

ギャンブル市場のメカニズム

北海道大学電子科学研究所情報数理分野 一宮 尚志¹

金融市場や為替市場のダイナミクスは経済物理学の主要な研究対象となっているが、実際にはそれら以外にも多くの市場がある。例えば、競馬というものを考えると、これは一つの市場と看做することが出来る。一頭一頭の馬はそれぞれ異なる能力があり、参加者はその能力と配当の倍率を元に、賭ける馬を決定する。そして参加者が賭けることによってさらに倍率変動する。もし、賭けの参加者が十分合理的なら、参加者はもっとも配当の期待値が大きい馬、すなわち配当倍率 $\times$ 勝率が最大の馬に賭けるだろう。その結果、最終的には、全ての馬に対して配当倍率 $\times$ 勝率が一定となるに違いない。このようなことが実際に起こっているだろうか。それ以前に、そもそも参加者は馬の勝率を正しく予測できているだろうか。このような疑問から、日本中央競馬会 (JRA) 主催の競馬データを解析した。解析したものは最終オッズの度数分布、および最終的に勝利した馬の最終オッズの度数分布である。データとして、2005年2月から9月にかけて、JRAが主催した全てのレース (レース数 2326 参加頭数のべ 32133 頭) を用いた。

下に、最終オッズの度数分布、および勝馬の最終オッズの度数分布を示す。最終オッズの分布 $P_o(x)$ は、倍率 10 倍から 100 倍の範囲において、ほぼ $1/x$ に比例していることがわかる。一方、最終的に勝利した馬のオッズの分布 $P_w(x)$ を見てみると、こちらはほぼ $1/x^2$ に比例していることが判る。ここで、勝率がオッズの関数であると仮定してみる。すると、オッズ x の馬の勝率は $P_w(x)/P_o(x)$ に比例するから、オッズ x 倍の馬の勝率は $1/x$ に比例していることになる。したがって、オッズ x の馬から得られる配当の期待値は x によらず一定となる。これは、賭けの参加者が合理的であるという仮定と矛盾しない。

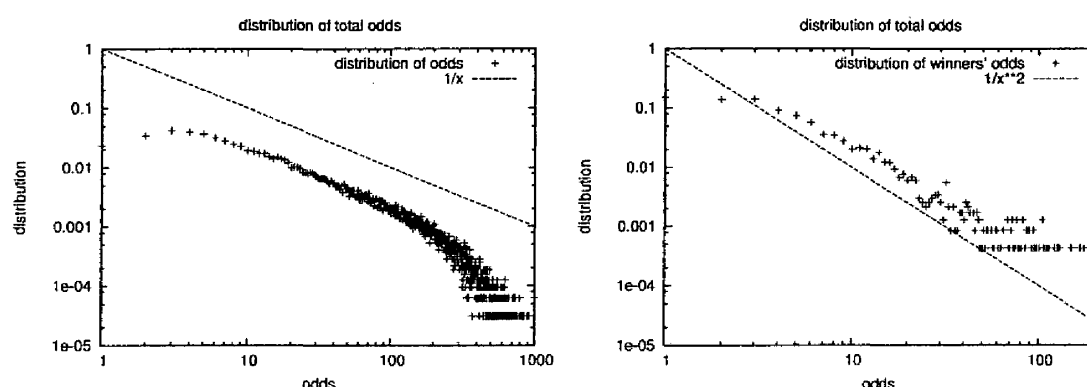


図 1: 左：最終オッズの度数分布。右：勝馬の最終オッズの度数分布

¹E-mail: miya@nsc.es.hokudai.ac.jp

しかしながら、矛盾しないということだけで賭けの参加者が合理的であると言うことはできない。またオッズの中則も参加者の合理性のみからは導出できない。

そこでこのようなオッズの中則を説明するために以下のようなモデルを考えた。

1. 各レースに参加する馬は、夫々「強さ」 s というパラメータを持つ。 s の分布は 0 と 1 の間の乱数によって定められている。
2. レースに賭ける人間は、馬の正しい「強さ」を推測する。ただし賭ける人は馬の真の「強さ」を正確に知ることは出来ない。彼が推測する各馬の強さ s' は $s' = s + r$ で与えられる。ここで r は平均 0、分散 σ の Gauss 乱数である。
3. 強さを推測した人間は、自分が最も強いと思う馬に賭ける。
4. レースの結果、ある馬が勝つ確率はその馬の強さに比例する。

このモデルで一番問題になると思われるのが 3. の仮定である。賭けの参加者が合理的であるなら、この仮定よりも以下のようなモデルの方が相応しいように思われる。

- 3'. 賭けに参加する人は、最も配当の期待値が大きい馬にかける。

この場合は s' とオッズの積が最大の馬に賭けることになる。前者のモデルを「モデル 1」、後者を「モデル 2」と呼ぶことにしよう。各々のモデルのシミュレーションの結果を下に示す。明らかに、非合理的モデルの方が実際のオッズ分布と良い一致を示している。合理的モデルでは、オッズの分布が $1/x^2$ 、勝馬のオッズの分布が $1/x^3$ に比例しており、実際のデータと合わない。

以上のように、モデル 1 によって競馬のオッズの分布は良く説明できることが判った。今後の問題としては、他のギャンブルでも同様な結果が得られるのかという点がある。韓国の競馬では度数分布の中が異なるという結果もあり [1]、さらなる研究が必要である。

参考文献

- [1] K. Park and E. Domany, Europhys. Lett. **53** 419 (2001).

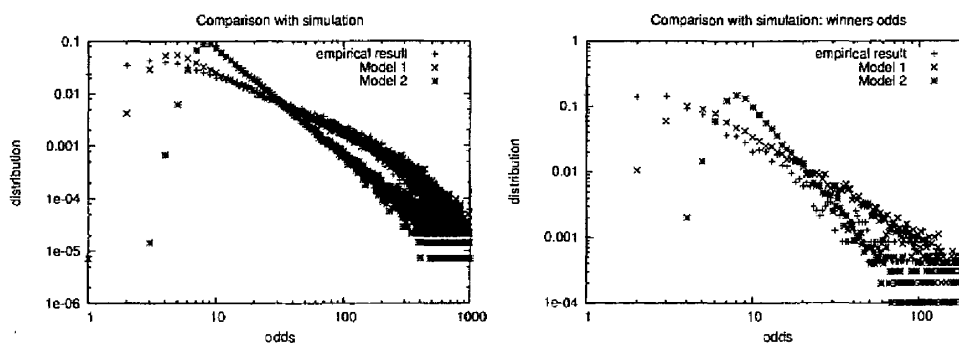


図 2: シミュレーションとモデルの比較：(左) 全体のオッズの度数分布 (右) 勝馬のオッズの度数分布