

# 土の弾性係数とその土構造物の変形解析への適用

菅野 安男・渡辺 弘・松岡 元

## MODULI OF ELASTICITY OF SOILS AND THEIR APPLICATION TO DEFORMATION ANALYSIS OF SOIL STRUCTURES

By *Yasuo SUGANO, Hiroshi WATANABE and Hajime MATSUOKA*

### Synopsis

The nonlinear analysis of deformation of soil structures is performed by the Finite Element Method. The moduli of elasticity (Young's modulus  $E$  and Poisson's ratio  $\nu$ ) of soils are determined on the basis of general stress-strain relationships of soils under three different principal stresses which have proposed by Matsuoka (1973). The results of the analysis of slope models and ground models with locally applied pressure are compared with experiments using the pile of aluminum rods with various diameters as a two-dimensional model of granular soils.

### 1. 緒 言

土質工学の分野でも従来からよく行なわれている安定解析ばかりでなく、変形解析の必要性が論じられるようになってきた。土構造物の変形解析を有限要素法によって行なう場合、材料の応力—ひずみ関係として土の構成特性をいかに適確に導入するかが重要な問題となる。従来より実験的に求めた土の応力—ひずみ関係を理想的な曲線に近似し解析に用いる方法が行なわれているが<sup>1)</sup>、現場の応力条件が実験と異なることなど多くの問題がある。そこで必要なのはあらゆる応力条件下で成立する土の一般的な応力—ひずみ関係式を適用することであるが<sup>2)</sup>、このような構成式が非常に少ないのが土質力学の現状である。ここでは、土の応力—ひずみ関係式として松岡の構成式<sup>3)</sup>を適用し、種々の応力条件における土の弾性係数(ヤング率  $E$ , ポアソン比  $\nu$ )を求め<sup>4)</sup>、有限要素法により変形解析を行なった<sup>5), 6)</sup>。さらに、2次元棒状モデルを地盤材料として土構造物の模型実験を行ない<sup>7)</sup>、有限要素法による解析結果と比較検討した<sup>6)</sup>。

### 2. 土の弾性係数(ヤング率 $E$ , ポアソン比 $\nu$ )について

この節では松岡の提案した土の応力—ひずみ関係式とそれにもとづいた土のヤング率  $E$ , ポアソン比  $\nu$  の算定法について説明する。

#### 2.1 土の応力—ひずみ関係式

モービライズド面上の土のダイレイタンス現象の微視的な解析にもとづいて、相異なる3主応力下の主応力比—主ひずみ関係として次式が得られている<sup>3)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \\ \epsilon_2 &= f\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3}\right) + g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \\ \epsilon_3 &= g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + g\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  は最大、中間、最小主ひずみを、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  は最大、中間、最小有効主応力を表わす。また、

$$f\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right) = \frac{\gamma_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\mu' - \mu}\right)}{2} \cdot \exp\left\{\frac{X}{2(\mu' - \mu)}\right\} \cdot \left\{\frac{X^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} - \frac{\mu' - \mu}{2}\right) \cdot X + (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} + 1\right\} \quad (i < j)$$

$$g\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right) = \frac{\gamma_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\mu' - \mu}\right)}{2} \cdot \exp\left\{\frac{X}{2(\mu' - \mu)}\right\} \cdot \left\{-\frac{X^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} + \frac{\mu' - \mu}{2}\right) \cdot X - (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} - 1\right\} \quad (i < j)$$

$$f\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right) = g\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right) = 0 \quad (i = j)$$

ただし、 $X = \sqrt{\sigma_i/\sigma_j} - \sqrt{\sigma_j/\sigma_i}$  ( $i, j = 1, 2, 3, i < j$ )。  $\lambda, \mu, \mu'$  は土の種類によってきまる係数、 $\gamma_0$  は初期の粒子構造を評価する係数である。これらの係数は三軸圧縮試験などのせん断試験によって決定される。

(1)式によれば、三軸圧縮条件 ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) の場合には、主ひずみ ( $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ ) は次のように表わされる。

$$\epsilon_1 = 2 \cdot f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \quad \epsilon_2 = \epsilon_3 = g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \quad \dots\dots\dots(2)$$

次に三軸伸張条件 ( $\sigma_1 = \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) の場合には、主ひずみは次のように表わされる。

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \quad \epsilon_3 = 2 \cdot g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \quad \dots\dots\dots(3)$$

土構造物の変形解析を行なう場合、平面ひずみ問題として取り扱うことが多い。平面ひずみ条件の場合には、 $\sigma_1/\sigma_2, \sigma_2/\sigma_3$  は  $\sigma_1/\sigma_3$  に比べて小さいので、(1)式における  $\epsilon_1, \epsilon_3$  の右辺第2項は無視することができ、近似的に次のように表わされることが実験により確かめられている。

$$\epsilon_1 \cong f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \quad \epsilon_3 \cong g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \quad \dots\dots\dots(4)$$

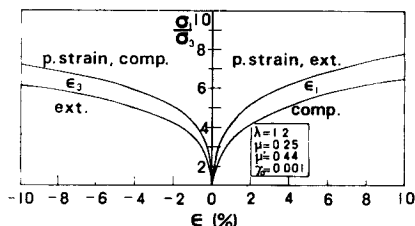


Fig. 1 Calculated relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  under triaxial compression, triaxial extension and plane strain conditions ( $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$ ,  $\gamma_0=0.001$ ; Toyoura sand).

