

相互作用)として与えられるであろうと考え、 ϵ^2 ($\epsilon = 4 - d$) までの精度で、(3)における結合係数の固定点を求めた。この変換の際に、波数 q と振動数 ω に旋す scale 変換 $bq = q'$, $b^z \omega = \omega'$ から、臨界振動数の波数依存性 $\omega \sim q^z$ が与えられ、 z は ϵ^2 までの精度で、Halperin - Hohenberg - Ma の結果 ($z = 2 + (6 \ln \frac{4}{3} - 1) \eta$, $\eta = \frac{\epsilon^2}{54}$) を再現する。

hard mode は存在するか

(幾つかの巨視変数を持つ系の運動)

東大理 松 尾 和 洋

巨視的な系の運動を記述する試みとして系の運動を birth and death process として表現し、マスター方程式に system size expansion を行う方法がある。⁽¹⁾ これを用いると、巨視変数の平均値 $\bar{y}$, variance $\underline{\sigma}$ etc に関する evolution equations が遷移確率のモーメントを用いて以下の様に表わせる。

$$\begin{cases} \dot{\bar{y}} = \bar{C}_1(\bar{y}, t) & (1) \\ \dot{\underline{\sigma}} = K \underline{\sigma} + \tilde{K} \underline{\sigma} + C_2(\bar{y}, t) & (2) \end{cases}$$

ここで C_n は遷移確率の n 次のモーメントで n 階のテンソルであり、また

$$K_{\alpha\beta} = \frac{\partial C_{1\alpha}}{\partial y_\beta}$$

は regression matrix で $\sim$ は transpose を取るものとする。

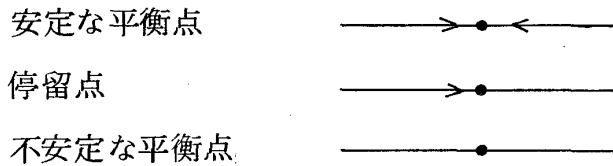
この evolution equations を見て明らかな様に、系の振舞いの特徴的な性質は平均値の運動を記述する方程式(1)の中に含まれている。言い換えれば、この method が用いられる場合には、巨視変数の運動を記述する現象論的方程式から、それらの変数のゆらぎの性質もほぼ理解されることになる。

方程式(1)は一般に非線型であるから、全域に渡ってその振舞いを解析的に調べることは一般には出来ない。しかし必ずしもそれを知る必要のない場合が多い。

特に重要であり興味があるのは、微分方程式(1)の平衡点、特異点、あるいは limit cycle 等の安定性とそのまわりでの運動である。以下で、主要なもののみについて考察

してみることにする。(簡単のため遷移確率は時間に依存しないものとする。)

