7$ 全ての組み合わせの中から、 $ABIC$ の値が最小となる組を選び出すわけであるが、ここでは、まず β を固定して、 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ それぞれに対する最適な α の値を決定する。さらに、その3組のモデルについて $ABIC$ の値が最小なものを選択し、その時の α, β の組み合わせを最適なパラメータとする。

Fig.7 にその簡単なフローチャートを示す。

各反復計算での3つの β の設定は次の規則に従うものとする。まず、 $N=1$ のときは、 $\beta_1=0.4, \beta_2=0.6, \beta_3=0.5$ とする。二回目以降については、反復回数 N 回目の各 $\beta(\beta_1^N \sim \beta_3^N)$ について最適な $\beta(\beta_{best}^N)$ が決定された時、 $N+1$ 回目の各 $\beta(\beta_1^{N+1} \sim \beta_3^{N+1})$ は (β_{best}^N) を元に決定されるとする。

- (1) β_{best}^N が β_1 のとき

$$\begin{aligned}\beta_1^{N+1} &= 0.5 \times \beta_1^N \\ \beta_2^{N+1} &= \beta_3^N \\ \beta_3^{N+1} &= 0.5 \times (\beta_1^{N+1} + \beta_2^{N+1})\end{aligned}$$

- (2) β_{best}^N が β_2 のとき

$$\begin{aligned}\beta_1^{N+1} &= \beta_3^N \\ \beta_2^{N+1} &= 0.5 \times (1.0 + \beta_2^N) \\ \beta_3^{N+1} &= 0.5 \times (\beta_1^{N+1} + \beta_2^{N+1})\end{aligned}$$

Iteration N

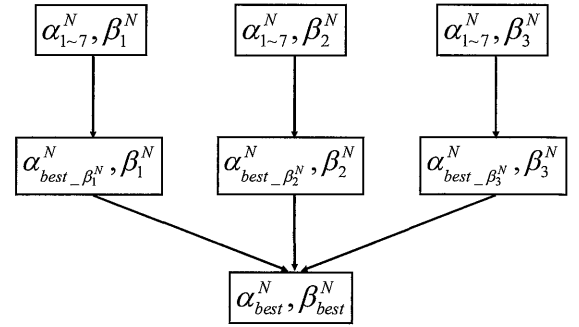


Fig.7. Flow chart of the way of deciding the optimum set of hyper parameters.

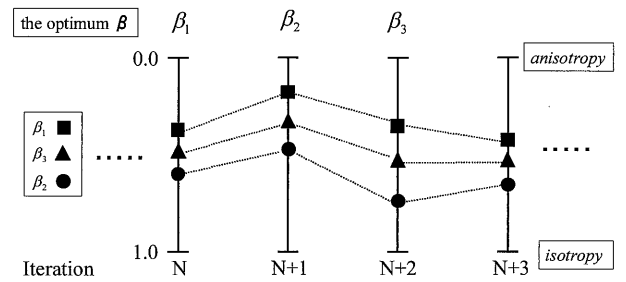


Fig.8. Schematic diagram of variable hyper parameter β as a function of the iteration.

- (3) β_{best}^N が β_3 のとき

$$\begin{aligned}\beta_1^{N+1} &= 0.5 \times (\beta_1^N + \beta_3^N) \\ \beta_2^{N+1} &= 0.5 \times (\beta_2^N + \beta_3^N) \\ \beta_3^{N+1} &= \beta_3^N\end{aligned}$$

Fig.8 に β の値の変動の様式図を示す。 β の探索範囲は反復計算するごとに狭まっていき、次第にある値に収束するように設定する。以上の理論の妥当性を検討するために数値実験を実施する。

3.4 数値実験

数値実験の流れは以下の通りである。

- i). モデル(ρ_{yy} と ρ_{zz} の比抵抗構造モデル)を作成する。
- ii). モデルに関して異方モデリングを用いてフォワード計算を行い、MT パラメータを算出する。測定点は50m 間隔に24 点を設定。測定周波数はそれぞれの測定点で11 (2^nHz , $n=1 \sim 11$) である。
- iii). 得られたMT パラメータに3%の誤差を与える。
- iv). 初期モデルを設定する。
- v). ヤコビアン行列を算出する。
- vi). 二次元異方インバージョンを行う。
- vii). (α_i, β_j) ($i=1 \sim 7, j=1 \sim 3$)の21 パターンについてインバージョンを繰り返し行う。

viii). *ABIC*によりvii)で得られたモデルの中から最適モデルを決定する。

ix). 最適モデルを次の繰り返し時での初期モデルとし、 α , β を再設定してv)~viii)の操作を繰り返す。

x). 各繰り返し時での最適モデルの中から *ABIC*の値が最小のものをこの解析での最適モデルとする。

尚、等方インバージョンとの違いは、等方モデリングが異方モデリングになっていること、等方インバージョンが異方インバージョンになっていること、 β が新たに組み込まれていることである。