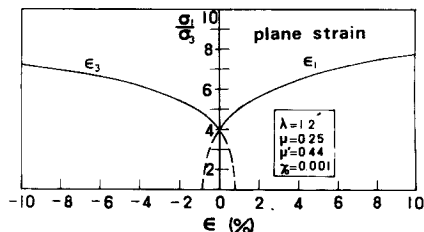


Fig. 2 Calculated relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  under plane strain condition with initial principal stress ratio ( $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$ ,  $\gamma_0=0.001$ ; Toyoura sand).

**Fig. 1** は三軸圧縮、三軸伸張、平面ひずみの各条件における応力—ひずみ関係の(2)、(3)、(4)式による計算曲線を示している。なお係数値は密な豊浦砂の  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$ ,  $\gamma_0=0.001$  を用いた。

また、 $K_0$  圧密状態にある地盤のように初期の主応力比が1でない場合には、**Fig. 2** に示すように近似的に計算曲線を初期の主応力比で主ひずみが0になるように平行移動すればよいことが検証されている<sup>3)</sup>。すなわち、 $\sigma_{1i}, \sigma_{3i}$  を初期の最大、最小有効主応力とすれば、平面ひずみ条件における応力—ひずみ関係は(4)式より次式のように表現される。

$$\epsilon_1 \cong f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) - f\left(\frac{\sigma_{1i}}{\sigma_{3i}}\right), \quad \epsilon_3 \cong g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) - g\left(\frac{\sigma_{1i}}{\sigma_{3i}}\right) \dots\dots\dots(5)$$

(1)式はその誘導過程の基本概念からせん断（ダイレイタンス）によるひずみを表現していると考えられ、圧密によるひずみを含んでいないので、粘土のように圧縮性の大きな土にはそのまま適用できない。そこで、圧縮性の大きな土の場合には、全ひずみはせん断によるひずみと圧密によるひずみとの重ね合わせで表わされると仮定すれば、応力－ひずみ関係は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \\ \epsilon_2 &= f\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3}\right) + g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \\ \epsilon_3 &= g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + g\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $C_c$ は圧縮指数、 $C_m$ は平均有効主応力（ $=(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ ）を表わし、 $e_i$ 、 $\sigma_{mi}$ は初期の間げき比、平均有効主応力をそれぞれ表わしている。

平面ひずみ条件では、中間有効主応力  $\sigma_2$  が最大有効主応力  $\sigma_1$  と最小有効主応力  $\sigma_3$  の平均値に近い値をとるので、平均有効主応力は近似的に次式で表わされる。

$$\sigma_m \cong \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

したがって、圧密を考慮した場合、平面ひずみ条件での応力－ひずみ関係は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &\cong f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{\sigma_{1i} + \sigma_{3i}} \\ \epsilon_3 &\cong g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{\sigma_{1i} + \sigma_{3i}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 $\sigma_{1i}$ 、 $\sigma_{3i}$ は初期の最大、最小有効主応力である。

## 2.2 土の弾性係数 $E, \nu$

土は異方非線形材料であるが、ヤング率  $E$  だけでなくポアソン比  $\nu$  も応力状態にあわせて変化させることによって、便宜上等方線形弾性体の式を用いてその応力－ひずみ特性を表現することができるものと考えられる。

等方線形弾性体においては、主応力－主ひずみ関係は次式により表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{E} \{\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)\} \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{E} \{\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)\} \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{E} \{\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

(8)式に三軸圧縮条件  $\sigma_2 = \sigma_3$ 、 $\epsilon_2 = \epsilon_3$  をいれると、

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - 2\nu\sigma_3) \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{E} \{-\nu\sigma_1 + (1-\nu)\sigma_3\} \end{aligned}$$

となり、さらに  $E, \nu$  について解くと次式を得る。

$$\nu = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3 \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3}}{\epsilon_1 \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) - 2\epsilon_3}, \quad E = \frac{\sigma_3 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} - 2\nu\right)}{\epsilon_1} \dots\dots\dots(9)$$

同様に、三軸伸張条件  $\sigma_1 = \sigma_2$ 、 $\epsilon_1 = \epsilon_2$  では、

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} \{ (1-\nu)\sigma_1 - \nu\sigma_3 \}$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} (-2\nu\sigma_1 + \sigma_3)$$

$$\nu = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3 \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3}}{2\epsilon_1 \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3} - \epsilon_3 \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)}, \quad E = \frac{\sigma_3}{\epsilon_1} \left\{ (1-\nu) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3} - \nu \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となり, 平面ひずみ条件  $\epsilon_2=0$  では,

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} \{ (1-\nu^2)\sigma_1 - \nu(1+\nu)\sigma_3 \}$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} \{ -\nu(1+\nu)\sigma_1 + (1-\nu^2)\sigma_3 \}$$

$$\nu = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3 \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3}}{(\epsilon_1 - \epsilon_3) \cdot \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)}, \quad E = \frac{\sigma_3}{\epsilon_1} \left\{ (1-\nu^2) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3} - \nu(1+\nu) \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。どの応力条件でも  $E/\sigma_3, \nu$  は主応力比と主ひずみの関数として表わされる。(9), (10), (11)式に, 応力条件などに注意して(1)~(7)式より計算された主ひずみ  $\epsilon_1, \epsilon_3$  を代入することによって土のヤング率  $E$ , ポアソン比  $\nu$  を求めることができる。

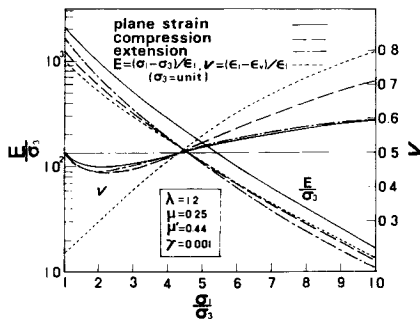


Fig. 3 Calculated relationship among  $E/\sigma_3, \nu$  and  $\sigma_1/\sigma_3$  under triaxial compression, triaxial extension and plane strain conditions ( $\lambda=1.2, \mu=0.25, \mu'=0.44, \gamma_0=0.001$ ; Toyoura sand).

