

## 円形噴流の 3 次元数値計算

日本大学大学院理工学研究科 千田 拓郎(Takuro Chida)  
日本大学理工学部 小野 清秋(Kiyoaki Ono)  
College of Science and Technology  
Nihon University

### Abstract

Numerical simulations of a round jet with random and / or periodic disturbances at the Reynolds number 2500 are conducted. In the present study, vortex rings are generated and broken down closer to a nozzle exit, when the periodic disturbance is added to the random one. The periodic disturbance has the effect on an acceleration of generation and breakdown of vortex rings.

### 1. はじめに

噴流はノズルから流体を噴出する基本的な流体现象の一つである。身の回りには、ジェットエンジンやエアーカーテンなど噴流を工学的に応用した技術が数多くある。細長いスリットから流体を噴出する二次元噴流と円い穴から流体を噴出する円形噴流などがある。二次元噴流に関する研究では、微小な速度変動に関する線形安定理論と実験値とが良い一致を示すことが知られている<sup>(1)</sup>。円形噴流に関する研究はジェットエンジンなどの工学的応用が主であるため、レイノルズ数  $Re = UD/\nu \geq 10^4$  ( $U$ : 噴出速度,  $D$ : ノズル直径,  $\nu$ : 動粘性係数) の乱流噴流に関する研究が数多く行われる。そのため円形噴流の層流から乱流へ遷移する過程 ( $Re \leq 10^3$ ) に関する研究は多くない。本研究では円形噴流の遷移過程について検討を行うことが目的である。

円形噴流の遷移過程では、ノズル出口近傍における速度変動の成長が流れの安定性に影響する。実験的研究において、ノズル出口近傍における微小な速度変動を熱線風速計によって測定することは困難である。そこで近年発達している CFD (Computational Fluid Dynamics) を用いて微小な速度変動の成長について議論することは有効である。圧力場と速度場を数値計算で決定し時間発展させるため、実験的に測定困難な圧力場や速度成分を議論することが可能である。また噴流は外乱や実験装置の影響を受けやすい流体现象であるため、数値計算上で外乱の影響を除去できるメリットもある。円形噴流の計算例として、Boersma らは自己相似性が成り立つ遠方場 (far field) についての数値シミュレーション<sup>(2)</sup>を行い、竹内は大規模渦構造の発生から崩壊までの乱流遷移過程における不安定性の数値解析<sup>(3)</sup>を行った。共に比較的良好な結果が得られている。

噴流の遷移に関する研究を行う際、スピーカーなどで音響による周期擾乱を与えることにより、渦輪構造の安定化や渦輪の形成・成長・崩壊つまり遷移の促進が可能であることは実験的研究によって明らかである。数値計算ではノズル出口 (境界条件) において速度の周期擾乱を容易に課すことが可能である。本報告では円形噴流の 3 次元数値計算を行い、ノズル出口における周期擾乱による流れ場への影響について検討を行う。

### 2. 計算手法

本計算では、支配方程式として 3 次元の連続の式および非圧縮性 Navier - Stokes 方程式を用いた。

#### ・ 連続の式

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (1)$$

#### ・ 非圧縮性 Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) \cdot V = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \cdot V \quad (2)$$

連続の式と非圧縮性 Navier - Stokes 方程式は共に、代表長さをノズル直径  $D$  また代表速度をノズル出口における主流方向の最大噴出速度  $U_0$  を用いて無次元化を行っている。

解法には有限差分法の一つである MAC 法を用いた。空間の離散化には、移流項は 3 次精度上流差分 (K-K スキーム)、圧力項・粘性項は 2 次精度中心差分で離散化を行っている。時間進行法は圧力項にはオイラー陽解法、移流項および粘性項には 2 次精度 Adams - Bashforth 法を用いた。

