

小惑星の運動におけるレゾナンスとカオス

Chaotic motions of asteroids in resonances

吉川 真 (東京大学・東京天文台)

Makoto Yoshikawa (Univ. of Tokyo)

ABSTRACT

The motions of asteroids in the mean motion resonances with Jupiter are investigated by a semi-analytical model. By using this model, it is found that eccentricities of asteroids may become very large when asteroids are in one of the resonances. These large increases in eccentricity are also confirmed by the numerical integrations. The gaps in the asteroidal belt can be explained by these large variations of eccentricities.

It is known that asteroids show chaotic behavior when they are in the mean motion resonances. In this paper, the chaotic behavior of asteroids in the 7:3 resonance is shown.

§ 1. はじめに

太陽系にはいろいろな階層の天体がある。大きい方からあげてみると、太陽－惑星－小惑星－彗星－隕石－惑星間塵（ダスト）となる。この中で小惑星というのは、直径が最大でも1000km程度、大部分は数10km以下で、（大）惑星の摂動を受けつつ太陽の周りを公転している天体である。その軌道は、水星（ $a=0.39\text{AU}$ ）の内側に入り込むものから、天王星（ $a=19.2\text{AU}$ ）の軌道に近づくものまで様々であるが、大部分は火星（ $a=1.5\text{AU}$ ）と木星（ $a=5.2\text{AU}$ ）の間に存在している（ここで a は軌道長半径＝楕円の長軸の半分、AUは天文単位）。現在、約3500個の小惑星の軌道が確定しているが、直径1.6km以上の小惑星は50万個近くあるという推定もあり、今後登録される小惑星の数はますます増えていくものと思われる。これらの小惑星には物理・化学的および力学的に様々な特徴があるが、これらの特徴は太陽系が誕生する過程および現在に至るまでの過程で形成されたと考えられる。つまり、小惑星は太陽系の起源を探る1つの手掛かりとなると同時に、外力（大惑星の引力＝摂動）を受けて運動するテストパーティクルともなっているのである。ここでは、“天然の力学系”としての小惑星の特徴に着目し、その軌道の長期的変化を考察することにする。（なお小惑星に関するレビューとしてはChapman et al. 1978がある。）

太陽系内の天体の運動を論じる時には、直交座標系における位置と運動量を変数とする代わりに、軌道要素というものをを用いるのが便利である。軌道要素の取り方にはいくつかあるが、3次元空間における質点の位置と運動量の6変数に対応して、

a : 軌道長半径

e : 離心率

i : 軌道傾斜角

ω : 近日点引数 (近日点: 太陽に最も近づく点) ----- (1)

Ω : 昇交点経度 (昇交点: 軌道が基準面を下から上へ横切る点)

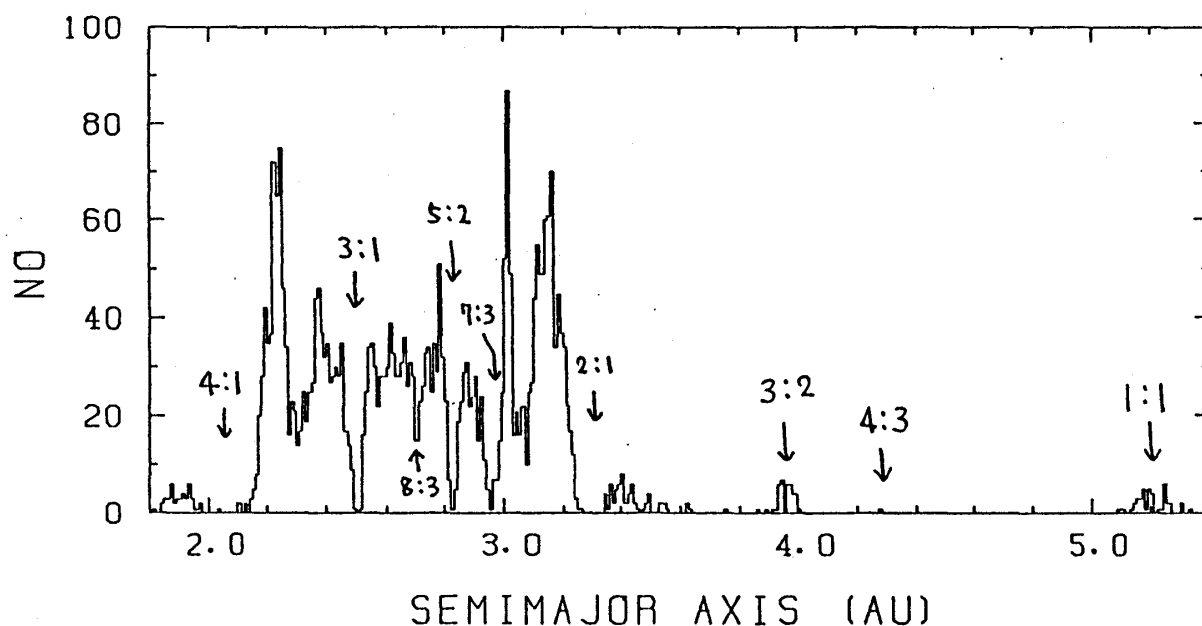
M : 平均近点角

の6つの量を用いるのが一般的である。細かい定義ここでは省略するが、これらは厳密には二体問題の場合つまり楕円軌道について定義される量である。一般に小惑星などの太陽系内天体の軌道は摂動を受けるため楕円ではないが、これらの運動を記述する時には、各瞬間ごとにその運動に接した楕円を考え、二体問題では定数である(1)の初めの5個(a~ Ω)を時間の関数とみなすのである。以下では、(1)の軌道要素の中で軌道長半径a, 離心率e, 軌道傾斜角i (天体の軌道面とある基準面とがなす角)がおもに用いられるが、このほかに

P : 近日点経度

λ : 平均経度 ----- (2)

という角度を用いる。近日点経度Pの定義は $P = \omega + \Omega$ であるが、ある基準の方向から計った近日点までの角度と考えてよい(天体力学ではこの角度に ϖ という記号を用い‘バイ’と呼ぶことが多い)。平均経度 λ は $\lambda = \omega + \Omega + M$ であるが、この角度は基準の方向から計った天体までの角度にほぼ対応するものである。(ここで、基準面としては太陽系の全角運動量ベクトルに垂直な面をとり、基準の方向としてはこの基準面内で春分点の方向をとることとする。また以下の議論は原点を太陽にとっている。)