3.4.1 等方異常体モデル

まず、Fig.9 に示す等方異常体モデルについて数値実験を行う。このモデルは $100\Omega\text{m}$ の半無限媒質中に $1,000\Omega\text{m}$ の等方異常体を有するモデルである。

Fig.9 に対して数値実験を行った際の *ABIC*, α , β の反復計算ごとの変動を Fig.10 に示す。3つのパラメータはともに収束している。*ABIC* 最小化法に基づき、反復回数 10 回目の時のモデルを最適モデルとする。最適モデルを Fig.11 に示す。等方インバージョンにより解析した結果を上段に、異方インバージョンにより得られた結果を下段に示す。下段は左が ρ_{yy} , 右が ρ_{zz} の最適モデルである。

等方異常体モデルは、 ρ_{yy} と ρ_{zz} の比抵抗構造が互いに等しい。従って、異方インバージョンで得られる ρ_{yy} と ρ_{zz} の構造は等しくなることが期待される。実際に得られた結果をみると、異方インバージョンで得られた二軸方向の比抵抗構造と等方インバージョンで得られた比抵抗構造はそれぞれ同じような形状をしており、予測通りの結果が得られたといえる。一方、ハイパーパラメータ β は反復計算ごとに単調に1に向かって収束しており、最適モデルでは β は0.9848であった。従って、この実験を行ったモデルは等方性が高いと判断できる。また、それぞれの最適モデルの比抵抗値を比較したものを Fig.12 に示す。図は破線上の比抵抗値をプロットしたものであり、青線は、等方インバージョンによる結果で、赤線、緑線はそれぞれ異方インバージョンによる ρ_{yy} , ρ_{zz} の結果である。多少の誤差があるもののそれぞれの比抵抗値は概ね一致していると言える。

この数値実験結果より、等方異常体モデルでは、等方インバージョンと異方インバージョンで同様な最適モデルが得られることが示された。

3.4.2 異常体が地表に露出している異方性モデル

次に、Fig.13 のような異方異常体を含むモデルについて数値実験を行う。このモデルは $100\Omega\text{m}$ の半無限媒質中に $\rho_{yy}=200\Omega\text{m}$, と $\rho_{zz}=10\Omega\text{m}$ である異方異常体を含んでおり、異常体は地表に露出している。このモデルに関して得られる TM モードの MT レスポンスを用いて等

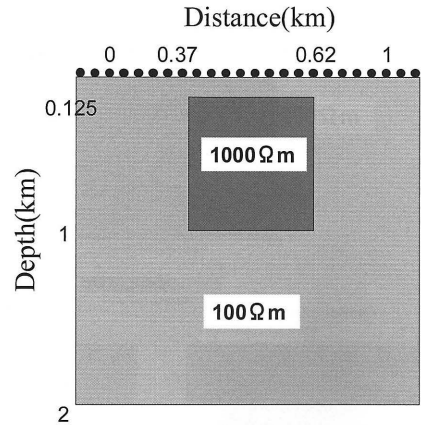


Fig.9. The isotropic synthetic model.

