

氏 名	加 藤 義 夫
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 243 号
学位授与の日付	昭 和 43 年 5 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	OPÉRATEURS DIFFÉRENTIELS PARTIELLEMENT HYPOELLIPTIQUES (準楕円形微分作用素)

(主 査)
論文調査委員 教授 溝 畑 茂 教授 吉 沢 尚 明 教授 楠 幸 男

論 文 内 容 の 要 旨

ユークリッド空間 $R^{n'} \times R^{n''}$ ($n' + n'' = n$) の領域 Q で定義された超函数 $f(x', x'')$ が x' について正則であるとは、任意の $\varphi(x'') \in D(V)$ に対して

$$\varphi(x') = \int f(x', x'') \varphi(x'') dx''$$

が C^∞ 函数であるときをいう。 C^∞ -係数をもつ線型偏微分作用素 $P(x, D)u(x) = f(x)$ が x' について準楕円型 (Partially hypoelliptic in x') であるとは、任意の超函数 $u(x)$ について、 f が x' について正則であるかぎり u もまた x' について正則であるときをいう。いいかえれば、解 $u(x', x'')$ について x'' 変数に関する正則性を犠牲にすれば、 x' 変数についての正則性がいえる場合である。例えば $n' = 1$ のとき、 x' の方向が作用素 P の特性方向 (characteristic direction) でなければこの性質はつねになりたつことである。

このような種類の考察は Garding, Malgrange 両氏により、 P が定数係数の場合にかぎって研究され、1つの特長づけが与えられた。つづいて Mizohata (1961年), Friberg (1963年) によって変数係数の場合の考察が行なわれた。

申請者の研究は、 P の共役方程式 P' に対するパラメトリックスが如何なる条件のもとで P の x' についての正則性を保証するかを明快な手法を用いて示している。さらにそのような条件をみたすパラメトリックスが構成できるための P に対する十分条件を比較の見易い形で与えている。最後に、申請者は求めた十分条件がいままでの研究結果をすべて含むと同時に真の拡張になっていることを実例によって示している。

参考論文1では、準楕円型作用系に対する Hörmander (1961年), Trèves (1959年) 両氏の仕事を比較検討することに成功している。この両氏の研究は立場が違うものであり、両者の結果は互いに独立なものであると思われていたが、申請者は後者の方が前者よりよりもっと広いクラスを研究していることを明らかにした。

参考論文 2 では、過剰偏微分方程式系

$$\begin{cases} P_{11}(x, D)u_1 + \dots + P_{1\nu}(x, D)u_\nu = f_1 \\ \dots \\ P_{\mu 1}(x, D)u_1 + \dots + P_{\mu \nu}(x, D)u_\nu = f_\mu \end{cases} \quad (\nu < \mu)$$

に対する準楕円性の 1 つの十分条件を与えている。この問題は非常に困難なものであり、申請者の研究も未だ十分つくざれているとはいえないが、この方面に対する文献は未だ少なく将来の発展性の上から考えても興味深いものである。

論文審査の結果の要旨

線型偏微分方程式

$$(1) \quad P(x, D)u(x) = f(x)$$

の解 $u(x)$ を超関数の意味で解釈するという方法は、弱解という考えで部分的には、Sobolev, Friedrichs らがとり扱ったのであるが、Schwartz が 1950 年組織的一般的にこれらの解の性質を研究する動機を作った。

(1)において、 $f(x)$ が C^∞ であるような開集合では $u(x)$ もつねにそのようになっているときに作用素 $P(x, D)$ は準楕円型作用素とよばれている。今日この方面の研究手法は種々考え出されているが、その中でもパラメトリックスによる方法が良い結果に導いている。

申請者は、パラメトリックスによる従来の方法をくわしく検討し、部分的準楕円作用素にまでその効果が及ぶためには、 P の共役作用素 $P'(x, D)$ に対する素解がどのような性質をもつことが十分であることを明るみに出している。この結果は重要であり、将来この方面の種々の研究にも、パラメトリックスが非常に効果的であることを示唆しているものといえよう。さらに申請者は、具体的にどのような条件があれば、要求される性質をもつような素解が構成できるかを明らかにしており、申請者の示した条件は相当に広いものであり、この結果にいたる種々の考察にも興味ある手法が駆使されている。

参考論文 3 は、1 階の偏微分作用素

$$L = \sum_{j=1}^n a_j(x) \frac{\partial}{\partial x_j} + a(x)$$

が準楕円型であるための必要十分条件を考察したものである。

$n = 2$ の場合には Suzuki によって 1964 年解決されていたが、 $n \geq 3$ の場合については、未解決であった。この論文では、 $a_j(x) \equiv 0$ で、かつ $a(x)$ は決して 0 にならないということが準楕円型のための必要十分条件であることが示されている。結果は誠に簡単であるが、この事実を明快に示した申請者の解析力の卓抜さを示している。

よって本論文は理学博士の学位論文として価値があるものと認める。