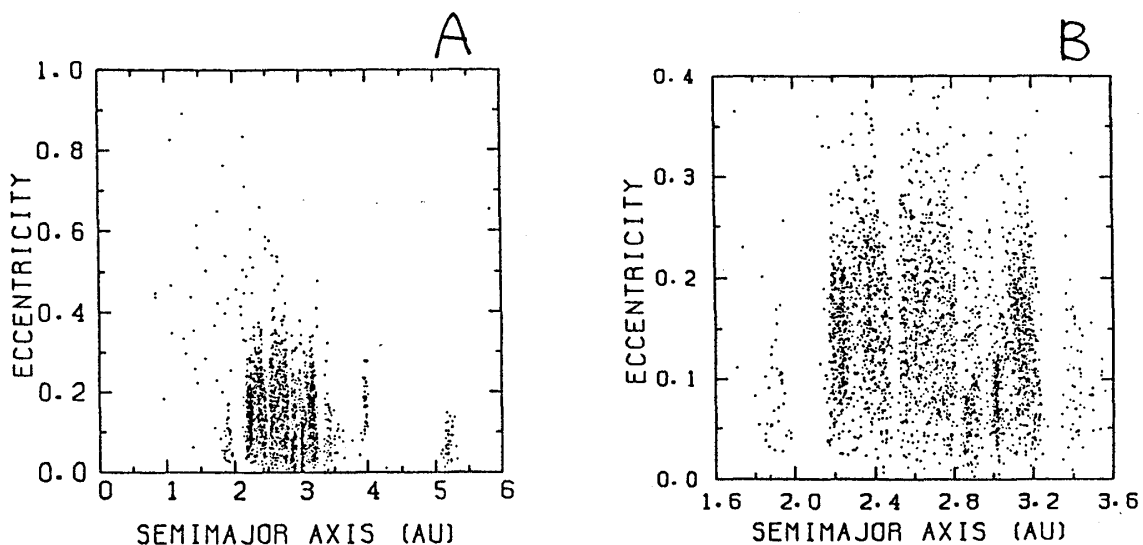


(図1) 小惑星のaに対する個数分布 ($\Delta a = 0.01 \text{ AU}$)

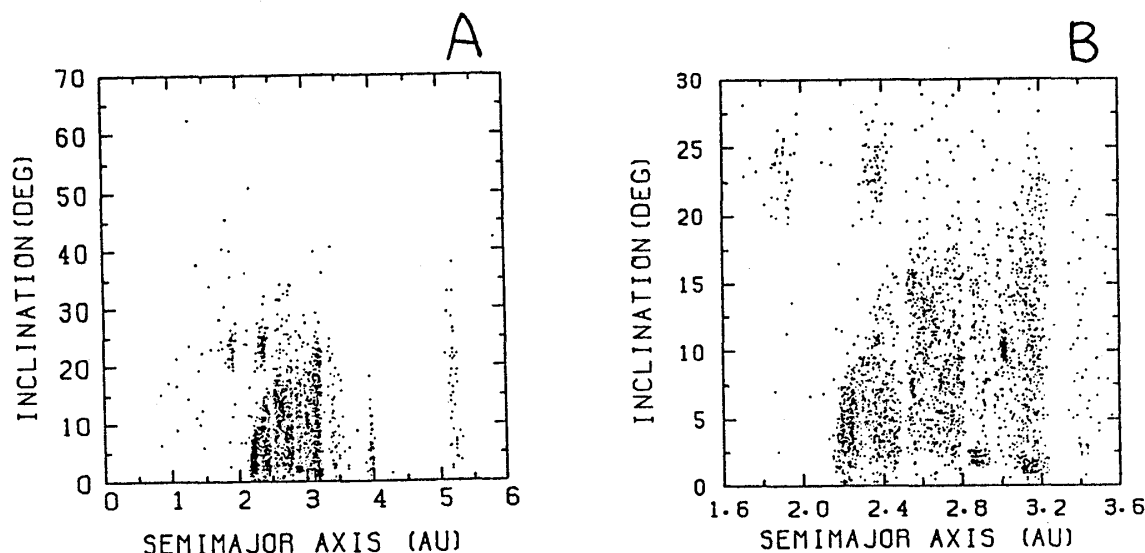
さて、小惑星（ここでは1番～3330番について）の軌道要素の分布にはいくつかの特徴があるが、まとめてみると次の4つがあげられる。

- (I) 木星の公転周期（～12年）と小惑星の公転周期が単純な整数比になっているところ（レゾナンス）にギャップや集中がある。（図1）に a に対する小惑星の個数分布を示してあるが、たとえば公転周期の比が3:1, 5:2, 7:3, 2:1の所には小惑星がほとんどないのに対して、逆に 3:2（ヒルダ群）、4:3（チュレー）、1:1（トロヤ群）の所には少数ではあるが小惑星が集まっていることがわかる。ここにあげたギャップはカークウッドのギャップと呼ばれており19世紀中ごろから知られている（Kirkwood, 1867）。
- (II) 公転周期のレゾナンスに関連するギャップとは別の種類のギャップが小惑星の $a-i$ 分布に存在する。（図3）には小惑星の現在の軌道要素がプロットしてあるが、 a が 2～2.5 AU, i が $0^\circ \sim 30^\circ$ に小惑星の数が少なくなっている比較的幅の広い領域がある。ここは永年共鳴（Secular Resonances）と呼ばれる現象が起こっている領域である。永年共鳴とは小惑星の P や Ω が大惑星の P や Ω と似た角速度で動く時に起こる（Williams, 1969 ; Yoshikawa, 1988）。
- (III) $a-e-i$ 分布においてきわだって小惑星が集中している部分がある。この特徴は（図3）においてはっきり見られる。たとえば、 $(a=2.9, i=2.5)$, $(a=3.0, i=10)$, $(a=3.2, i=2.0)$ という領域に小惑星が集まっている。これは平山清次によって20世紀初頭に発見されたもので“族”（family）と呼ばれている小惑星の集団である（Hirayama, 1918; Kozai, 1979）。
- (IV) 小惑星の a, e, i 分布の広がり。（図1）,（図2）,（図3）からわかるように小惑星はかなり広い範囲にわたって分布している。

これらの特徴については、昔から数多くの研究がなされてきているがまだ説明されていないものが多く、現在、新しい技法を用いて研究されている。ここでは（I）の木星との共鳴現象（レゾナンス）にのみ注目し、特にレゾナンスにある小惑星の離心率の変化を調べてみることにする。（レゾナンスに関するレビューにはPeale, 1976; Scholl, 1979 ; Greenberg, 1977, Greenberg and Scholl, 1979等がある。）



（図2）小惑星の $a-e$ 分布（Bは部分）

(図3) 小惑星の $a-i$ 分布 (Bは部分)

§ 2. 解析法

小惑星の運動——特に木星とレゾナンスにある小惑星の離心率の変化——を1万年から100万年のタイムスケールで調べることが目標とする。§ 1で述べたように太陽系には多くの天体が存在しており、すべての影響を考慮して多数の小惑星の運動を100万年にわたって計算することは大変である。ここでは、小惑星の軌道長半径 a を2.0AUから5.2AUの間に限ることにし、小惑星に摂動を与える天体としては木星と土星のみを考えることにする。さらに、小惑星はこれらの惑星に比べて非常に小さいため、小惑星によるこれらの惑星への摂動は無視することにし小惑星の質量はゼロとする。つまり、小惑星どうしの相互作用もここでは考えない。この近似は小惑星が互いにきわめて接近しないかぎり問題はない。以上の単純化により結局ここでは太陽—木星—土星—小惑星(質量=0)という制限4体問題を考えることになる。太陽系というシステムをずいぶん簡略化してしまったようであるが、従来の平面制限3体問題(2次元の太陽—木星—小惑星の系)を扱うことに比べて土星を考慮したことでかなり実際の小惑星の運動に近づいている。 a が2AUから5AUの小惑星の運動を考える時には、土星が小惑星に与える直接の影響はあまり大きくないのだが、土星によって木星の運動が乱されそれが小惑星に大きく影響するのである。また、その他の惑星については質量が木星や土星にくらべて小さいため、小惑星がこの領域にある限りそれらの影響は無視することにする。ただし a がこの領域にあっても離心率 e が大きくなると小惑星の軌道とこれらの惑星の軌道とが近づいたり交差したりする可能性がありこの場合はこれらの惑星の影響も考慮する必要がある。