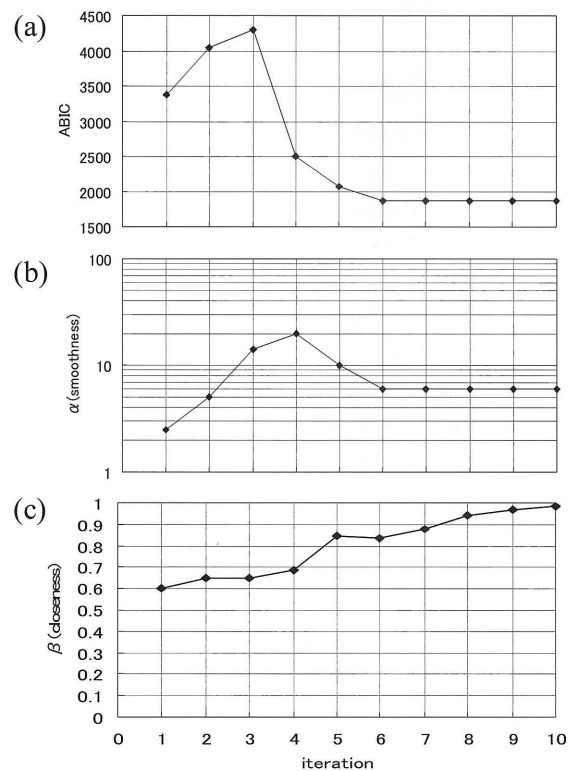


Fig.10. Parameter for the inversion as a function of the iteration for the model of Fig.9. ; (a)*ABIC*, (b)smoothness, α , (c)closeness, β .

方インバージョンを行った場合、比抵抗構造には偽像(高比抵抗体の左右深部に、誤ってイメージされた低比抵抗体 : Fig.15 上参照) が現れた。

Fig.13 に対して異方インバージョンを行った際の *ABIC*, α , β の反復計算ごとの変動を Fig.14 に示す。3つのパラメータがともに収束していく様子がわかる。*ABIC* に基づき反復回数 19 回目の時に得られた比抵抗構造を最適モデルとする。最適モデルを Fig.15 に示す。上段が等方性インバージョンによる結果で、下段が異方インバージョンによる結果である。下段は、左が ρ_{yy} ,

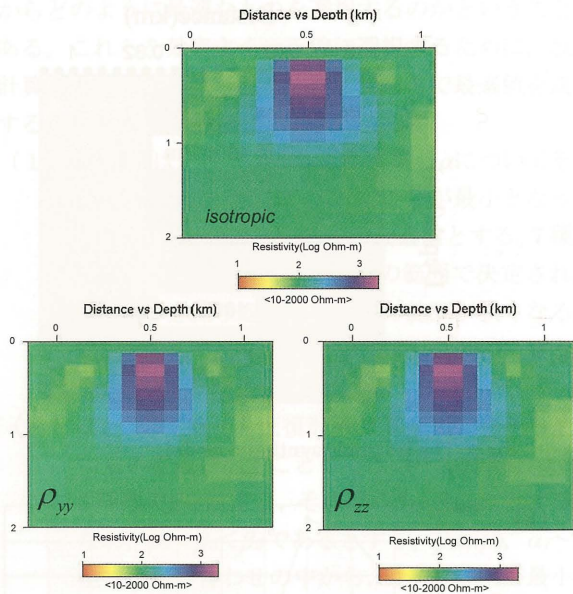


Fig.11. Comparison of the inverted models for the model of Fig.9. The top is the result obtained by isotropic inversion, the bottom is the ones by anisotropic inversion.

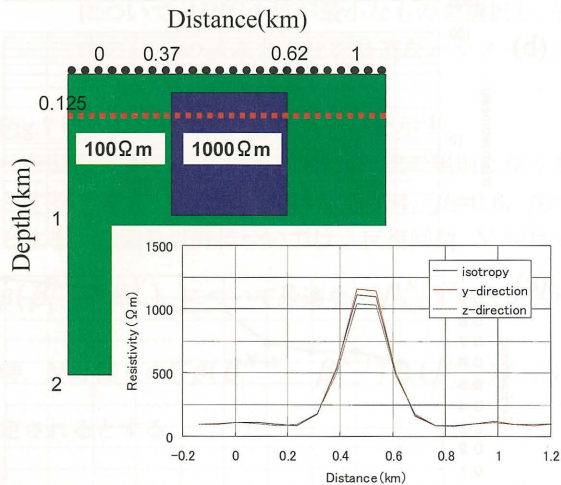


Fig.12. Comparison of resistivity along the red line between results obtained by isotropic inversion and ones by anisotropic inversion for the model of Fig.9.