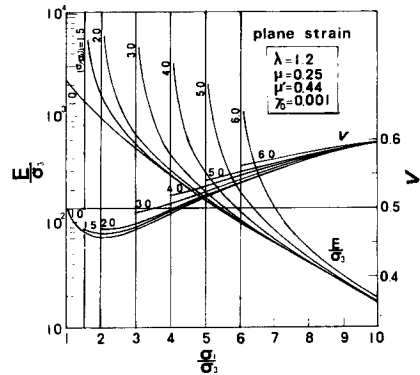


Fig. 4 Calculated relationship among  $E/\sigma_3, \nu$  and  $\sigma_1/\sigma_3$  under plane strain condition with various initial principal stress ratios ( $\lambda=1.2, \mu=0.25, \mu'=0.44, \gamma_0=0.001$ ; Toyoura sand).

圧縮性の小さい土に対しては, 応力-ひずみ関係として(1)~(4)式を近似的に用いることができる。このときは主ひずみ  $\epsilon_1, \epsilon_3$  も主応力比で表わされるため, (9), (10), (11)式は次式のように  $\sigma_1/\sigma_3$  の関数となる。

三軸圧縮条件では,

$$\nu = \frac{2 \cdot f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) - g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3}}{2 \left\{ f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \cdot \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) - g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \right\}}, \quad \frac{E}{\sigma_3} = \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_3} - 2\nu}{2 \cdot f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

三軸伸張条件では,

$$\nu = \frac{f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) - 2 \cdot g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3}}{2 \left\{ f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3} - g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \cdot \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \right\}}, \quad \frac{E}{\sigma_3} = \frac{(1-\nu) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3} - \nu}{f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)} \quad \dots\dots\dots(13)$$

平面ひずみ条件では,

$$\nu = \frac{f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) - g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3}}{\left\{ f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) - g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \right\} \cdot \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)}, \quad \frac{E}{\sigma_3} = \frac{(1-\nu^2) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_3} - \nu(1+\nu)}{f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)} \quad \dots\dots\dots(14)$$

となる。(12), (13), (14)式を用いて計算した豊浦砂の  $E/\sigma_3$ ,  $\nu$  と  $\sigma_1/\sigma_3$  の関係を Fig. 3 に示す。実線は平面ひずみ条件の計算値を示すが,  $E/\sigma_3$  において他の応力条件における値の1.5~2.0倍の値をとっている。これは,  $\sigma_2$  方向の拘束が他の方向の変形に大きく影響しているためと思われる。破線は三軸圧縮条件における計算値を示すが, 他の2条件に比べ  $\nu$  の変化が大きい。これは, 膨張が2方向に生じていることに原因するものと思われる。また点線は三軸圧縮条件における応力一ひずみ関係より次式を用いて  $E$ ,  $\nu$  を求めたものである。

$$E = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\epsilon_1}, \quad \nu = -\frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} \quad \dots\dots\dots(15)$$

点線と破線とは同じ応力一ひずみ関係を用いているのであるが,  $\nu$  に関しては両者の間に大きな差が認められる。このように  $\nu$  に大きな差があるのは, 本来(15)式は  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  の一軸応力条件で用いるべきであるのに,  $\sigma_3$  の作用している三軸圧縮条件に適用しようとしたため, 解析に (15)式より得られた  $E$ ,  $\nu$  を適用することには問題がある。Fig. 4 は平面ひずみ条件で初期主応力比が1から6の間で変化した場合の  $E/\sigma_3$ ,  $\nu$  と  $\sigma_1/\sigma_3$  の関係を(5), (11)式を用いて計算したものである。初期主応力比が大きくなると  $E/\sigma_3$ ,  $\nu$  ともに大きくなっている。以上のことから, 土のヤング率  $E$ , ポアソン比  $\nu$  を推定する場合には, 応力条件や拘束条件を考慮する必要があるといえる。

Fig. 5 は豊浦砂の  $E/\sigma_3$ ,  $\nu$  の計算値と平面ひずみ試験による実測値を比較したものである。平面ひずみ試験は初期主応力比3.5の  $K_0$  圧密状態より行なわれ, その測定結果が  $E/\sigma_3$  は○印で,  $\nu$  は●印で示されている。計算値は実線で示されており, 圧縮指数  $C_c = 0.01$  として(5), (7), (10)式を用いて計算されたものである。初期状態とピーク強度付近を除き  $E/\sigma_3$ ,  $\nu$  ともにほぼよい対応を示しているのがみられる。

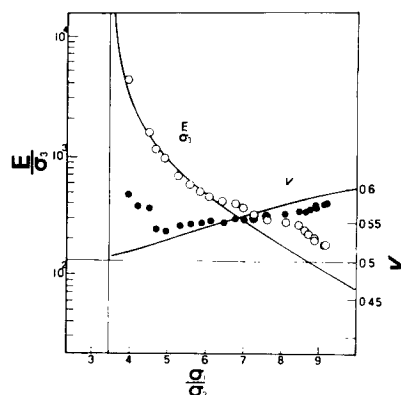


Fig. 5 Calculated and measured relationships among  $E/\sigma_3$ ,  $\nu$  and  $\sigma_1/\sigma_3$  under plane strain condition ( $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$ ,  $\gamma_0=0.001$ ,  $c_c=0.01$ ; Toyoura sand).

