

近世日本数学の方法と論理に関する諸課題*

小川 東†

2010 年 8 月 25 日

1 はじめに

17 世紀初頭から 19 世紀前半にかけて日本において発展した数学はその方法と論理において一定の特徴を有している。現代の数学の表現を用いて当時の数学書を解説、解釈する場合には、そこにわれわれ自身の問題意識や数理上の感性を極力持ち込まないことが肝要である。さもないと時代錯誤に陥り、当時の業績を過大に評価したり、逆に矮小に評価することになる。特にこの点に留意しつつ、近世日本数学における方法と論理の構造、およびその歴史的変遷を明らかにすることを（長期的な）目標として、その一端について若干の考察をして問題を提起したい。

2 数学の方法

近世日本の数学の方法に最も大きな影響を与えたのは珠算の技術と関孝和によるいわゆる傍書法の発明である。

珠算の日本への導入に関しては、『算法統宗』に啓発された吉田光由の『塵劫記』（1627 年）の影響が極めて大きかった（[12]）。光由の執筆動機はおそらくは当時活性化しつつあった経済活動に触発されてのものであって、数学という学問の一般的なあり方を提示しようというようなことではなかった。しかしながら、『塵劫記』以来急速に向上した加減乗除、開平、開立計算の能力はその後の数学に本質的な影響を与えたのである。たとえば、建部賢弘の『綴術算経』（1722 年）における 42 桁におよぶ円周率の計算や、円弧の長さの無限級数への展開は珠算なくしては到底なし得ない業績であった（[5] [8] [9] [[13] [18]]）。ここには膨大な桁の計算が現れるが、それはまさに珠算導入の成果であった（[16]）。また、建部以来、多数発見された諸量の無限級数による表現にも珠算は決定的な影響を与えた。すなわち、近世日本数学における無限級数は

$$a + ar_1 + ar_1r_2 + ar_1r_2r_3 + \cdots$$

という形に整理されるのが一般的で、 r_n を帰納的に表現することがすなわち無限級数を得るとい

* Problems on Methods and Logic in Traditional Japanese Mathematics.

† 四日市大学 / 関孝和数学研究所.

うことであった。この形は明らかに珠算による計算の効率化を意識した形である（[6] [7]）。このような形が一般的であったということはすなわち、無限級数への珠算の影響の強さを表している。また安島直円の『孤背術解』や長谷川弘閔・内田久命編『算法求積通考』（1844年）などに代表される定積分による計算に対する珠算の影響も極めて大きい。近世日本には定積分はあったが、不定積分の概念はなかった。不定積分などありようがなかったとも言えるが、それはともかく、面積や体積など実際の数値計算は定積分によって実行されるのであり、和田寧らの円理表はまさに珠算による計算能力を背景にした技術である。これらの例をみてもわかるように、珠算の導入とその技術の向上は近世日本数学の計算的側面を強調させることとなり、また式の表現形式にまでに影響を与えたのである。

さて、珠算と並んで重要な技術が関孝和のいわゆる傍書法である。傍書法は中国から伝来した天元術を改良した今日の整式を表現する方法で、『算額啓蒙』にも一部傍書の例があるが、その積極的な運用とそのいちぢるしい成果という点から言えば、孝和にその実質的な先駆者としての評価を与えてもよい。孝和による傍書法の記述方法とその運用例は建部賢弘らによる『発微算法演段諺解』（1685年）においてその詳細が公開され、以後急速に広まった（[3] [10]）。ところで、孝和が傍書法によって解決しようとした問題は多元高次連立方程式を解くことに帰着された。そこで孝和は未知数の消去の問題に直面し、そこから行列式の計算などが工夫された（[11] [17]）。傍書法は流派によって若干の相違があり、また分数の表現など若干の発展を示したが、概ね孝和の流儀を踏襲したといってよく、その点では孝和によって近世日本数学のパラダイムは決定されたということもできる。