## 2.1. 計算領域および計算格子

本計算では Fig.1 に示す円筒状の計算領域を用いた。計算領域の幅は  $r$  (半径) 方向に  $5.95D$ ,  $\theta$  (周) 方向に  $2\pi$ , (主流)  $x$  方向に  $19.6D$  とした。格子数は  $r \times \theta \times x$  に  $64 \times 64 \times 256$  で空間を分割している。半径方向はノズルから噴出する主流速度のせん断層を再現するため、ノズル中心からせん断層に向けて格子を密、側方境界に向けて疎になるように格子間隔を調整した (Fig.2)。周方向は等間隔である。主流方向も同様にノズル出口の空間分解能をあげるためにノズル出口近くで格子が密となるようにした。

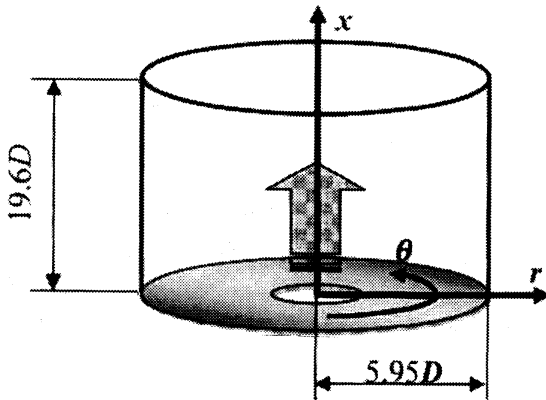


Fig.1 計算領域

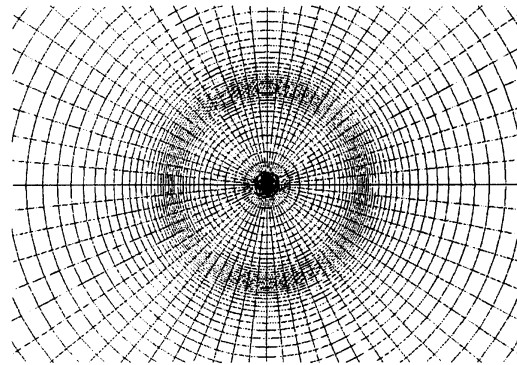


Fig.2  $r - \theta$ 断面の計算格子

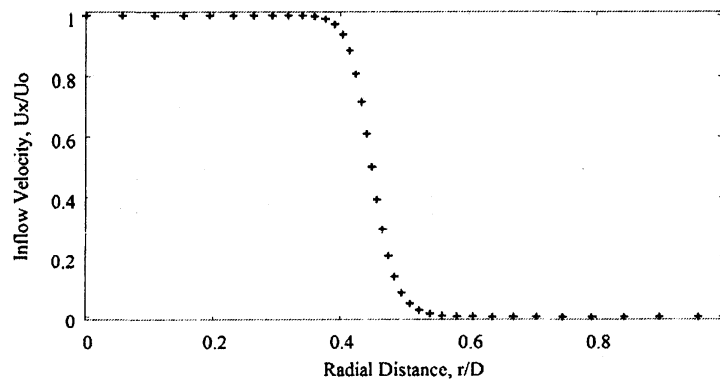


Fig.3 流入速度分布

## 2.2. 境界条件

速度の流入境界条件として、計算領域へ流入する主流速度分布は以下の式で与える。

$$U_x(r) = \frac{U_0}{2} \left\{ 1 - \tanh \left[ \frac{1}{4} \frac{R}{\delta_2} \left( \frac{r}{R} - \frac{R}{r} \right) \right] \right\} \quad (3)$$

ここで  $R$ ,  $\theta$  は速度分布の半値幅および運動量厚さである。本報告では  $R = 0.45D$ ,  $R/\theta = 25$  とした (Fig.3)。また半径方向および周方向速度  $U_r = U_\theta = 0$  とした。流出境界条件には Sommerfeld 放射条件を用いた。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

移流速度  $U$  は移流条件に基づいて様々な値を用いることが考えられる。移流速度  $U$  の値により流出境界で渦が反射を起こすなどの非現実な流れ場になり、計算が発散を生じてしまうなどの問題がある。今回は経験的に流出境界で渦が反射を起こさなかった  $U = 0.7$  を用いた。側方境界条件は半径方向の 0 次外挿を用いた。