右が ρ_{zz} の比抵抗構造モデルである。 ρ_{yy} と ρ_{zz} の最適モデルを比較してみると、異方性領域でそれぞれ異なる比抵抗構造を示していることがわかる。また、最適モデルにおけるハイパーパラメータ β は約0.0778と0に近い値である。従って、異方性が高いと判断できる。等方インバージョンにより得られた結果を異方インバージョンによる結果と比較してみると、 ρ_{yy} の比抵抗構造とおおよそ同じ形状であることがわかる。

次に定量的な視点から考察を行う。等方異常体モデルの時と同様に、三つの比抵抗構造モデルについて、同一線上での比抵抗値の比較を Fig.16 に示す。青線は、等方インバージョンによる結果で、赤線、緑線はそれぞれ異方インバージョンによる ρ_{yy} 、 ρ_{zz} の結果である。異方性

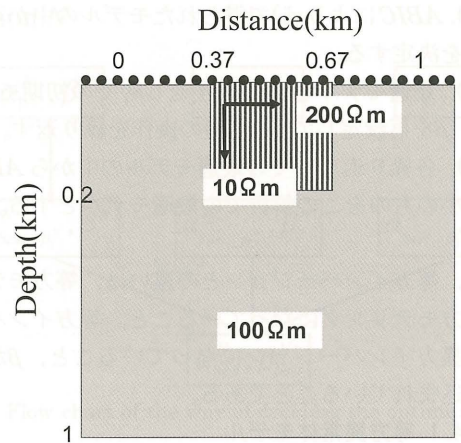


Fig.13. The anisotropic synthetic model. Anisotropic prism is surfaced into an isotropic homogeneous half-space.

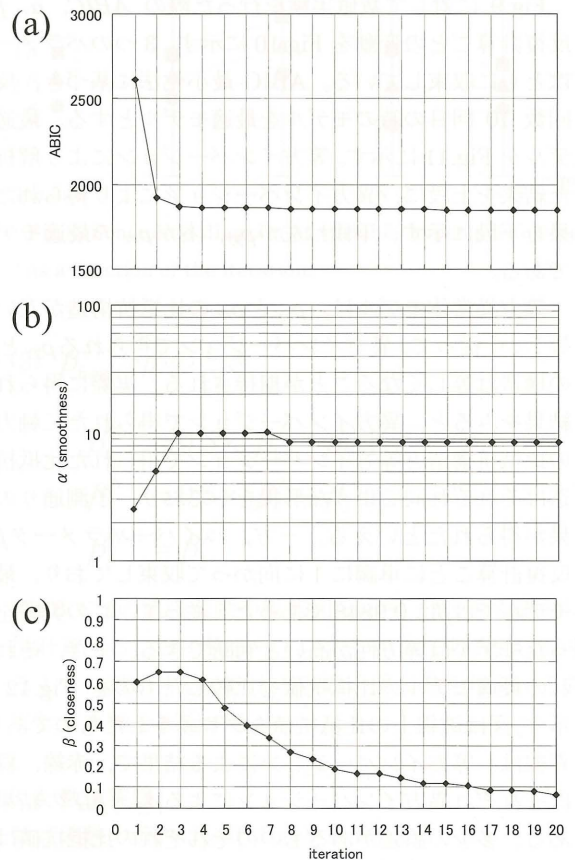


Fig.14. Parameter for the inversion as a function of the iteration for the model of Fig.13. ; (a)ABIC, (b)smoothness, α , (c)closeness, β .

領域のある0.37~0.62km間の結果に大きな差が生じている。等方インバージョンの結果に比して、 ρ_{yy} の比抵抗値は多少大きいがほぼ等しい。 ρ_{zz} の比抵抗は異方性領域内では小さい値を示している。特に、異方性領域との境界付近での ρ_{yy} と ρ_{zz} の比抵抗値の差が顕著である。ただし、一部では水平方向の比抵抗よりも高く求まって

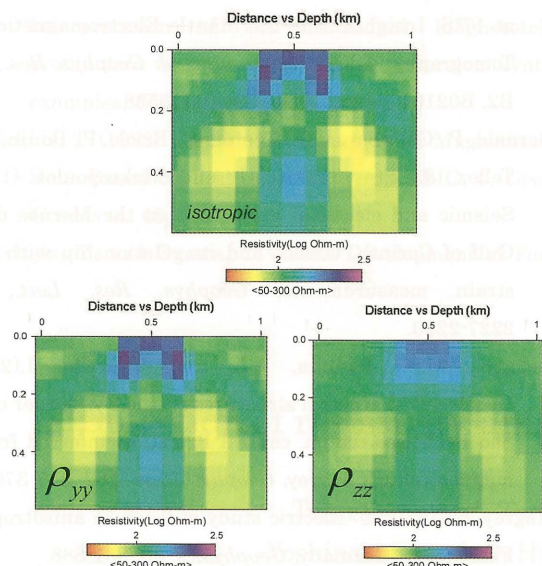


Fig.15. Comparison of the inverted models for the model of Fig.13. The top is the result obtained by isotropic inversion, the bottom is the ones by anisotropic inversion.