### 3. 土構造物の変形解析法

前節で述べたヤング率  $E$ , ポアソン比  $\nu$  を有限要素法に適用して土構造物の変形解析を行なった。有限要素法による非線形解析の手法は種々あるが, ここでは直接反復法を用いた。

直接反復法は前ステップで解析された応力状態より新たな  $E$ ,  $\nu$  を推定し, この値を用いて次の応力状態を求める操作を収束するまで繰り返す方法である。しかし前ステップで解析された応力(解析応力)だけから  $E$ ,  $\nu$  を推定すると, 解の収束が悪く時として発散してしまうことがある。そのため, ここではさらに前ステップで  $E$ ,  $\nu$  を推定するのに用いた応力(推定応力)をも考慮して, 次式より次ステップの推定応力を決定した。

$$\sigma_{i(n)}^* = \frac{\sigma_{i(n-1)} + N \cdot \sigma_{i(n-1)}^*}{N+1} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 $\sigma_{i(n-1)}$  は前ステップ (第  $n-1$  番目のステップ) での解析主応力 ( $i=1, 2, 3$ ),  $\sigma_{i(n-1)}^*$  は前ステップでの推定主応力 ( $i=1, 2, 3$ ),  $\sigma_{i(n)}^*$  は次ステップ (第  $n$  番目のステップ) での推定主応力 ( $i=1, 2, 3$ ) を表す。また  $N$  は重み (ウェイト) であって、収束が速くなるように適当に選ぶが、ここでは  $N=4$  を用いた。

第 1 番目のステップでは適当な  $E, \nu$  を与えて計算するわけであるが、この値の選び方によって収束速度が左右される。ここでは、(8)式に  $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$  の条件を入れて得られた次式を用いて  $K_0$  値より  $\nu$  を求め、第 1 番目のステップの計算をした。

$$\nu = \frac{K_0}{1 + K_0} \quad \dots\dots\dots (17)$$

計算の都合上、第 1 番目のステップでは  $E$  を一様として与えるが、特別な場合を除きこの値は応力分布には影響しない。

(6), (7)式を用いて解析する場合、初期の平均有効主応力  $\sigma_{mi}$  の値が変形に影響する。 $K_0$  圧縮状態においては主応力比  $1/K_0$ , 最小主ひずみ  $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$  であることから、水平方向のせん断によるひずみを圧密によるひずみで打ち消すように (6) 式を変形して次式より  $\sigma_{mi}$  を決定した。

$$\sigma_{mi} = 10^3 \cdot g(1/K_0) \cdot (1 + e_i) / C_c \cdot \sigma_m \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $\sigma_m$  は(17)式から得られた  $\nu$  を用いて第 1 載荷段階の第 1 番目のステップで計算された平均有効主応力である。この方法は厳密には第 1 載荷段階が  $K_0$  圧縮状態となるような問題にしか適用できないが、それ以外の場合にもそれに近い状況を第 1 載荷段階として想定し(17)式を用いて  $\sigma_{mi}$  を決定した。

この解析法では  $E$  だけでなく  $\nu$  も変化させているために解析過程で  $\nu \geq 0.5$  となる場合がある。平面ひずみ問題ではこのような場合には収束しないので、 $\nu$  の上限値を簡単なモデルを使った予備解析より 0.484 として計算した。(9)~(15)式を用いて求めた弾性係数は割線係数であるが、応力一ひずみ曲線上の同じ点で求めた接線係数と比較して一般に係数の変化する幅が小さく、ピーク強度付近での  $\nu$  は小さくなり、この点でここで用いた解析法は接線係数を用いる方法に比べ有利であると思われる。また Fig. 4 から、初期主応力比が 1 でない場合には、(5) 式を用いるよりも初期状態と載荷された状態の 2 つについて解析を行ないそれらの差から変形を求める方が、同じ応力状態において小さな  $\nu$  の値が使えて有利であろう。

## 4. 2次元棒状モデルによる土構造物の模型実験

前節で述べた解析法による結果の検討のため、アルミ棒積層体による 2 次元模型実験を行なった。

### 4.1 実験装置<sup>7)</sup>

アルミ棒積層体は長さ 50 mm, 直径 1.6 mm と 3.0 mm の 2 種類のアルミ棒を重量比 3:2 で混合し、平行に積み上げたもので、その挙動は平面ひずみ条件における土粒子の挙動をシミュレートしている。このアルミ棒積層体中に薄いポリエチレンを巻いた幅 15 mm, 厚さ 0.2 mm の紙片を埋め込み、これを引き抜く時の摩擦抵抗から紙片面に垂直な応力を測定する (Photo. 1)。摩擦抵抗はネジにより前後に約 2 cm 移動できる台に取り付けられた真鍮製のリング (Photo. 2) と紙片を約 1 m の細いワイヤーで連結し、ネジを回して紙片が動くまでリングを後退させ、その時のワイヤーの張力によって生じるリングのひずみより測定する。リングのひずみは、リングに貼り付けられた 4 枚のひずみゲージにより検出し、ペン書きレコーダに記録する。

### 4.2 実験方法

実験は勾配 1/3 の斜面地盤と地表面の一部に等分布載荷を受ける地盤の 2 種類のモデルについて行なった。

前者は底辺 60 cm, 高さ 20 cm の直角三角形形状に積み上げられたアルミ棒積層体で、底面および側面は剛な板で支えられている。この中の 12 点で紙片の埋め方を水平面に対し  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  と変化させ応力の測定をした。各点で得られた方向の異なる 3 つの応力よりモールの応力円を描き、主応力を求めた。

