

クーバー対と気体-液体転移

高知大学教育 国府 俊一郎

量子系での2つの典型的な凝縮であるボース凝縮とクーバー対の凝縮の関係を探ることは、古くからの課題である。この問題を具体的に考える為にLeggettは次のような興味ある問題提起を行った：クーバー対の間の引力を序序に強くしていった時に、クーバー対は2つのフェルミ粒子が結合して出来たボース粒子のボース凝縮になめらかに移行していくであろうか？[1]。この問題提起以来、多くの研究が行われたが、そのいずれもがなめらかな移行を想定している。他方、統計力学には似たような状況を考える古くからの問題がある。それは不完全気体の気体-液体転移である。したがってクーバー対の間の引力を序序に強くしていった時に、はたして気体から液体に転移するかどうかを問うのは自然であろう。

以下では、次の2点を説明する[2]。(1) この問題では統計力学で有名なYang-Leeによる大分配関数の零点を求める方法が有用である。(2) それによれば、BCS理論に従ったまま引力を強くしていても気体-液体相転移は起こらない。

気体-液体相転移は 体積-圧力相図での不連続点として定義される。体積-圧力の関係を決めているのは状態方程式である。ゆえにその不連続点をきめているのは状態方程式を決めている大分配関数の特異点である。Yang-Leeは複素平面で大分配関数が零になる点があり、体積を無限大にする極限でその零点が実軸に接近するならば気体-液体相転移が起こりうる事を指摘した。この考え方をクーバー対の場合に当てはめるには、BCS理論の大分配関数が必要になる。ところがBCS理論は通常の摂動展開に基づく統計力学の手法に従っていない。むしろ最初に基底状態を設定する変分法の手法に従っている。BCS理論が多くの現象を簡明に見事に説明した理由はまさにこの点にある。しかしその為に気体-液体相転移とのつながりを調べる上で出発点を見つけるのが難しくなった。

BCS理論が世に出て数年後、これを通常の摂動展開に基づく統計力学の手法に書き換える試みがいくつか行われた。これらはいずれもBCS理論に代わるだけの実地的な成果を生んではいない。しかし気体－液体相転移とのつながりを調べる上では、Goudinによって始められLangerにより発展させられたBCS理論の大分配関数は有用である。この関数を化学ポテンシャルを変数とする複素関数とみなすと、その零点の集まりは複素平面の実軸に平行な何本かの直線である事がすぐに見てとれる。引力が強くなっていくとこの直線群は実軸から離れていく一方であって、実軸と交差する可能性はない。従ってBCS理論にそのまま従う限り気体－液体相転移が起きる可能性はないのである。

しかしながら、もともとのBCS理論で取り入れられている引力は現実の系での引力に比べるとずいぶんと単純化された引力、つまりクーバー対を作る事により完全に対角化されてしまう様な引力である。フォノンによって媒介される場合にはこれが良い仮定であるのは確かであるが、フェルミ粒子自身により媒介される場合に成り立つ保証はない（これはヘリウム3の場合には、スピン揺らぎフィードバック効果として知られている。）この時クーバー対の間に残留力が残る。これが強くなると系は相互作用のあるボース気体に移行していくであろう。この途上で、気体－液体相転移が起きるかどうかは興味ある問題である。

もし転移が起きるとすれば、そこには2つの異なるシナリオが考えられる。引力が強くなるにつれて、（1）フェルミオン気体はボゾン気体になり、その後ボゾン液体に転移する。（2）フェルミオン気体はフェルミオン液体に転移してから、ボゾン液体に移行していく。このいずれが実現するかは、引力の型に大きく左右されるのかもしれない。こうした原理的な問題と希薄原子ガスの実験との間に接点が生まれてくる事を強く期待したい。

[1] T.Leggett, in Modern trends in the theory of condensed matter physics (Springer,1980)

[2] S.Koh, Physics Letter.A 229 (1997) 59