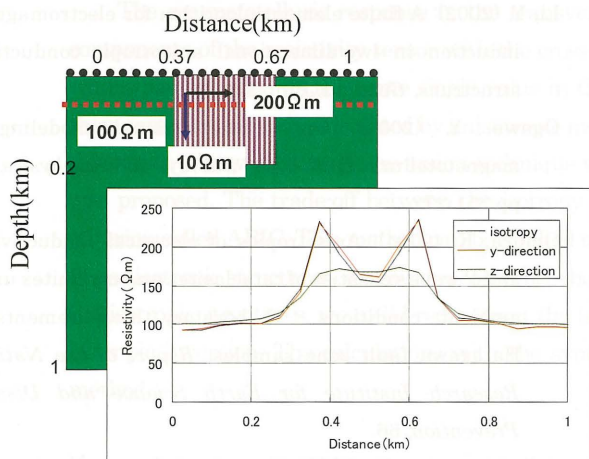


Fig.16. Comparison of resistivity along the red line between results obtained by isotropic inversion and ones by anisotropic inversion for the model of Fig.13.

いる。

3. 4. 3 異常体が地中に埋没している異方性モデル

最後に、Fig.17のモデルについて数値実験を行う。このモデルは100Ωmの半無限媒質中に、 $\rho_{yy}=200\Omega\text{m}$ 、と $\rho_{zz}=10\Omega\text{m}$ である異方異常体を含んでおり、異常体は地下に埋没している。

インバージョンを行った結果、Fig.13のモデルの場合と同様に $ABIC$ 、 α 、 β は一様に収束した。最適モデルをFig.18に示す。上段が等方インバージョンによる結果である。異常体が地表に露出している場合に比べると、比抵抗構造に現れる偽像は小さくなっている。下段が異方インバージョンによる結果である。下段は、左が ρ_{yy} 、右が ρ_{zz} の比抵抗構造モデルである。 ρ_{yy} と ρ_{zz} の最適モデルを比較してみると、異方性領域でそれぞれ異なる比抵抗

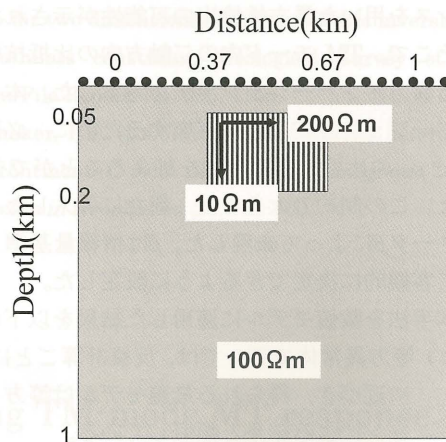


Fig.17. The anisotropic synthetic model. Anisotropic prism is embedded into an isotropic homogeneous

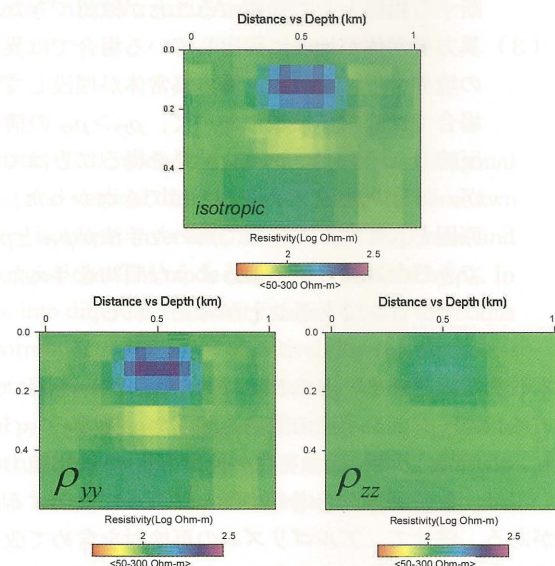


Fig.18. Comparison of the inverted models for the model of Fig.17. The top is the result obtained by isotropic inversion, the bottom is the ones by anisotropic inversion.