なお、不要な未知数を消去して得られる一元の高次方程式の解法には、中国から伝来した開方術が用いられた。これは組立除法を繰り返し実行するもので、変数変換を繰り返して定数項を0にする方法である。その正しさは必ずしも理論的に解明されたわけではなく、ごく簡単な多数の例より帰納的に確信されたものであった。

このように珠算、傍書法、開方術は三点セットとなって近世日本数学を支えた技術であった。

これら基本的な汎用技術とともに、長谷川弘の極形術、法道寺善の反転法（インバージョン）などの研究手法が開発された。これらについて個別的な検討はつとに行なわれてきたが、これらの手法を総合的に理解して近世日本数学の特性を理解することは今後の課題である。

3 数学の専門性と大衆性

近世日本には専門家とともに多数の一般の数学愛好家が存在した。この現象は数学の職業化が行なわれた現代ではあまり見られない。そのため近世日本における数学のあり方はわれわれにいささか異質性を感じさせる（[1]）。この点に関してまず注目すべきは吉田光由に端を発する遺題継承の習慣である。遺題継承における遺題の提出の意義は問題を共有化させるということである。遺題は刊行された数学書の形で全体に提示され、それを見る者すべてによって共有される。このような現象は初期アメリカ数学界においても見られる現象である。一般に数学が発展する契機には問題の共有がなされて、複数の者による挑戦がなされることが必要なのであろう。このような遺題の提出と

その解答の継続的な繰り返しは問題の急速な難問化と類型化した問題の山積を必然的に生み出した。これは近世日本数学の発展を考える上で重要な観点である。それはともかく、このような形で初期の数学の問題は専門家と一般の愛好家の間で共有された。これは近世日本数学の特徴のひとつである。時代が下るにつれ、次第に専門性の高いものは写本の形で流布され、塾に入門した者しか見ることはできなくなったが、塾に入門するのは簡単であったから、数学の能力がある者は自然にいわゆる専門書を写本として見たり、筆写することができたのである。またこのような者を対象とする数学の教科書も刊行された。今日の視点から見て数学の発展を担ったのは一部の数学者であったが、彼らも現代のように特別な機関で専門教育を受けたわけではなく、他の者と同様に教科書や写本、または適当な師匠について数学の技術を身につけて行ったのである。

ところで、近世日本では専門性の高い数学者にならなくとも、数学を楽しむことができた。各地に多く存在した数学の塾とは元来そのような者のためのものである。すなわち、数学に関心のある者が入門すると、基礎的事項を学び、その水準に応じて主として平面幾何の問題を門人に対して提出し、解答されるのを待つ。他の門人は競ってそれを解き、また評論するのである。このような日常的な活動は至誠賛化流などに典型的に見ることができる（[15]）。このいわば数学の大衆化ともいべき現象の歴史的構造は文化としての数学を考える上では重要な問題である。

なお数学の専門性と大衆性という問題に関して一言付言しておきたい。数学を愛好する大衆の存在が明治維新後の西洋数学の受容を支えたと言われる。藤沢利喜太郎は『算術條目及教授法』（1895年）において「蓋し和算の本邦算術上に於ける影響は間接にして、例へば、西洋の算術を本邦に伝へし事い就きては、多少和算を心得たる者と与かつて大ひに力ありと云ふが如きものならん乎^{*1}」と述べている（44 ページ）。この問題を実証的に考察し、何らかの知見を披瀝するのは困難が予想されるが、それにもかかわらず改めて一考の価値があると思われる。

4 厳密性

数学は厳密な学問である。しかし、徹頭徹尾厳密でないと数学的な言明を与えることができないということでもない。近世日本の数学には証明がなく、厳密整に欠けると巷間に言われる。しかしながら、一定の厳密性がなければ数学が展開できないのは言うまでもない。問題はその程度である。ここでは表現の厳密性と推論の厳密性について若干の考察を加えておきたい。