圧力の境界条件は流入境界および流出境界は主流方向の 0 次外挿、側方境界は無限遠方の圧力を模擬するために  $p = 0$  と設定している。

### 2.3. ノズル出口における擾乱

ノズル出口で擾乱として、①ランダム擾乱のみを与えた場合と②ランダム擾乱に加えて周期擾乱を与えた場合を計算した。ランダム擾乱は実験におけるノズル出口の乱れに近づけるために用いている。本報告ではノズル内部 ( $r/D \leq 0.5$ ) で  $\pm 0.3\%$  の乱れを主流速度  $U_x$  に加えた。乱れの生成は一樣乱数生成によって行っている。周期擾乱は主流速度  $U_x$  のみに正弦波擾乱を加えた。

$$\bar{u}_x = \varepsilon \cdot \sin(-2\pi f t) \quad (5)$$

振幅  $\varepsilon$  として噴出速度の 0.5, 1.0, 2.0% の三種類を与えた。無次元周波数の設定には、実験による噴流がもつ渦輪列の発生周波数はストローハル数  $St = fD/U = 0.24 \sim 0.51$  であると知られている<sup>(3)</sup>。数値計算上では無次元化を行っているためストローハル数と無次元周波数は一致する。本報告では無次元周波数  $f = 0.2, 0.45, 0.8$  とした。

## 3. 計算結果

$Re = 2500$ , 刻み時間  $\Delta t = 0.002$ , 総ステップ数  $10^5$  [steps] とし、無次元時間 200 [-] まで計算を行った。計算結果は無次元時間 100~200 までを時間平均した値である。

### 3.1. 振幅の違い

Fig.4~6 に振幅  $\varepsilon$  の違いによる中心軸速度  $U_c$  と乱れ  $u_c$  (中心軸上の主流方向速度  $U_x$  と乱れ  $u_x$ ) を示す。中心軸速度の振幅の大きさによる変化は、 $f=0.2$  の場合は中心軸速度の減衰する点が上流側へ移っているが他の周波数ではあまり大きな変化が見られない。乱れの主流方向の成長に関しては、どの周波数においてもノズル出口側へ移ることから、振幅の大きさは乱れの成長を早める性質を持つと考えられる。