後者は幅 60 cm, 深さ 30 cm のモデル地盤の表面中央部に 15 cm 間隔で 2 枚の板を剛結して作ったフレームを吊り下げ、その間にアルミ棒を積み上げ、必要に応じてさらにその上に荷重を載せることにより、地表面

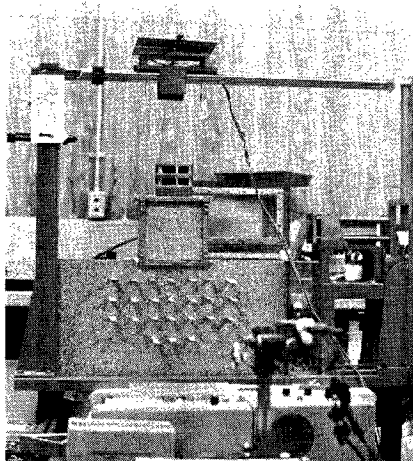


Photo. 1 Complete view of ground model with locally applied pressure using pile of aluminum rods (1.6 mm and 3.0 mm in diameter).

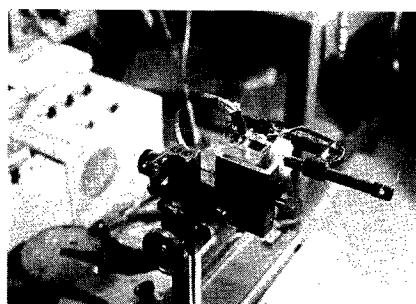


Photo. 2 A device for measuring frictional force.

に等分布荷重を載荷した (Photo. 1 参照)。この場合、左右対称の24点で紙片の埋め方を水平、鉛直と変えて応力を測定した。また、載荷面にも5枚の紙片を挿入して載荷圧を測定し、載荷圧に対する各方向の地中応力の増分の割合を調べた。

## 5. 解析結果と模型実験結果

前述の解析法を用いて模型実験と同じ条件で解析を行ない、結果の比較検討を行なった。さらに実際の地盤を想定し、線型弾性体としての解析、圧密を考慮しない解析なども行ない結果の相異について考察した。

### 5.1 解析結果と模型実験結果の比較

解析を行なうにあたり、模型実験と条件を同じにするため、次のように解析条件を決めた。

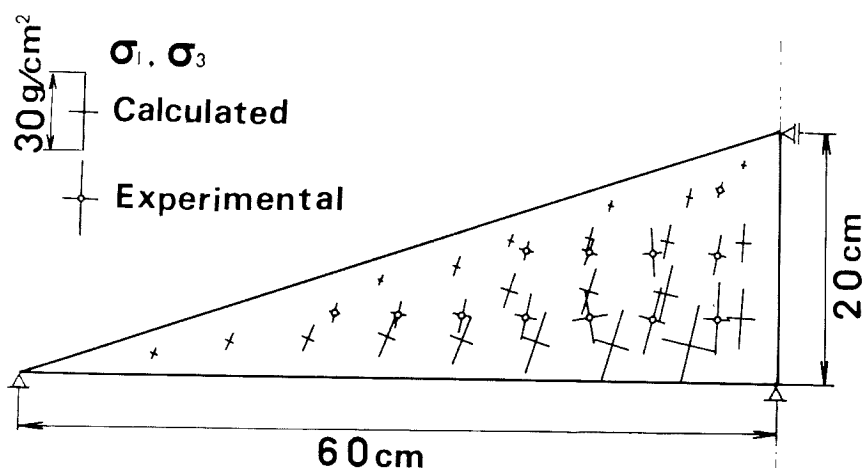


Fig. 6 Calculated and measured principal stresses in slope model (pile of aluminum rods).

- 1) 応力-ひずみ関係には (7) 式を用い, アルミ棒積層体の各係数はそのせん断試験結果から  $\lambda=1.4$ ,  $\mu=0.35$ ,  $\mu'=0.50$ ,  $\gamma_0=0.001$ ,  $C_c=0.001$ , 単位体積重量  $\gamma=2.16 \text{ g/cm}^3$  とする。
- 2) 水平無載荷アルミ棒積層体地盤モデルの地中応力測定結果より  $K_0=0.50$  とする。
- 3) 両モデル地盤とも境界における変位の条件は, 側方では水平方向固定, 鉛直方向自由とし, 底辺では両方向ともに固定とする。
- 4) 地表面の一部に等分布載荷されるモデル地盤の解析においては, 地表面全面に  $10 \text{ g/cm}^2$  の等分布荷重を負荷する。
- 5) 同モデル地盤では, 対称性から右半分だけについて解析を行なう。
- 6) 同モデル地盤の解析においては, 載荷部分では完全な等分布荷重とする。

以上の条件を用いて解析した結果を模型実験の結果とともに Figs. 6, 7, 8 に示す。Fig. 6 は斜面モデル地盤の主応力図である。実測値に多少のパラツキがあるが, 解析値とよく対応している。Figs. 7, 8 は地表面の一部に等分布載荷された場合の応力増分と載荷圧との比を示している。Fig. 7 には鉛直方向の, Fig. 8 には水平方向の応力増分の比を, 解析値はコンターラインで, 実測値は数字で示した。実測値のパラツキが大きくて比較しにくい, 鉛直応力に関しては球根状となる傾向, 水平応力に関しては左右に広がり, 載荷圧が増すと中央部下方への応力伝達が大きくなる傾向などは一致していると思われる。

