

氏 名	石 井 秀 則 いし い ひで のり
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	理 博 第 635 号
学 位 授 与 の 日 付	昭 和 55 年 5 月 23 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理 学 研 究 科 数 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	The non-existence of elliptic curves with everywhere good reduction over certain imaginary quadratic fields (ある虚二次体上定義され至る所よいリダクションをもつ楕円曲 線の非存在)
論文調査委員	(主 査) 教 授 土 方 弘 明 教 授 永 田 雅 宜 教 授 戸 田 宏

論 文 内 容 の 要 旨

代数体 k 上定義された楕円曲線の等分点の座標を k に添加してできる k 上の有限次拡大体の性質を研究することは、整数論の 1 つの主要課題と考えられる。より一般のアーベル多様体についても同様である。古典的虚数乗法論におけるような「拡大体の構成」という観点はもとより重要であるが、現在ではアーベル多様体自身についての興味も大きいし、その定義体との関係も重要である。

例えば、 k 上定義されたアーベル多様体 A の (ある素数 ℓ について) ℓ べき分点を k に添加した拡大体に於ては、 A の bad prime と ℓ を割る prime 以外は不分岐であることが知られている。従って、 A が至る所 good reduction をもつとすれば、そのような A の存在は k がある特殊な分岐条件を充たす拡大体をもつことを意味する。このような関連において、申請論文で得られている結果の 1 つは次の通りである。

k を discriminant $-d$ (d は素数) の虚 2 次体とする。 $d \equiv -1 \pmod{12}$ or $d=2$ 更に k の類数は 3 と素と仮定すれば、 k 上定義された楕円曲線で至る所 good reduction をもつものは存在しない。

この結果の証明に当っては、まず楕円曲線の Neron model E の p 乗法の核 E_p を有限群-scheme とみて、 E_p が p 乗根の群 μ_p あるいは加乗群 $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ で「割れる」という仮定の下に、Mazur の方法に従って、Mordell-Weil 群の rank の評価を得る。これを用いて、虚 2 次体 k 上定義された至る所 good reduction をもつ楕円曲線は、 k の類数が 6 と素なら、位数 3 の k -有理点をもたないことが示されている。一方、 k 上 3 分点で生成される体の分岐を調べることによって、上述のような仮定の下では、実際に k 有理的 3 分点が存在することが示されている。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

申請論文においては、虚 2 次体 k について、 k 上に定義された至る所 good reduction をもつ楕円曲線が存在しないための 1 つの十分条件が与えられている。その条件は k の判別式と類数についての簡単な合同条件で述べられる。

これは1つの新結果であり、アーベル多様体の整数論にとって興味深い結果である。

申請論文に於てとられた方法は finite flal group scheme の理論を用いて、簡単明快な証明を行っている。この方法は、従来この種の問題に必ず現れる Diophantine method を全く使わないという点でも興味深く、またより一般な対象への適用可能性を含んでおり、注目すべきものである。

申請論文の結果及それに至る過程は、申請者が整数論の最も具体的且つ重要な対象である楕円曲線さらにアーベル多様体について、深い理解と経験を積んでいることを示しており、さらにそれを研究するに当って必要な種々の方法について十分の勉強・研究を積み重ねていることを示している。よって本論文は理学博士の学位に値するものと判定する。