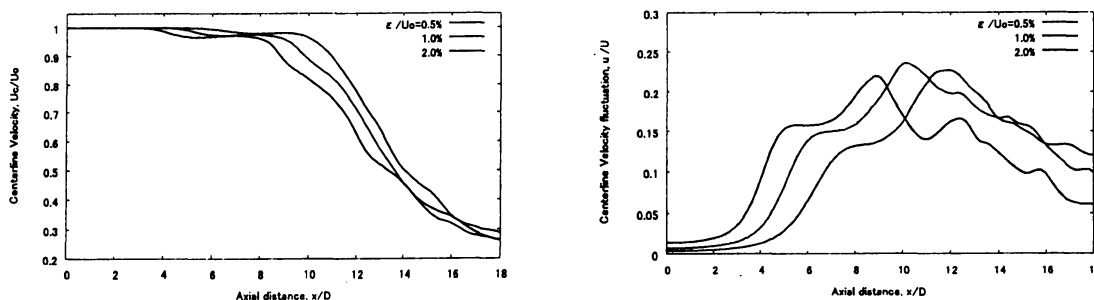


Fig.4 無次元周波数  $f=0.20$  における中心軸速度と乱れ

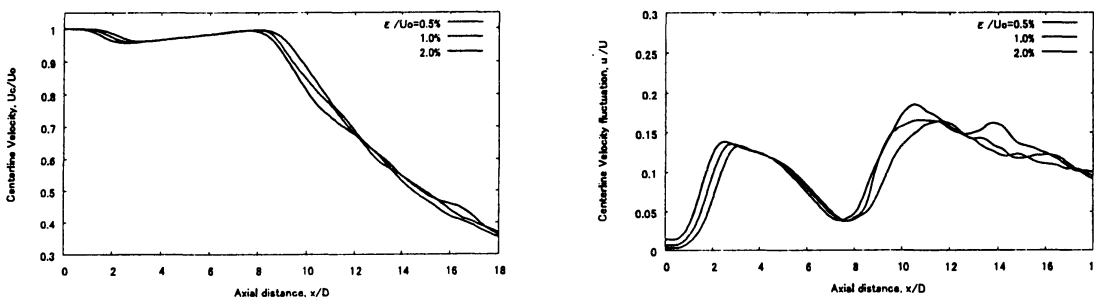


Fig.5 無次元周波数  $f=0.45$  における中心軸速度と乱れ

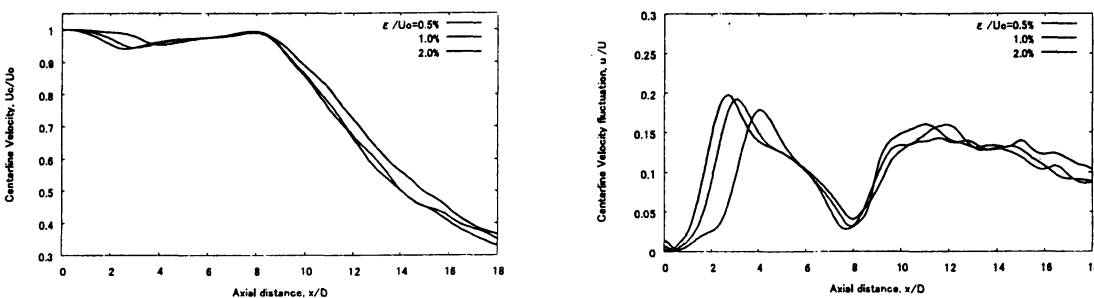


Fig.6 無次元周波数  $f=0.80$  における中心軸速度と乱れ

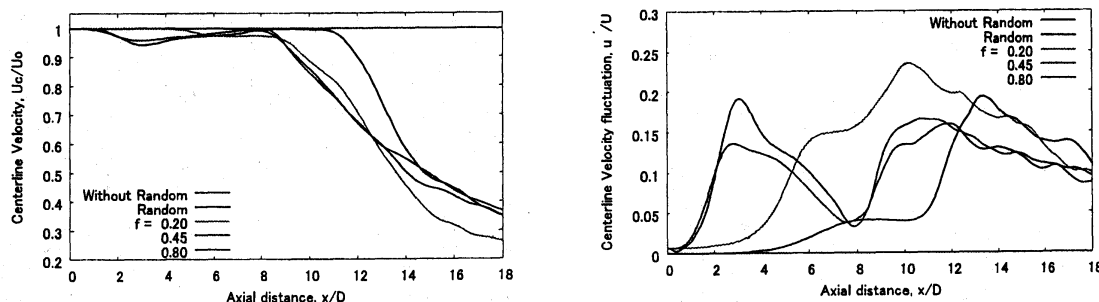


Fig.7 周波数の違いによる中心軸速度と乱れ

### 3.2. 周波数の違い

周波数の違いによる中心軸速度と乱れの主流方向の変化を Fig.7 に示す。また Fig.8 に  $Q$  値の瞬時値のによる等値面を示す。(a)はランダム擾乱のみ、(b)～(d)はランダム擾乱に周期擾乱を加えた場合である。渦を可視化する場合、渦度や圧力等が用いられるが、本研究では  $Q$  値で可視化を行っている。渦度は 2 次元であるが、 $Q$  値は 3 次元的に渦を捉えることができる。 $Q$  値は速度勾配テンソルの第二不変量であり、以下の式で求めることができる。

$$Q = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (6)$$

ここでランダム擾乱を与えない場合の計算を行った。ランダム擾乱および周期擾乱を与えない場合、中心軸速度は本研究で用いた計算領域内では減衰しないことがわかる。原因として、乱れの成長が緩やかに成長していることから、流れ場が層流状態を保っているためであると考えられる。したがってノズル出口でのランダム擾乱は実験を模擬するためには必要な要素であるとわかる。