抗構造を示していることがわかる。また、最適モデルにおけるハイパーパラメータ β は約0.0215と0に近い値であった。従って、異方性が高いと判断できる。Fig.13のモデルの場合と同様に等方インバージョンによる比抵抗構造と異方インバージョンによる ρ_{yy} の比抵抗構造は非常に似ている。

4. まとめ

本論文ではMT法のTMモード電磁応答を用いて電気伝導度の異方性が検出できるかどうかを調べた。まずTMモード内の異方性がMTレスポンスに与える影響を、異方モデリングを用いたフォワード計算により調べた。その結果、 ρ_{zz} の変化によってMTレスポンスが変化することが確認された。これにより、TMモードのMTレス

ポンスを用いた異方性検出の可能性が示された。

そこで、TM モード内の二軸方向の比抵抗構造を推定する異方インバージョン手法を考案した。本手法ではインバージョンを安定的に実施するために、必要に応じて ρ_{yy} と ρ_{zz} の比抵抗間に制約を加えることができるようにした。この制約の大きさは、新たに導入したハイパーパラメータ β によって表現した。 β は情報量基準 ABIC を用いて客観的に決定できるように設定した。

本手法を数値モデルに適用した結果を以下に記す。

- (1) 等方異常体モデルでは、反復計算ごとに β の値は 1 に近づき、得られる最適モデルは等方インバージョンによる結果と類似している。
- (2) 異方異常体モデルでは、反復計算ごとに β の値は 0 に近い値に収束する。すなわち、 β が異方性を判断する指標として機能することが確認できた。
- (3) 異方異常体が地表に露出している場合では異常体の境界付近において、異方異常体が埋没している場合では異常体領域において、 $\rho_{yy} > \rho_{zz}$ の構造を反映したインバージョン結果を得ることはできたが、正しい ρ_{zz} を求めることはできなかった。この原因としては、本論文で用いた手法が ρ_{yy} と ρ_{zz} ができるだけ同じ値を取るような制約を与えたインバージョンであることが考えられる。

本研究では TM モードの MT レスポンスのみを用いた異方インバージョン手法の開発を試みた。異方インバージョンの信頼性、特に偽像発生の原因と ρ_{zz} の検出能力については、数値実験例を増やすことによって検討する必要がある。併せて、アルゴリズムの再検討を含めて改良を進める予定である。その上で、あらかじめ他の傍証データから異方性の存在が示唆されている現場データに異方インバージョンを適用し、本手法の有効性を検討したい。また、将来的には TM モード内の測線方向と深度方向の二軸の比抵抗に加え、走向方向の比抵抗すなわち TE モードの比抵抗も含めた三軸の異方性へと発展させていきたい。

謝 辞

本研究では、(独)産業技術総合研究所の内田利弘氏、東京工業大学の小川康雄氏が開発した MT 法二次元インバージョンの Fortran コードを改変して使用させて頂きました。また、本論文の作成に際し、査読者のお二方には有益なご指摘、ご助言を賜りました。ここに記して深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- Baba, K., Chave, A. D. Evans, R. L., Hirth, G., Mackie, R. L. (2006): Mantle dynamics beneath the East Pacific Rise at 17°S: Insights from the Mantle Electromagnetic and Tomography (MELT) experiment, *J. Geophys. Res.*, **111**, B2, B02101, doi:10.1029/2004JB003598.
- Bernald, P., Chouliaras, G., Tzanis, A., Briole, P., Bouin, M.P., Tellez, J., Stavrakakis, G. and Makropoulos (1997): Seismic and electrical anisotropy on the Mornos delta, Gulf of Corinth, Greece and its relationship with GPS strain measurements, *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 2227-2230.
- Bologna, M.S., Padilha, A.L. and Vitorello, I. (2005): Geoelectrical crustal structures off the SW border of the Sao Francisco craton, central Brazil, as inferred from a magnetotelluric survey, *Geophys. J. Int.*, **162**, 357-370.
- Hagrey, S.A. (1994): Electric study of fracture anisotropy at Falkenberg, Germany, *Geophysics*, **59**, 881-888.
- 木村俊則 (2005): 構造境界面を組み込んだ MT 法のハイブリッドインバージョンに関する研究, 京都大学工学研究科社会基盤工学専攻修士論文.
- Li, Y. (2002): A finite element algorithm for electromagnetic induction in two-dimensional anisotropic conductivity structures, *Geophys. J. Int.*, **148**, 389-401.
- Ogawa, Y. (2002): On two-dimensional modeling of magnetotelluric field data, *Surveys in Geophysics*, **23**, pp.251-272.
- Omura, K. (2004): Anisotropies of electrical conductivities and P wave velocities of cataclasites and mylonites under ambient conditions : Laboratory measurements of Hatagawa fault zone samples, *Report of the National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention*, 66.
- Pek, J. and Verner, T. (1997): Finite-difference modeling of magnetotelluric fields in two-dimensional anisotropic media, *Geophys. J. Int.*, **128**, 505-521.
- Pek, J. and Santos, A.M. (2006): Magnetotelluric inversion for anisotropic conductivities in layered media, *Phys. Earth planet. Inter.*, **158**, 139-158.
- Rauren, A. and Lastovickova, M. (1995): Investigation of electrical anisotropy in the deep borehole KTB, *Surveys in Geophysics*, **16**, 37-46.
- Reddy, I.K. and Rankin, D. (1975): Magnetotelluric response of laterally inhomogeneous and anisotropic media, *Geophysics*, **40**, 1035-1045.
- Rodi, W.L. (1976): A Technique for Improving the Accuracy of Finite Element Solutions for Magnetotelluric Data, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **44** 483-506.
- Saraf, P. D., Negi, J. G. and Cerv, V. (1986): Magnetotelluric response of a laterally inhomogeneous anisotropic inclusion, *Phys. Earth planet. Inter.*, **43**, 196-198.
- Siripunvaraporn, W., Egbert, G. and Uyeshima, M. (2005):