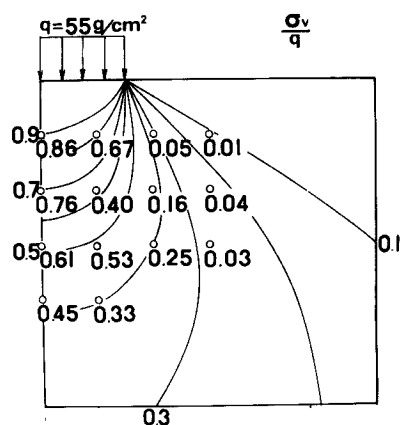


Fig. 7 Calculated and measured values of vertical stress  $\sigma_v/q$  in ground model with locally applied pressure ( $q=55 \text{ g/cm}^2$ ; pile of aluminum rods).

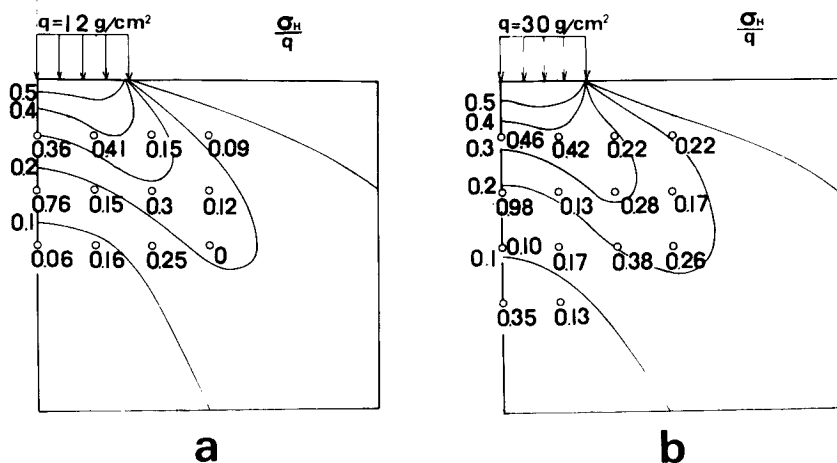


Fig. 8 Calculated and measured values of horizontal stress  $\sigma_H/q$  in ground model with locally applied pressure (pile of aluminum rods).

(a)  $q=12 \text{ g/cm}^2$ , (b)  $q=30 \text{ g/cm}^2$ .

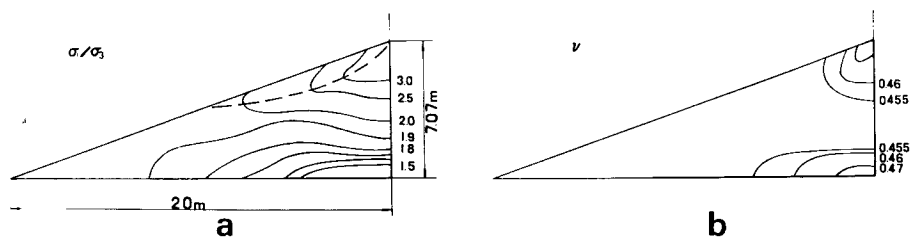


Fig. 9 Results of analysis of slope model (Toyoura sand, without consolidation term).

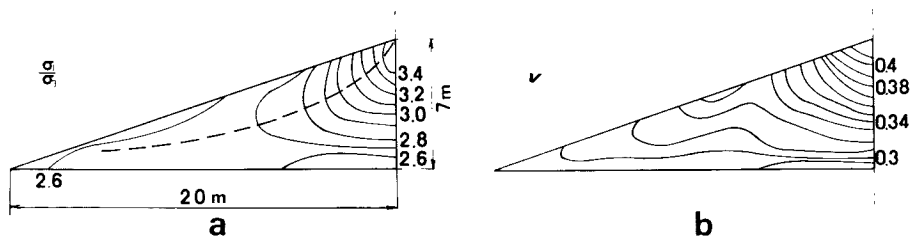
(a) Contour lines of  $\sigma_1/\sigma_3$ . (b) Contour lines of  $\nu$ .

Fig. 10 Results of analysis of slope model (Toyoura sand, with consolidation term).

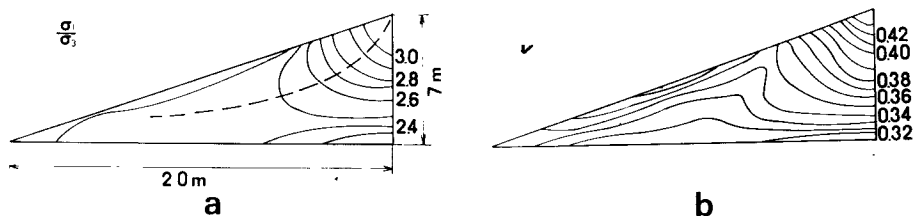
(a) Contour lines of  $\sigma_1/\sigma_3$ . (b) Contour lines of  $\nu$ .

Fig. 11 Results of analysis of slope model (Fujinomori clay, with consolidation term).

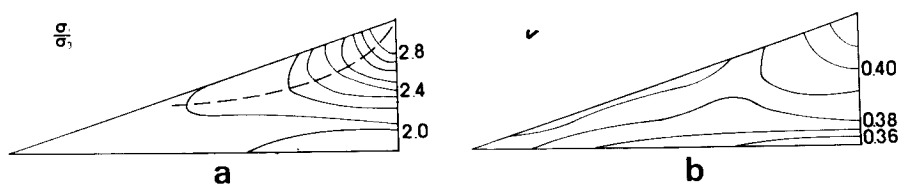
(a) Contour lines of  $\sigma_1/\sigma_3$ . (b) Contour lines of  $\nu$ .