小惑星は惑星から万有引力を受けニュートンの運動方程式に従って運動すると考える。よって、小惑星の運動を決める基礎方程式は

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G(m_\odot + m_i) \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|^3} - \sum_{j=1}^n Gm_j \left(\frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} + \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right) \quad \text{----- (3)}$$

となる。ここで $\vec{r}_i$ は小惑星と惑星の位置ベクトルであるが、その原点は太陽にとってある。また、 t は時間、 G は万有引力定数、 $m_\odot$ は太陽の質量、 m_i は惑星および小惑星の質量である。添字の i (や j) は惑星や小惑星を示し、惑星と小惑星をあわせた天体の数が n である。ただし、上に述べた近似により i (や j) としては木星・土星・小惑星をとり、小惑星の m はゼロとする。この (3) を解くためにここでは次の2つの方法を用いる。

(I) Semi-analytic なモデル

具体的なモデルの作り方については省略するが、一口に言えば運動方程式 (3) の中で小惑星に関するものにある変数変換を施してこれを正準型にした後、短周期を消去するという操作を行なうのである。短周期を消去ということは、質点の位置を追うのではなく、質点の軌道をリングとみなしてその動きや形の変化に着目することである。この時惑星の運動にはあるモデルを採用する。最初、小惑星についての運動方程式は6つの独立変数と時間 t (摂動惑星の座標) を含んだハミルトニアンで記述されているわけであるが、上記の操作を行なうことで自由度1のハミルトニアンまで単純化できる。ここでは最終的に小惑星の離心率 e と小惑星 (ASTEROID) と木星 (JUPITER) の近日点経度の差

$$\eta = P(\text{AST}) - P(\text{JUP}) \quad \text{----- (4)}$$

の2変数のみのハミルトニアンが得られる。すると、 $\eta - e$ 平面上に等ハミルトニアン曲線を書くことができ、求める離心率の変化を知ることができるのである。この方法で求められた等ハミルトニアン曲線の例は (図4) から (図10) に示してある。なおこのような手法で小惑星の運動を調べた研究には、Schubart, 1966; Giacaglia and Nacozy, 1970; Kozai, 1985; Nakai and Kinoshita, 1985 などがある。

(II) 数値積分

制限4体問題の運動方程式 (3) をそのまま数値的に積分する。数値積分の方法はカウエル法 (Oesterwinter and Cohen, 1972) または外挿法 (Lambert, 1973) を用いる。特に後者の方法は数値積分のステップ幅を自動的に調節するので、小惑星の離心率が大きく変化するような場合に適した方法である。

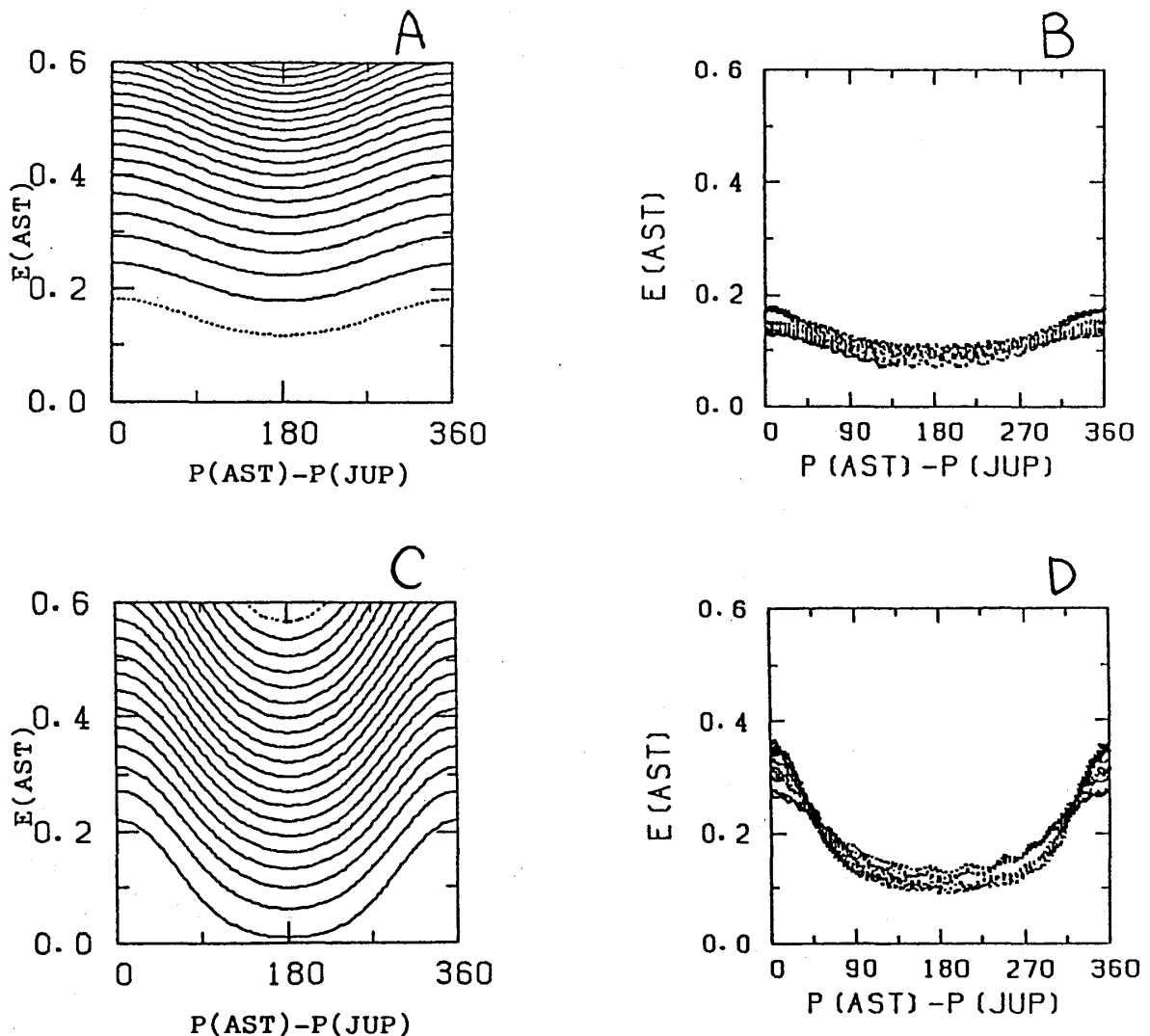
この2つの方法にはそれぞれ長所と短所とがある。Semi-analytic なモデルでは、広いパラメータ領域について運動のようすが一目でわかりまた計算時間が短いという特徴があるが、そのかわりモデルを作るとき近似がはいる。これに対して数値積分では初期値に対応する1つの場合のみについて運動がわかるだけであり、さらに計算にはかなりの時間がかかるが、数値積分による誤差を除いて運動方程式の厳密な解が得られる。従って、ここではまずSemi-analytic なモデルを作って運動の大局的な特徴を調べた後、いくつかの初期値について数値積分を行なうことにした。

