

量子導体における揺らぎの定理

三重大学 工学部物理工学科 内海裕洋¹

メゾスコピック導体の量子輸送の研究に、統計物理分野の「揺らぎの定理」を導入し、普遍的側面をとらえようとする最近の試みを概説する。

1 完全計数統計と揺らぎの定理

メゾスコピック系の物理では、半導体や金属微細素子における量子効果に着目するが、素子の電流揺らぎ、つまりノイズの測定は、そのプローブとして用いられてきた。最近、完全計数統計 (*Full counting statistics*) と呼ばれる理論が、量子導体を流れる電流 I の確率分布 $P(I)$ を記述するための理論的手法として広く用いられるようになった。その理由は、電流キュミュラントの生成関数 $\mathcal{F}(\lambda) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \sum_q P(q) e^{iq\lambda} / \tau$ (q は I と観測時間 τ の積) が、Keldysh 非平衡グリーン関数の生成汎関数であることが明らかにされたことにある。一般に非平衡電流のキュミュラントの計算は、高次になるにつれ煩雑になる。完全計数統計理論では、キュミュラントの積分形を計算するため、計算が比較的容易である。この事情は、ちょうど平衡系において、相関関数を計算するよりもその積分形である熱力学ポテンシャルを計算する方が容易なことと類似している。

揺らぎの重要性は、非平衡統計力学において早くから認識されている。とくに「揺らぎの定理」に代表される一連の関係式は、非平衡で成り立つ特筆すべきものである。揺らぎの定理は揺動散逸定理とオンサガーの相反定理や、熱力学第2法則を含んでいることが知られている。揺らぎの定理は、微小系では温度 T による揺らぎが相対的に大きくなり、エントロピーが負の値をとる確率があることをいう： $P(-\Delta S) = e^{-\Delta S} P(\Delta S)$ 。揺らぎの定理は、生体分子の効率的な「熱」と「仕事」の変換のメカニズムの解明につながるとの期待から研究がなされてきた。一方で、電気伝導には $\Delta S = IV/T$ のエントロピーの生成を伴うため、揺らぎの定理が成り立つと予想される。実際、完全計数統計理論における微視的可逆性から、量子導体における揺らぎの定理を導くことができ [1]、特に磁場中での量子輸送において、オンサガーの相反定理を超え、非線形輸送係数の間の普遍的な関係を導くことができる。

2 量子導体における揺らぎの定理

量子系におけるキュミュラント生成関数は微視的可逆性より $\mathcal{F}(\lambda; B) = \mathcal{F}(-\lambda + iV/T; -B)$, を満たすことが示され、この逆フーリエ変換から揺らぎの定理が導かれる [1]。量子ドットを流れる

¹E-mail: utsumi@phen.mie-u.ac.jp

単一電子トンネル電流の確率分布は、量子ポイントコンタクト電位差計を用いることで実験的に求めることができる。その結果、電位差計の反作用の影響を有効温度として取りこめば、揺らぎの定理が成り立つことが確認されている [3]。さて、磁場に関して対称・反対称化した n 次の電流キュミュラントの m 次の非線形応答係数 $L_{m,\pm}^n(B)L_m^n(B) \pm L_m^n(-B)$ を以下のように導入する： $\langle\langle I^n \rangle\rangle = \partial^n \mathcal{F}(0; B) / \partial (i\lambda)^n = \sum_{m=0}^{\infty} L_m^n(B) / m! (V/T)^m$ 。すると揺らぎの定理は非線形輸送係数間に無限個の関係式を与える。それは揺動散逸定理 $L_1^1 = L_0^2/2$ や、オンサガーの相反定理 $L_1^1 = 0$ を含む。さらに、非線形コンダクタンスの満たす関係式、 $L_{2,-}^1 = L_{1,-}^2/3 = L_{0,-}^3/6$ や $L_{2,+}^1 = L_{1,+}^2$ は、量子ドット・アハロノフ・ボーム干渉計について理論計算がなされ [4] 実験でも検証されている [2]。

3 まとめ

非線形輸送係数の間にも、微視的可逆性のために何らかの普遍的な関係式があるという結果は意外ではない。しかしオンサガーの相反定理は対称でシンプルだが、高次の非線形輸送係数間の関係式は煩雑である。しかし積分形であるキュミュラント生成関数については、揺らぎの定理というシンプルな対称性がある。

謝辞

本研究は齊藤圭司博士（東京大学理学部）との共同研究です。また実験およびデータの解析は藤澤利正博士（東京工業大学極低温物性研究センター）、小林研介博士、中村秀司博士（京都大学化学研究所）また G. Schön 博士、D. Golubev 博士（Karlsruhe 大学）らとの共同研究に基づいています。また JST および DFG の戦略的国際科学技術協力推進事業の支援を受けています。

参考文献

- [1] K. Saito and Y. Utsumi, Phys. Rev. B 78, 115429, (2008).
- [2] S. Nakamura, Y. Yamauchi, M. Hashisaka, K. Chida, K. Kobayashi, T. Ono, R. Leturcq, K. Ensslin, K. Saito, Y. Utsumi, A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. 104, 080602 (2010).
- [3] Utsumi, D. S. Golubev, M. Marthaler, K. Saito, T. Fujisawa, Gerd Schön, Phys. Rev. B 81, 125331 (2010).
- [4] Y. Utsumi and K. Saito, Phys. Rev. B 79, 235311 (2009).