Fig. 12 Results of analysis of slope model (pile of aluminum rods, with consolidation term).

(a) Contour lines of  $\sigma_1/\sigma_3$ . (b) Contour lines of  $\nu$ .

## 5.2 その他の解析結果

アルミ棒積層体の他に砂（豊浦砂，係数値  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$ ,  $\gamma_0=0.001$ ,  $C_e=0.01$ ,  $\gamma=1.65$  g/cm<sup>3</sup>,  $K_0=0.40$ ），粘土（通称藤の森粘土，係数値  $\lambda=1.3$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.40$ ,  $\gamma_0=0.01$ ,  $C_e=0.27$ ,  $\gamma=2.64$  g/cm<sup>3</sup>,  $K_0=0.44$ ）を材料とする斜面の解析を行ない，圧縮性がどのように影響するかを比較してみた。**Fig. 9** は圧密によるひずみを無視した豊浦砂の，**Fig. 10** は圧密を考慮した豊浦砂の，**Fig. 11** は圧縮指数の比較的大きな藤の森粘土の，**Fig. 12** は圧縮指数の小さなアルミ棒積層体の解析結果で，各図とも (a) は主応力比の分布を，(b) はポアソン比の分布を表わしている。主応力比の分布は(1)，(6) 式などからわかるようにせん断によるひ

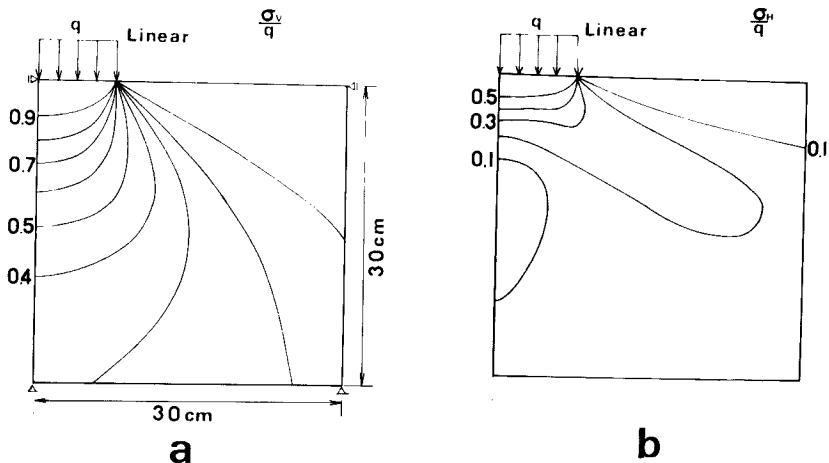


Fig. 13 Results of analysis of ground model with locally applied pressure (Linear elastic material).

(a) Contour lines of  $\sigma_v/q$ . (b) Contour lines of  $\sigma_h/q$ .

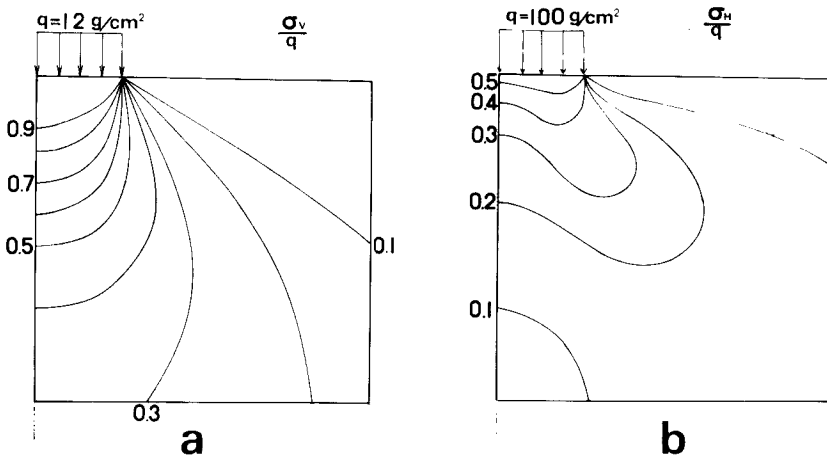


Fig. 14 Results of analysis of ground model with locally applied pressure (pile of aluminum rods).

(a) Contour lines of  $\sigma_v/q$ ,  $q=12$  g/cm<sup>2</sup>.

(b) Contour lines of  $\sigma_h/q$ ,  $q=100$  g/cm<sup>2</sup>.

ずみの分布を表わしており、コンターラインの峰（破線）はひずみの集中する部分で、潜在的なすべり面を表わすものと考えられる。圧縮性が大きくなるとコンターラインの峰の位置が下がる傾向がある。また、Figs. 10, 11, 12 の (a) では  $\sigma_1/\sigma_3$  の値がある値より大きくなっているが、これは(18)式により  $\sigma_{mi}$  を決定したため、ほぼ  $K_0$  の逆数値を最小としている。Figs. 9, 10(b) のポアソン比の分布を比較すれば、圧密項の有無がポアソン比におよぼす影響がうかがわれる。

次に、地表面の一部に等分布载荷を受けるモデルについて、線形弾性解 ( $\nu=0.33$ ) とアルミ棒積層体の解析結果を Figs. 13, 14 に示す。(a) は鉛直応力増分、(b) は水平応力増分と载荷圧との比を表わしている。鉛直応力に関してはほとんど両者の間に差は認められないが、水平応力ではアルミ棒積層体の解析結果の方が左右の広がりが少なく、下方への応力伝達が大きくなっている。この傾向は Fig. 8(a), (b) とともに比較するとよくわかる。これらの結果より、このような地盤の解析においては、鉛直応力に関しては線形解析で十分であるが、水平応力については非線形解析をする必要があることがわかる。