§ 3. 小惑星の離心率変化

木星とレゾナンスにある小惑星の離心率変化を § 2 で述べた方法で調べた結果を示す。木星とレゾナンスにあるということは木星と小惑星の公転周期の比が簡単な整数比となっていることであるが、その比を $(p+q):p$ と書くことにする (p, q は自然数；ただし $q=0$ の場合を含む)。この p, q を用いてレゾナンスにおいては重要なパラメータとなる critical argument σ を

$$\sigma = (p+q) \cdot \lambda_J - p \cdot \lambda - q \cdot P \quad \text{----- (5)}$$

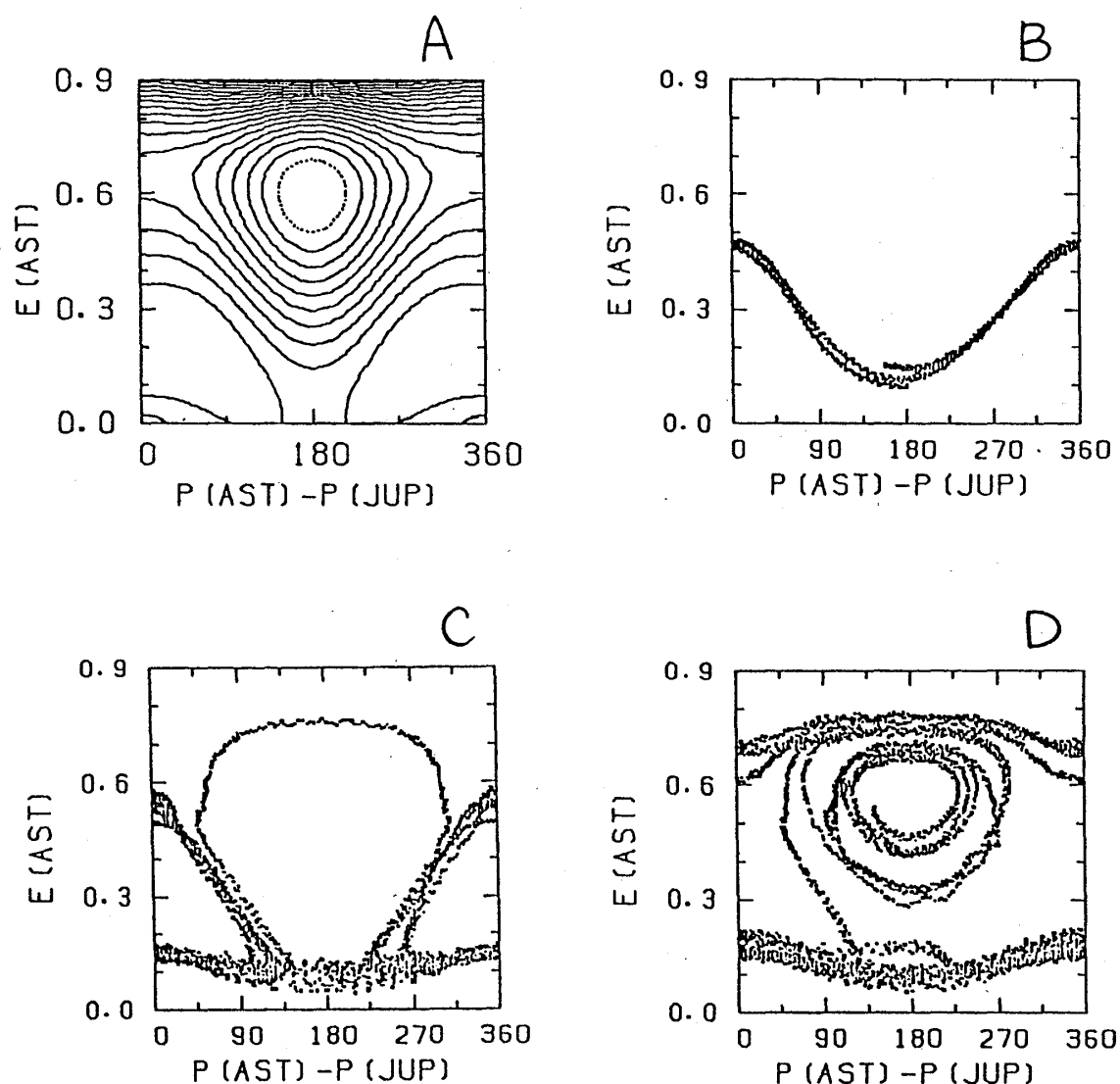
と定義する。ここで λ や P は (2) で定義される角度であり、 λ_J は木星についての値である。小惑星がレゾナンスにあると σ はある角度のまわりで振動 (libration) するが、レゾナンスにないと一様に増加し続けたり減少し続けたり (circulation) する。 σ がある角度付近に固定されるということは、小惑星が常に同じ所で木星を追い越すことを意味している。以下ではこの角度 σ がある角度のまわりで振動する時この小惑星はレゾナンスにあると呼ぶことにする。レゾナンスにおいてはなるべく小惑星が木星に近づかないような所に σ が固定されることが知られている。それでは、小惑星がそれぞれのレゾナンスにあるときのその離心率変化を以下に示すが、ここでは Semi-analytic なモデルおよび数値積分の結果ともに代表的な例のみ示し、パラメータを変えた時の結果や詳しいデータなどは省略することにする。



(図4) 3:1のレゾナンスについてのモデルと数値積分の結果

● 3 : 1 ($a=2.50\text{AU}$) (図4)

(図4)においてAはレゾナンスにない場合、Cはレゾナンスにある場合(σ を 180° に固定)のSemi-analytic なモデルである。3 : 1のレゾナンスでは $\sigma \sim 180^\circ$ の場合には小惑星は木星にあまり近づかない。これらの図で初期値から1つの曲線が決まれば、時間が経過するにつれて e と $\eta = P(\text{AST}) - P(\text{JUP})$ はその曲線上を動くことが予想されるわけである。それぞれの場合の数値積分による結果がBとDに示してある。これらの数値積分はある仮想小惑星(初期値: $e=0.1, \eta=180^\circ$)を12万年間積分したものである。ただしBは初期値で $a=2.48$ にとりレゾナンスからはずしてある。AとB, CとDを比べればわかるようにSemi-analytic なモデルと数値積分は非常によく一致している。また、この例から小惑星がレゾナンスあればその e の変化は大きくなることがわかる。この特徴は以下に述べる5 : 2, 7 : 3, 2 : 1の場合にも共通である。