周波数の違いが与える影響は、中心軸速度に関してはあまり大きくないと考えられる。中心軸速度の乱れの成長に関しては、 $f=0.2$  の場合では一つのピークが見られるが、 $f=0.45, 0.80$  では二つのピークが見られる。乱れがピークになる点において、渦輪の合体が起こっていると考えられる。このことは Fig.8 の可視化からも確認できる。この結果から周波数の違いは乱れの主流方向の成長自体に影響を与えることがわかる。また  $Q$  値の可視化から、ランダム擾乱のみの場合に比べて、周期擾乱を与えた場合は渦輪の形成が上流側へ移り、また渦輪列の間隔が異なっていることもわかる。

### 4. まとめ

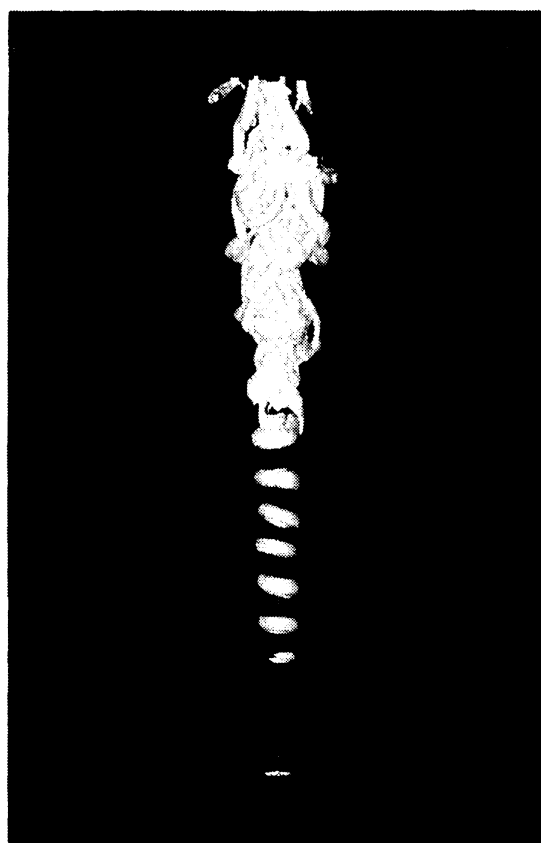
ノズル出口における周期擾乱を与えた円形噴流の三次元計算を行い、周期擾乱の影響について検討を行った。