- Interpretation of two-dimensional magnetotelluric profile data with three-dimensional inversion: synthetic examples, *Geophys.J.Int.*, **160**, 804-814.
- Uchida, T. (1993): Smooth 2-D Inversion for Magnetotelluric Data Based on Statistical Criterion ABIC, *J. Geomag. Geoelectr.*, **45**, 841-858.
- Uchida, T., and Ogawa, Y. (1993): Development of Fortran code for two-dimensional magnetotelluric inversion with smoothness constraint, Geological Survey of Japan Open-File Report, No. 205, 115p.
- Wannamaker, P.E. (2005): Anisotropy versus heterogeneity in continental solid earth electromagnetic studies, *Surveys in Geophysics*, **26**, 763-765.

Detection of resistivity anisotropy using TM-mode MT response

Taku Okamoto*, Tada-nori Goto**, Toshinori Kimura*³,
Yoshinori Sanada*⁴, Hitoshi Mikada** and Yuzuru Ashida*⁵

ABSTRACT

The magnetotelluric response in the transverse magnetic (TM) mode has information of two diagonal components of the resistivity tensor with the cross-strike(ρ_{yy}) and vertical directions(ρ_{zz}). Although these two values are regarded as the same single value in the ordinary isotropic inversion, forward MT responses and their sensitivity matrix calculated by anisotropic modeling suggest that TM-mode response is affected by ρ_{zz} . In this study, a new anisotropic inversion technique that takes into different resistivity values in two directions was proposed. The trade-off between the isotropy and anisotropy is determined objectively by the statistical criterion called ABIC. This method can be applied to both isotropic and anisotropic structures. When applied to the anisotropic structures, we could reconstruct the identical ρ_{yy} and ρ_{zz} suggesting anisotropy, while applied to the isotropic structures, we could reconstruct the isotropic structures similar to the ones acquired by ordinary isotropic inversion. The calculations with the synthetic data have showed the effectiveness of the proposed method.

Keywords : anisotropy, TM-mode, magnetotelluric, inversion

Manuscript received May 10, 2007; Accepted December 26, 2008.

* JGI, Inc.

1-5-21, Otsuka, Bunkyo-ku, Tokyo 112-0012, Japan

** Kyoto University

Kyotodaigaku-Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto, 615-8540, Japan

*³ Sunco Consultants Co., Ltd

1-8-9, Kameido, Koutou-ku, Tokyo 136-0071, Japan

*⁴ Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology
3173-25, Syowa, Kanazawa-ku, Yokohama, 112-0012, Japan

*⁵ Environment, Energy, Forestry and Agriculture Network
(EEFA)

24, Yabushita-cho, Simogyo-ku, Kyoto, 600-8448, Japan

A part of this paper was presented at the 116th SEGJ spring conference, 2007.