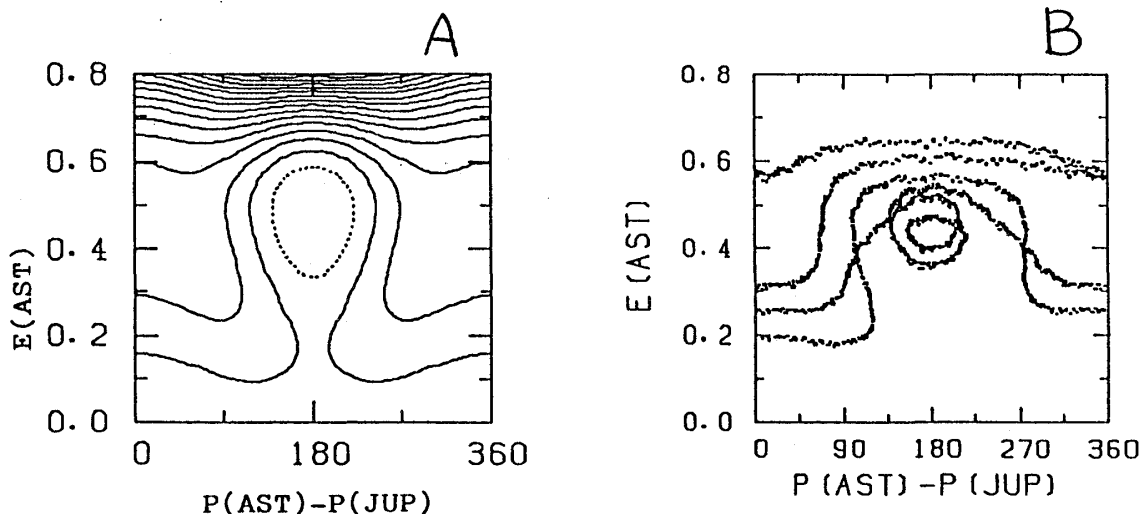
(図5) 5 : 2のレゾナンスについてのモデルと数値積分の結果

● 5 : 2 ($a=2.82\text{AU}$) (図5)

(図5)のAはレゾナンスにある場合($\sigma = 0^\circ$)のSemi-analytic なモデルである。この図より、この場合も小惑星の e は大きく変化することが予想されるが、仮想小惑星について数値積分を行なってみると、B、C、Dのような結果が得られた。B、C、Dとも初期値は $e = 0.1$ 、 $\eta = 180^\circ$ (a 、 i 、 Ω の初期値も等しい)であるが、 σ の初期値をB($\sigma = 0^\circ$)、C($\sigma = 90^\circ$)、D($\sigma = 180^\circ$)と変えて数値積分したものである。数値積分の期間も異なりBは10万年、Cは60万年、Dは90万年計算してある。このレゾナンスの場合には σ が 0° のまわりにある時が安定なのであるが、最初から σ を0にしておくともBのように e の変化はすなおなものとなるが、 σ を0からはずした所から始めるとCやDのようにかなり複雑な変化をすることになる。Cでは σ はある期間は0のまわりで振動するが、時々不規則に動く変化をしている。またDでは最初の30万年は σ が固定されず(つまりレゾナンスではなく)この間は e は0.2以下の小さい領域にとどまっていたのだが、その後急に σ が0のまわりに固定され、それと同時に e が0.8近くまで大きくなったのである。CやDの図において e が小さい所($e < 0.2$)の変化がモデルAの図にはないが、ここはレゾナンスになっていない期間の変化であり、この部分の変化を示すモデルは(図4)のAに対応するようなレゾナンスではないモデルで表わされるべきものである。それ以外の変化のようすは、モデルの曲線に定性的には一致している。しかし、CやDにおいては変化が1つの曲線上だけでなくいくつかの曲線に移り変わっているわけであるが、これは土星の影響で木星の離心率 e が変化することによる。(モデルの図は木星の e を現在の値0.048にしておいてあるが、木星の e は約5万年の周期で0.027から0.060の範囲で変化する。)

● 7 : 3 ($a=2.955\text{AU}$) (図6)

(図6)のAがSemi-analytic なモデルであるが、この場合には σ を 180° として計算してある。また、数値積分の例はBに示すがこれは初期値を $e = 0.2$ 、 $\eta = 0^\circ$ として30万年計算したものである。5 : 2のレゾナンスの場合と同じように定性的にはAのモデルと一致するが、この場合もモデルの1つのカーブ上を動くだけでなくいくつかのカーブに移り変わっていることがわかる。ところで、このような図では e の変化のよ