4.1 表現の厳密性

近世日本の数学には一般に定義や公理、さらには問題の正確な記述がない場合もある。これが近世日本の数学が厳密でなかった端的な例として引き合いに出されるかもしれない。しかし当然のことながら、それはその必要性がなかったからである。たとえば「点とは何か」というような問題は具体的な平面幾何、あるいは立体幾何の問題を解くには無用である。そもそも数学を演繹的に構築しようというような問題意識は存在しなかった。今日的視点から見れば厳密ではなくとも、彼ら自

^{*1} 片仮名を平仮名になおした。

身にとってはそれで十分な厳密さを持っていたのである。そのような必要十分な厳密性を保証したのが藤田貞資の『精要算法』(1781)や千葉胤秀の『算法新書』(1830)などの優れた教科書であった。これらの教科書を共通に学ぶことによって、数学界には一定の常識が醸成され、その常識の上に数学の厳密性が保証されたのである。ところで、問題の正確な記述がない場合というのは確かに不都合であって、解釈が二通りあるとか、解がないという場合がある。しかしこれは一般的な特性ということではなく、あくまでも個別的な問題とみるべきであろう。また、問題に対する解(術)が現代のわれわれにはなかなかわかりにくことがある。しかしこれはどこまで記述するかという問題であり、計算が厳密でないということとは別の問題である。これを記述が不十分であると批判するのは現代の記述法に照らしての話であり、ここからは格段の成果は得られないであろう。

4.2 推論の厳密性

近世日本の数学におけるもっとも重要な推論法は帰納的推論である。関孝和、建部賢弘を始め多くの数学者による業績の根底に見ることができる([14])。ところが近世日本には一般の場合を表現する手段(記号)がなかった。近世日本の数学は一般に新たに記号を工夫しない。式に記号を与えることは自然になされたが、概念に記号を与えるとか、手続きに記号を与えるといった工夫は一般になされなかったのである。たとえば数列の一般項を表現することができないから、議論は非常に曖昧な印象を与える。しかしながら、詳細に読むとそれでも当時の数学を展開するために十分な厳密性を保持しているのである。すなわち、帰納的推論は彼らにとっての証明に他ならない。

5 一般化

近世日本の数学が残した史料を眺めると、著しい類題の蓄積を認めることができる。確かにその膨大さは近世日本の数学を特徴づけるものには違いない。しかし、問題の一般化が行なわれなかったわけでもない。たとえば会田安明の『算法古今通覧』(1795)などには明確のそのような指向が認められる。また関孝和は方程式論を展開していて、これは方程式そのものを考察の対象とした嚆矢であろう。また角術などは個別の場合の集積で終わっているが、これは帰納的推論による一般化のための例の計算とも考えられる([2])。当時このような一般化は必ずしも容易なことではなかった。それは一般の場合を表現する明快な手段を持たなかったからである。限られた記法のなかで、一般の場合を思考するのは容易なことではない。また、一般の数学愛好者にとっては一般化した表現よりも、個別の場合の出題とそれへの解答という営みで十分当初の目的を達しているものであり、ことさら一般化する必要性を考えなかったのであろう。

ところで、問題の一般化は行なわれたが、証明の抽象化、一般化ということは行なわれなかった。証明の一部から新たな研究が展開するというようなことはなかったのである。

6 近世日本数学の体系化と分類

近世日本数学における数学の体系化の歴史的構造の解明は興味深い問題である。これについては三木流など個別の流派の数学の体系を考察するのが適切であろう。たとえば『三木流算書』31巻は

1. 基本 (1巻～5巻)
2. 商品交換の計算 (6巻～7巻)
3. 連立方程式 (8巻～9巻)
4. 幾何 (10巻～21巻)
5. 比の計算 (22巻～26巻)
6. 分数の変形 (27巻)
7. 比と平面幾何 (28巻～30巻)
8. 平面幾何の難問集 (31巻)