- ・ 振幅の大きさは乱れの成長に影響を与える。
- ・ 周波数の違いは乱れの成長自体に影響を与える。

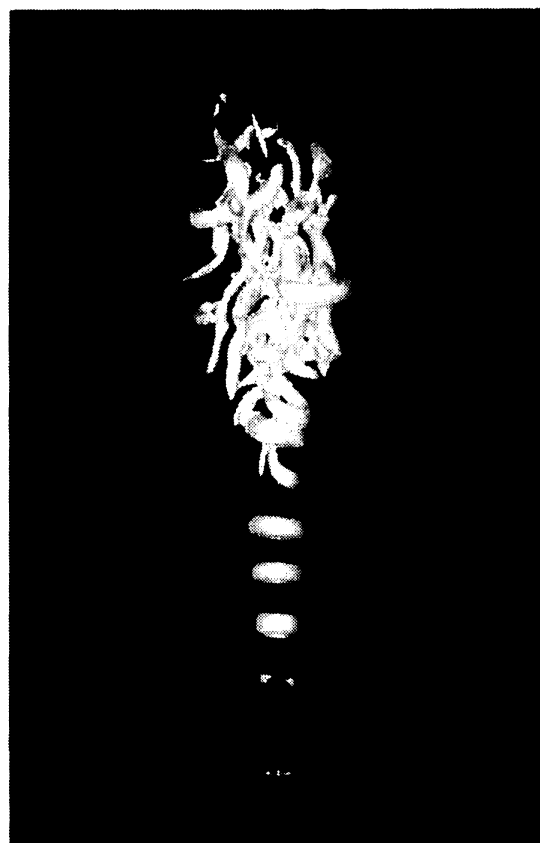
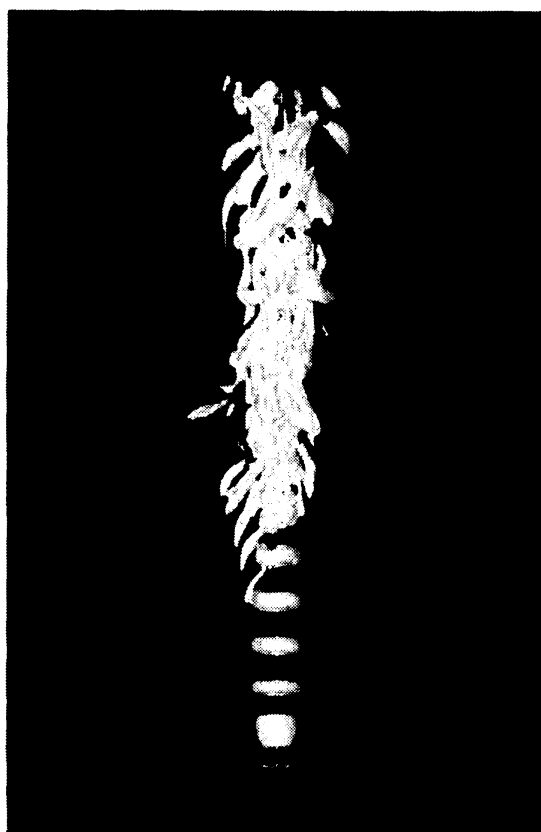
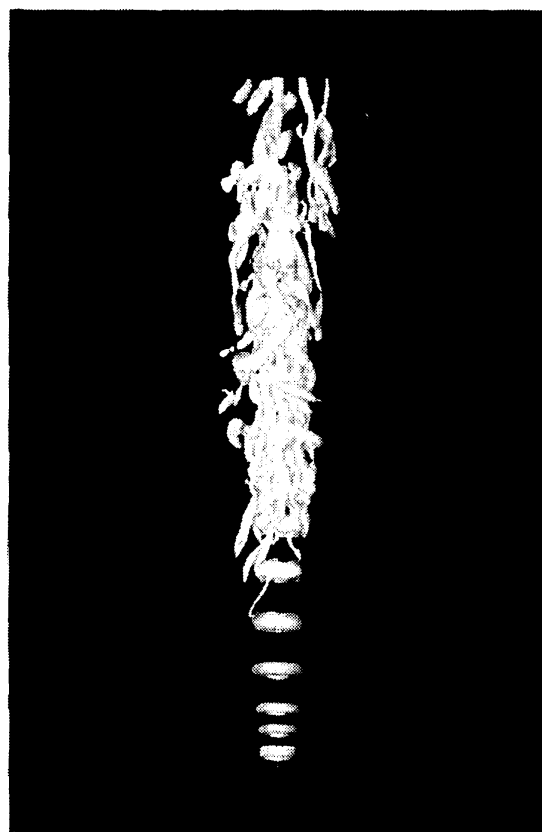
今後、速度成分の詳細な検討を行い、噴流の乱れの成長や安定性について研究を行う予定である。

### 参考文献

- (1) Hiroshi Sato, "The stability and transition of a two-dimensional jet", JFM, vol. 7, part 1, (1959), pp. 53-80.
- (2) Boersma, B.J., Brethouwer, G and Nieuwstadt, F.T.M., "A numerical investigation on the effect of the inflow conditions on the self-similar region of a round jet", Phys. Fluids, 10-4, (1998), pp. 899-909.
- (3) 竹内伸太郎:「直接シミュレーションによる円形噴流の崩壊過程の解析」, 博士論文.
- (4) 豊田国昭:「噴流の渦」, ながれ, vol. 24 (2005), pp. 151-160.



(a) ランダム擾乱のみ

(c)  $f = 0.2$ (b)  $f = 0.45$ (d)  $f = 0.80$ Fig.8  $Q$  値の瞬時値の等値面( $T = 200 [-]$ ,  $Q = 0.1$ )