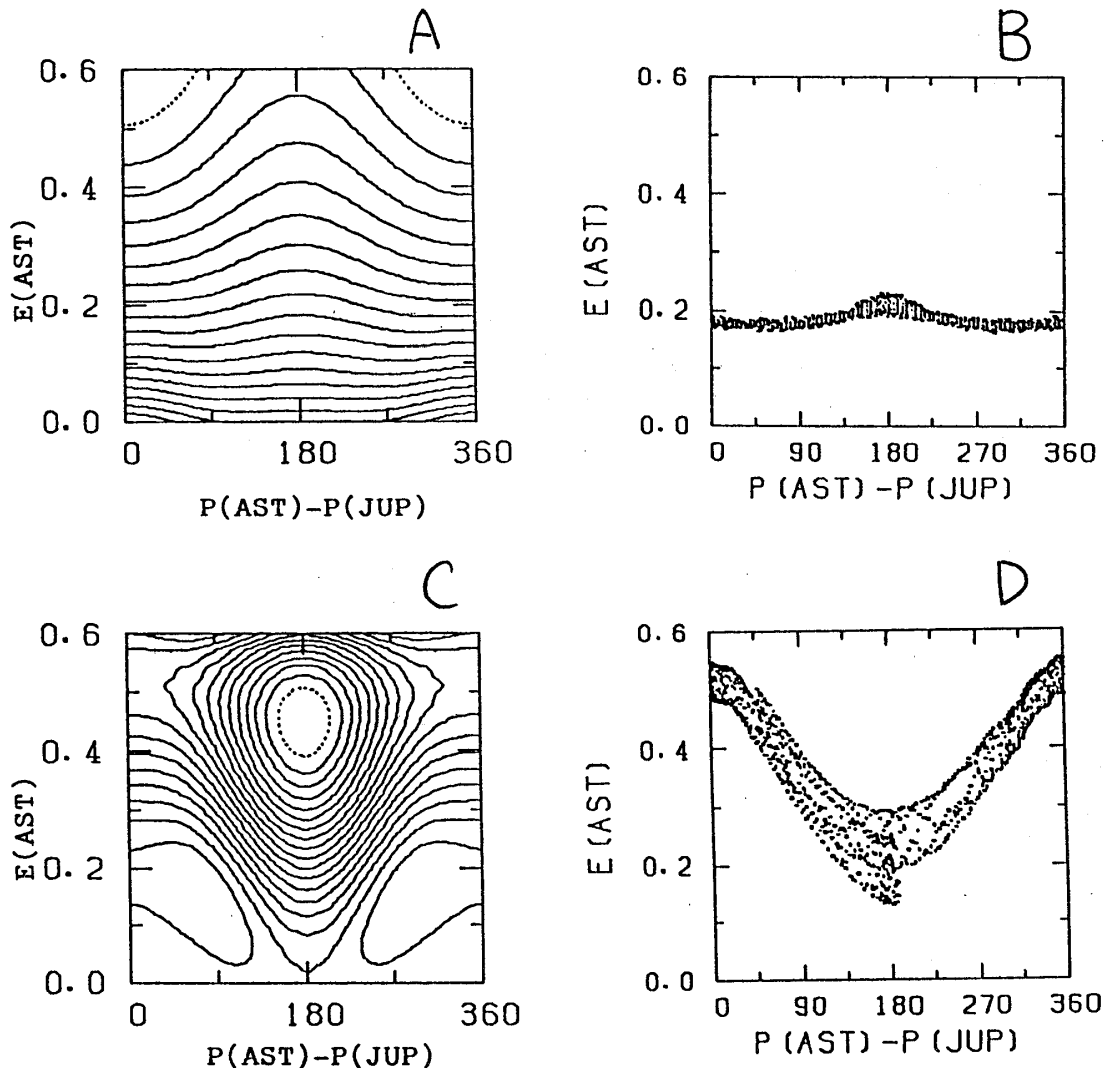


(図6) 7 : 3のレゾナンスについてのモデルと数値積分の結果

うすはわかるがその時間依存性はわからない。この7:3のレゾナンスについては§4の(図11)で e の時間変化を示してある。

● 2:1 ($a=3.28\text{AU}$) (図7)

(図7)ではAとCにレゾナンスにおけるSemi-analytic なモデルを示す。この2:1の場合は σ が 0° のまわりに振動する場合が安定であるので、図Aは σ を 0° に固定してかいたものであるが、この場合は今までの例とは違ってレゾナンスであるのに e の変化は大きくない。ところが、 σ が 0° のまわりを振動する振幅が大きい場合は e の変化は全く異なったものとなる。図のCは σ が $\pm 120^\circ$ の範囲で振動すると仮定してモデルを計算しなおしたものである。AとCの場合に対応する数値例がそれぞれBとDになる。BとDともに初期値は同じ($e = 0.2$, $\eta = 180^\circ$)であるが σ の初期値がBでは 0° 、Dでは 150° にとってある。また数値積分は6万年行なった。このような場合でもモデルは定性的に数値積分の結果を説明することがわかる。



(図7) 2:1のレゾナンスについてのモデルと数値積分の結果

● 3 : 2 ($a=3.97\text{AU}$) (図8)

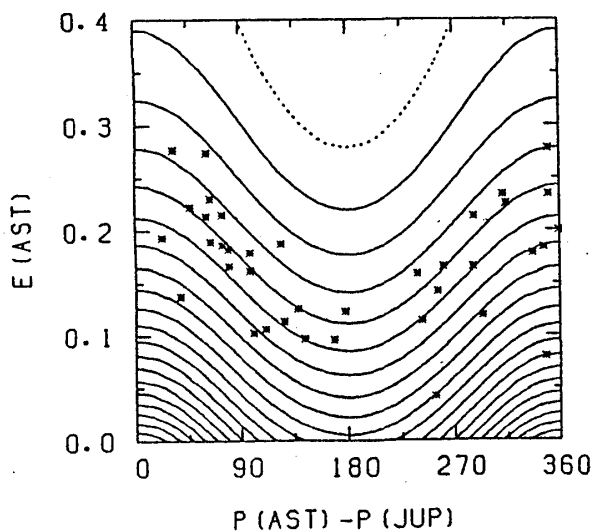
3 : 2 の位置に集まっている小惑星はヒルダ群と名付けられている。3 : 2 の場合のSemi-analytic なモデルは(図8)に示す(σ は 0° に固定)。図の中のプロットは実際に観測されている小惑星の軌道要素の現在の値をプロットしたものである。これらの小惑星の e がモデルのカーブに沿って変化するとすれば、現在までにみつまっているヒルダ群の小惑星の e は最大でも0.3程度にしかならないことが予想される。いくつかの小惑星について数値積分を試みたが、結果はモデルとよくあった。(平面楕円制限3体問題としての取り扱いでSchubart, 1968 の解析がある。)

● 4 : 3 ($a=4.29\text{AU}$) (図9)

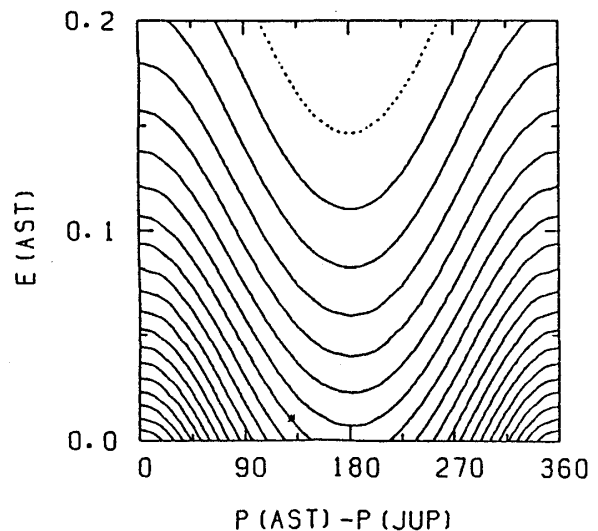
3330番までの小惑星のうち4 : 3のレゾナンスにあるものはチューレだだ1つである。モデル(σ は 0° に固定)およびチューレの軌道要素は(図9)に示す。この図よりチューレの e は0から0.1程度まで変化することがわかるが、実際に数値積分を試みても結果は一致する。なお3 : 2や4 : 3などのレゾナンスにある小惑星の軌道変化はNakai and Kinoshita, 1986によって調べられている。

● 1 : 1 ($a=5.2\text{AU}$) (図10)