最後に、砂地盤に等分布载荷をした場合の変形および主応力比の分布を Fig. 15(a), (b) に示す。(a) から地表面より 5~10 m 付近で側方流動の傾向が見られる。(b) からはコンターラインの峰によりくさび形の領域（潜在的破壊領域）が明らかである。

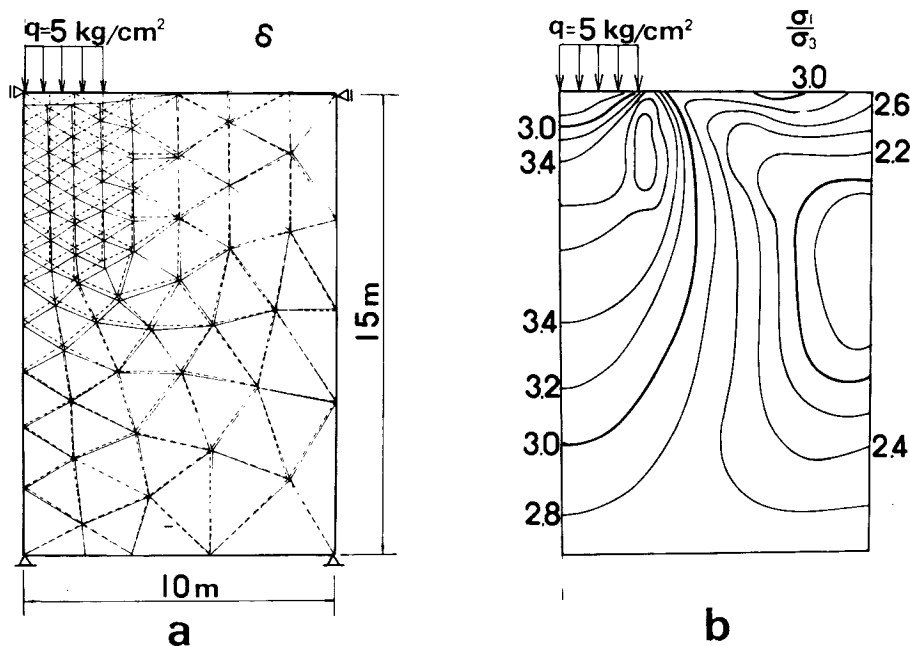


Fig. 15 Results of analysis of ground model with locally applied pressure (Toyoura sand).  
(a) Displacement. (b) Contour lines of  $\sigma_1/\sigma_3$ .

## 6. 結 語

ここでは、土の応力-ひずみ関係を適確に解析に導入するため、 $E$  と  $\nu$  の2つの係数の変化でこの特性を表現しようとした。しかし、土の応力-ひずみ関係は複雑で、応力条件によってもこの2つの係数が変わってくる。解析にあたって、この点が最も注意すべきところであろう。

解析結果は直感とよく一致しており、多少のパラツキがあるが、模型実験の結果と傾向、絶対値ともにはよく対応している。

現段階では  $\nu \geq 0.5$  の解析を行っていないが、簡単なモデルでの解析では  $\nu > 0.5$  で解が収束した場合もある。今後このような問題に手を加え、さらには進行性破壊の問題も解けるようにして行きたい。また解析結果の検定においては、アルミ棒積層体を用いる方法は手軽であり、しかもここで提案したように摩擦抵抗の測定より小さな垂直応力 (数  $\text{g/cm}^2$ ) をも実測可能と思われるので、今後とも有効であろう。その他実際の現場を対象として解析を行ない、実測値との比較を行ないたい。

最後に、御指導を賜った京都大学防災研究所村山朔郎教授、解析法に関し御助言をいただいた大阪土質試験所橋本正氏、平面ひずみ試験のデータを提供していただいた京都大学院生中井照夫氏 (現・フジタ工業)、実験方法についてともに考えて下さった京都大学工学部学生藤田典宏氏 (現・佐藤工業) など研究室の皆様方に深く感謝する次第である。

### 参 考 文 献

- 1) Duncan, J. M. and C. Y. Chang: Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. ASCE, Vol. 96, No. SM5, 1970, pp. 1629-1681.
- 2) Zienkiewicz, O. C. and D. J. Naylor: Contribution of Roscoe Memorial Symposium, pp. 537-547.
- 3) 松岡 元: 3主応力下の土の応力-ひずみ 関係について, 京都大学防災研究所年報, 第16号 B, 昭48. 4, pp. 711-733.
- 4) 松岡 元・橋本 正・菅野安男: 土の弾性定数, ポアッソン比の一推定法, 第28回土木学会講演概要, 昭48.10, 第3部, pp. 66-67.
- 5) 菅野安男・橋本 正・松岡 元: 土の応力-ひずみ関係にもとづく土構造物の変形解析, 第8回土質工学研究発表会, 昭48.6, pp. 403-406.
- 6) 菅野安男・渡辺 弘・松岡 元: 土の応力-ひずみ関係にもとづく土構造物の変形解析(第2報), 第9回土質工学研究発表会, 昭49.6, pp. 441-444.
- 7) 村山朔郎・菅野安男・藤田典宏: すべり面周辺の応力変化について, 第9回土質工学研究発表会, 昭49.6, pp. 597-600.