i) 巨視変数が一つだけの場合、

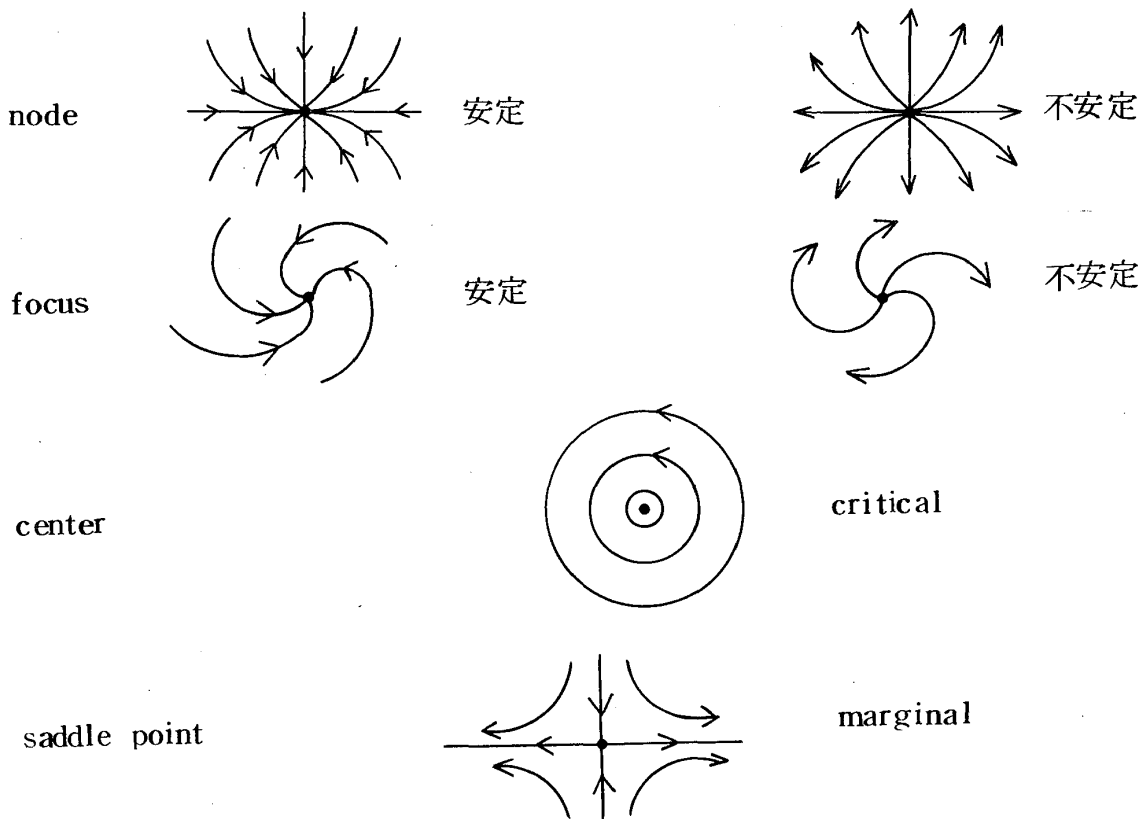


停留点は必ず marginal であるが、両方の平衡点は共に normal と critical の2つの場合がある。

巨視変数が一つの場合には(1)が直接積分の形になるので、bifurcation等に関する情報は簡単に得られる。

ii) 巨視変数が二つの場合

平衡点としては



さらに2次元以上の特徴として limit cycle も存在する。i)と同様に node, focus 及び limit cycle について normal と critical の2つの場合がある。

さらに変数が増えた場合にはもっと多様になるが、特徴的な様子は i), ii) の場合でつかめる。ii) が i) と大きく異なるところは、ii) では、閉軌道を運動する固有解 (center の場合あるいは limit cycle 上) が存在することである。

平均値の運動が、(1)の解である閉軌道のときには、varianceは t に比例して発散す center の場合には微少なずれに対して別の閉軌道に移る、つまり criticalな状態であるためである。また normal limit cycleの場合には軌道の方角には free diffusionであることによる。

このことは分布関数が、周期運動している平均値のまわりでは安定なガウス分布ではないことを意味している。そのためこの様な系の entropyは well-defined ではなくなる。もちろん varianceの増大は t の巾であり、指数関係的ではないから、過渡的状况において、系の巨視変数の振動が見られるということを否定しているわけではない。⁽²⁾

しかし、系の振舞いを示す分布関数に時間と共に発展して行く要素があり、ある極限では巨視変数の縮退が考えられる場合に、その運動を一種の mode とするのは疑問が残る。
文献

(1) R. Kubo, K. Matsuo and K. Kitahara

J. Stat. Phys. 9, 51 (1973)

(2) K. Tomita and H. Tomita

Progr. Theor. Phys. 51, No. 6 (1974)

「非平衡状態に於ける確率分布関数」

古 川 浩

多体系が非平衡状態にあって、その状態で物理量の確率分布がどの様に与えられるか、という問題はまだ完全に解決されてはいない。平衡状態ではある物理量が領域 $y \sim y + dy$ に実現する確率 $P_0(y) dy$ は公式

$$P(y) \propto \exp \{ \phi(y) \} \quad (1)$$

によって与えられる。ここに、 ϕ は熱力学的ポテンシャルである。非平衡状態に於いても ϕ に対応する量を与えることが出来れば、非平衡状態の研究に大変便利であろう。巨視的な物理量に話を限れば次のようにして行うことが出来る。¹⁾

非平衡状態に於ける密度行列を $\rho(t)$ と書く。ある物理量 $\hat{\alpha}$ に対する確率分布関数は川畑²⁾ や森³⁾ によって議論されたと類似の方法で、 δ -関数を用いて