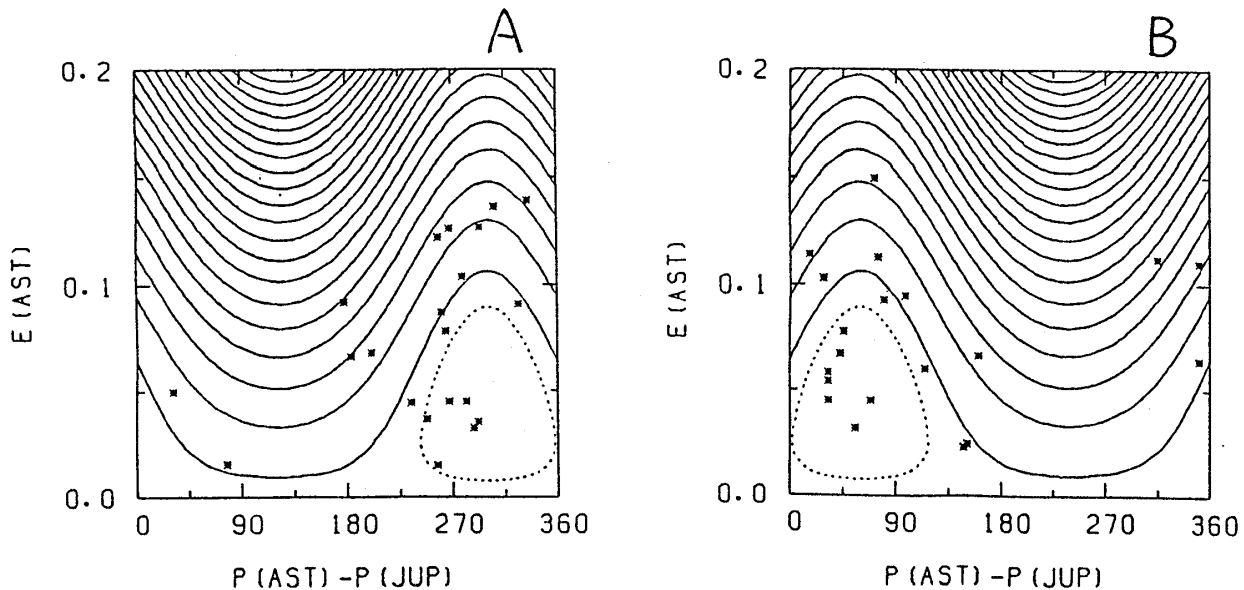
木星と同じ軌道で木星の前方 60° と後方 60° のところにいくつかの小惑星が集まっているが、これをトロヤ群と呼ぶ。ここは3体問題(太陽-木星-小惑星)におけるラグランジュの正三角形解に対応する所である。この場合の e の変化は(図10)のA(σ が 60° の時), B(σ が -60° の時)のようになる。プロットは番号のついた小惑星の現在の軌道要素である。数値積分の結果はやはり省略するがモデルの曲線とよく一致している。また、これらの図より現在までに発見されているトロヤ群についてはその e は0.15程度までしか大きくならないことがわかる。



(図8) 3 : 2のレゾナンスについてのモデルとヒルダ群の軌道要素



(図9) 4 : 3のレゾナンスについてのモデルとチューレの軌道要素



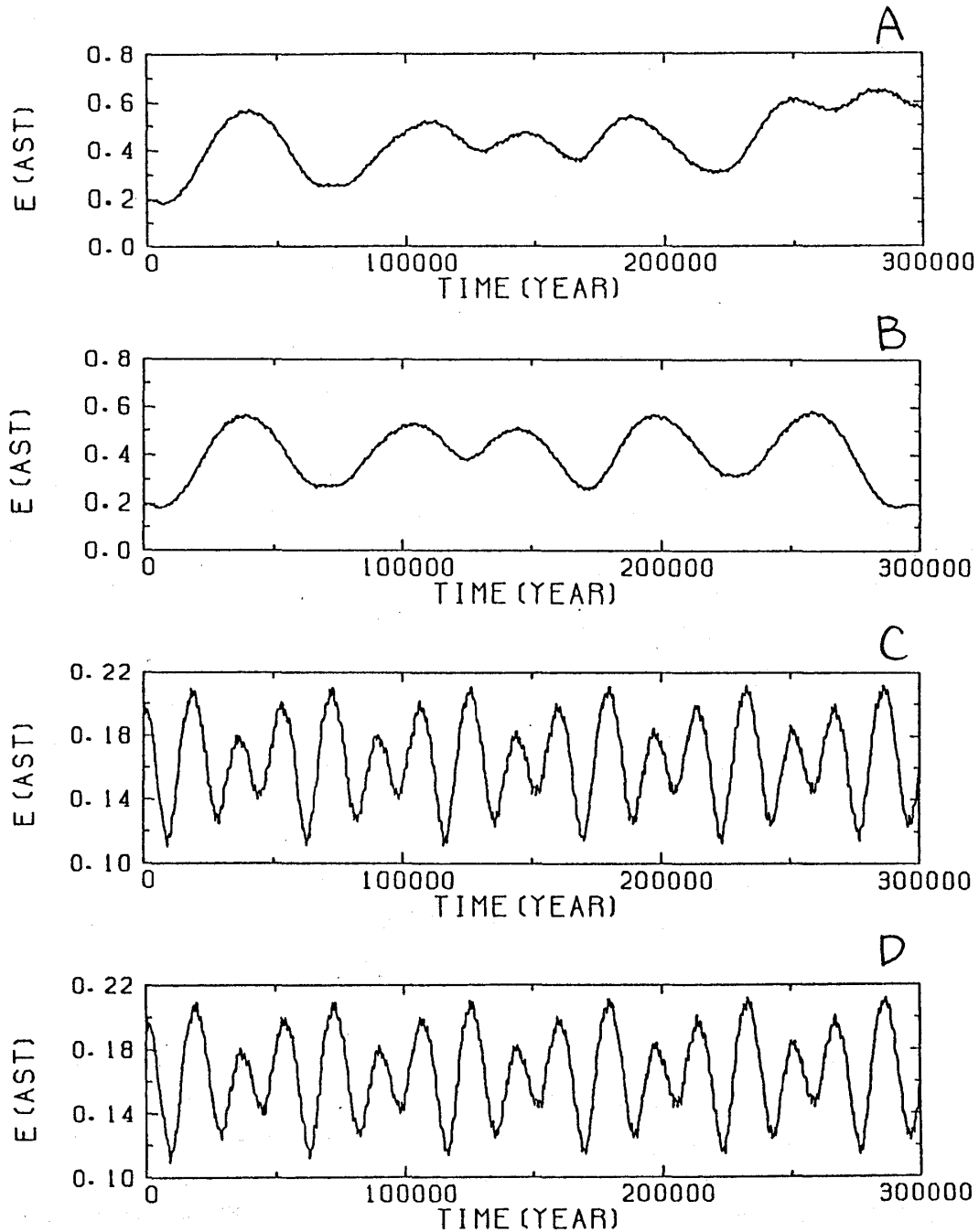
(図10) 1 : 1 のレゾナンスについてのモデルとトロヤ群の軌道要素
(A : $\sigma = 60^\circ$, B : $\sigma = -60^\circ$)

以上の結果より、§2で考えたSemi-analytic なモデルはレゾナンスにある小惑星の e 変化を定性的にそしてかなり定量的によく表わしていることがわかる。しかし、モデルと数値積分との間に差があることも事実でありその理由としては5 : 2や2 : 1のレゾナンスの所ですでに述べたように

- a)モデルでは木星の e 変化を考慮していないが、木星の e 変化が小惑星の運動に大きく影響しており小惑星の運動を複雑にしている、
 - b)モデルでは基本的に σ を1つの値に固定してしまっているが、 σ がある角度のまわりを振動するときの振幅も考慮する必要がある、
- という2つがあげられる。ただし、定性的なふるまいを知るためにはここで用いたモデルで十分である。