の8分野に分類されるが、このような数学の体系における各分野の存在意義、分野間の関係、それぞれの分野における論理構造、体系の表現形式などの検討は近世日本の数学思想を考察する上で有益である。『三木流算書』では平面幾何に関する分量が半分を占めているが、それは塾の性格を反映しているものであろう。ところで三木流にはこれ以外にも算書が存在する。その中には明治維新以降の西洋数学の導入に関するものもある。それらも含めて三木流の研究は関心を引くところである。ところで、平面幾何の研究は三木流のみならず各流派にとって重要な分野であった。至誠賛化流では門人の作成した問題が志村昌義編『淇澳集』としてよく集積されている。これと三木流における平面幾何の体系の比較なども近世日本の数学の幾何学の体系を考察するのに有効であろう。

藤田貞資は『精要算法』(1781)において当時の数学の問題を「用の用、無用の用、無用の無用」に分類した。これは当時、類型化した問題が山積し、数学とは何かという問題を反省する機運が生じたことを示すのであろう。その精神を受け継いで、われわれは近世日本全般の数学を改めて分類したい。森本光生は近世日本の数学を「原理に基づく数学」と「計算に基づく計算」に分類している。これは関孝和や建部賢弘の数学を検討した結果得られたものであるが、近世全般にこう言えるのであろうか。また数学者を分類することもあり得るであろう。このような分類は近世日本の数学の特性を表す指標である。近世日本の数学には「直感主義」とか「論理主義」とか「形式主義」といったようなキーワードは意味をなさない。歴史的に数学のあり方には多様性があり、その中で近世日本の数学を的確に表現することが意義あることである。

文献

1. Kenji Ueno and Tsukane Ogawa, “Il Giappone nel periodo Edo (Japanese mathematics of the Edo Period),” *La matematica* I, Einaudi, 2007, 387–399.
2. 上野健爾・小川束・小林龍彦・佐藤賢一『関孝和論序説』岩波書店, 2008年.

3. 小川束『関孝和「発微算法」—現代語訳と解説』大空社, 1994 年.
4. Tsukane Ogawa, "A Process of Establishment of Pre-Modern Japanese Mathematics," *Historia Scientiarum*, ser.2.5(1996), 255-262.
5. 小川束「円理の萌芽—建部賢弘の円周率計算—」『数理解析研究所講究録 数学史の研究』1019 (1997), 77-97.
6. 小川束「近世日本数学史に現われた無限級数の特質について」『数理解析研究所講究録 数学史の研究』1130 (2000), 212-219.
7. 小川束「松永良弼の綴術について」『和算研究所紀要』3 (2000), 22-33.
8. 小川束・平野葉一『数学の歴史』講座数学の考え方 24, 朝倉書店, 2003 年.
9. 小川束・森本光生「建部賢弘の数学——とくに逆三角関数に関する三つの公式について——」『数学』56. 3(2004), 308-319.
10. 小川束「建部賢弘の『算学啓蒙諺解大成』における「立元の法」に関する註解について」『京都大学数理解析研究所講究録 数学史の研究』1444 (2005), 63-72.
11. 小川束「関孝和と行列式」『数学のたのしみ 2006 夏』(日本評論社, 2006), 67-86.
12. 小川束「和算に見る計算力」『科学』77. 10 (2007), 1054-1056.
13. 小川束・佐藤健一・竹之内脩・森本光生『建部賢弘の数学』共立出版, 2008 年.
14. 小川束「関孝和によるベルヌーイ数の発見」『京都大学数理解析研究所講究録 数学史の研究』1583 (2008), 1-18.
15. 小川束「至誠賛化流と『起元解』について」『京都大学数理解析研究所講究録 数学史の研究』1677 (2010), 1-9.
16. 小川束・草柳康子・赤松樹他「建部賢弘の円周率計算をそろばんで再現する」『数学文化』13 (2010), 33-46.
17. 後藤武史・小松彦三郎「17 世紀日本と 18-19 世紀西洋の行列式, 終結式及び判別式」『京都大学数理解析研究所講究録 数学史の研究』1392 (2004) 117-129
18. Mitsuo Morimoto and Tsukane Ogawa, "The Mathematics of Takebe Katahiro—His Three Formulas of an Inverse Trigonometric Function", *Sugaku Expositions*(AMS) 20. 2 (2007), 237-252.