ここで得られた重要な結果は、カークウッドギャップに対応するレゾナンス3:1, 5:2, 7:3, 2:1のいずれの場合でも小惑星の e が大きくなり得るということである。最近3 : 1や2 : 1のレゾナンスについては e が大きくなることがわかってきた (Wisdom, 1982; Murray, 1986) が、5 : 2や7 : 3といったレゾナンスの場合でも e が大きくなるのがここでのモデルと数値積分で明らかになった。ここでの数値計算では惑星としては木星と土星しか考慮していないため小惑星の e が大きくなっても計算上は問題なかったのであるが、実際の太陽系では $a=1.5\text{AU}$ の所に火星があるしその内側に地球や金星がある。従って、小惑星の e がある程度大きくなるとこれらの惑星と小惑星の軌道とが接近したり交差したりするため、小惑星が大惑星に接近しすぎてどこかに飛ばされてしまうという可能性がある。このようなメカニズムでカークウッドギャップの起源が説明できると思われる。

これに対して3:2.4:3.1:1の“群”については、逆にレゾナンスにあるため木星と接近することを避けることができ現在まで小惑星が存在していられたと考えることができる。その1つの傍証として、 a が4.0~5.2AUの領域で小惑星をこれらのレゾナンスからはずすと、すぐ木星に接近してしまいどこかに飛ばされてしまうという数値計算がある(Lecar and Franklin, 1973; Froeschlé and Scholl, 1979)。またこれらのレゾナンスにおいては、少なくとも現在存在している小惑星についてはその離心率はあまり大きくならないことがモデルからもわかるが、この事実も小惑星がここに存在できる理由となっている。



(図11) 7:3のレゾナンスにある仮想小惑星とそのそばにあるがレゾナンスにはない仮想小惑星の離心率変化

なおここでは結果を省くが、これ以外のレゾナンス ($4:1, 7:2, 8:3$) についても同様な解析を行ない、いずれのレゾナンスでも e が大きくなる場合があることがわかった。ただし、 e が大きくなるときの e の初期値や e が大きくなるメカニズムはここで示した例とは異なる場合もある。

§ 4. カオス的ふるまい

小惑星がレゾナンスにあるとその運動がカオス的になるということが、最近、特に $3:1$ と $2:1$ のレゾナンスについてわかってきた。 $3:1$ については Wisdom, 1983, 1985 や Murray and Fox, 1984 の研究があり、 $2:1$ については Murray, 1986 や Henrard and Lemaître, 1987 がある。ここでは、 $7:3$ という今まであまり調べられてこなかったレゾナンスについてもやはり軌道の変化がカオス的であることを示す。(図11)のA~Dに仮想小惑星の離心率の時間変化を示してある。Aは(図6B)の数値積分の e 変化を時間の関数としてプロットしたものである。Bは小惑星の初めの位置をAの場合から少しだけずらし(平均近点角 M を 1° ずらした)、他の初期値はAと同じ値で数値積分したものである。A、Bともにこの仮想小惑星は $7:3$ のレゾナンスにある。それに対してCとDはそれぞれAとBと同じ初期値から計算し始めたが a の値だけ 2.93AU としてレゾナンスからずらしたものである。(A、B)と(C、D)とを比べると、§ 3で述べたようにレゾナンスにあれば小惑星の e 変化が大きくなることがわかるが、ここではAとB、CとDを比較してみることにする。まずレゾナンスにない場合のCとDを見ると、この2つは全く同じ変化をしていることがわかる。初期値の M を少しだけずらしたことによって短周期(小惑星の公転周期~数年)的な変化は異なっているのだが、CやDの図に示されているような長周期の変化には差は見られないのである。ところが、小惑星がレゾナンスにあると状況は全く異なる。AとBの図を比較してみると、最初の5万年ぐらいは変化のしかたは一致しているが、10万年ぐらいたつと差が表われ30万年後には e の値は全く違ったものとなっている。この例が示しているように、レゾナンスにあると初期値の微妙な違いがどんどん拡大されていき、カオス的ふるまいをするのである。

§ 5. まとめ

ここではレゾナンスにある小惑星の離心率変化ということを中心に調べてきた。最も重要な結果は、小惑星がレゾナンスにあるとその離心率 e が大きく変化し得るということである。これに対して軌道長半径 a や軌道傾斜角 i の変化は、確かにレゾナンスにない場合と比べると大きいのであるが、特殊な例を除いて小惑星の軌道を本質的に変えるほど大きく変化するものは(今回計算した範囲では)なかった。今後の課題としては

- a) ギャップの成因を説明するためにより広いパラメータ領域での計算を行なう、
 - b) 各レゾナンスについてその構造(カオス的ふるまい等)を調べる、
- ということがあげられる。

小惑星という小さな天体は様々な力学的特徴を持っており、今後とも興味のつきることのない対象であると思う。

計算は東京天文台のFACOM M-380Rで行なった。

References

- Chapman, C. R., Williams, J. G., Hartmann, W. K.: 1978, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 16, 33.
Froeschlé, C., Scholl, H.: 1979, *Astron. Astrophys.* 72, 246.
Giacaglia, G. E. O., Nacozy, R. E.: 1970, in *Periodic Orbits, Stability and Resonances*, ed. G. E. O. Giacaglia, D. Reidel Publishing Company, 96.
Greenberg, R.: 1977, *Vistas in Astronomy* 21, 209.
Greenberg, R., Scholl, H.: 1979, in *Asteroids*, ed. T. Gehrels, Univ. of Arizona Press, Tucson, 310.
Hirayama, K.: 1918, *Astron. J.* 31, 185, *Proc. Phys.-Math. Soc. Japan*, 2nd ser. 9, 354.
Henrard, J., Lemaître, A.: 1987, *ICARUS* 69, 266.
Kirkwood, D.: 1867, *Meteoric Astronomy: A Treatise on Shooting-Stars, Fireballs, and Aerolites*, Ch. 13, Philadelphia, J. B. Lippincott.
Kozai, Y.: 1979, in *Asteroids*, ed. T. Gehrels, Univ. of Arizona Press, Tucson, 334.
Kozai, Y.: 1985, *Celest. Mech.* 36, 47.
Lambert, J. D.: 1973, in *Computational Methods in Ordinary Differential Equations*
Lecar, M., Franklin, F. A.: 1973, *ICARUS* 20, 422.
Murray, C. D., Fox, K.: 1984, *ICARUS* 59, 221.
Murray, C. D.: 1986, *ICARUS* 65, 70.
Nakai, H., Kinoshita, H.: 1985, *Celest. Mech.* 36, 391.
Nakai, H., Kinoshita, H.: 1986, in *Proceedings of The Nineteenth Symposium on Celestial Mechanics*, ed. H. Kinoshita and H. Nakai, 1.
Oesterwinter, C., Cohen, C. J.: 1972, *Celest. Mech.* 5, 317.
Peale, S. J.: 1976, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 14, 215.
Scholl, H.: 1979, in *Dynamics of the Solar System*, ed. R. L. Duncombe, 217.
Schubart, J.: 1966, in *The Theory of Orbits in the Solar System and in Stellar Systems*, ed. G. Contopoulos, London, Academic Press, 187.
Schubart, J.: 1968, *Astron. J.* 73, 99.
Williams, J. G.: 1969, PhD. dissertation, University of California, Los Angeles.
Wisdom, J.: 1982, *Astron. J.* 87, 577.
Wisdom, J.: 1983, *ICARUS* 56, 51.
Wisdom, J.: 1985, *ICARUS* 63, 272.
Yoshikawa, M.: 1988, *Celest. Mech.* in press.