

なお、位相の飛びがあるときには、 $\varepsilon \rightarrow 0$ のとき、 $S(\omega)$ の漸近形は $1/\omega^{3/2}$ に比例する。

References

- 1) Y. Pomeau and P. Manneville, Commun. Math. Phys. **74** (1980) 189.
- 2) M. Dubois, M. A. Rubio and P. Berge, Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 1446.
- 3) H. Mori, K. Shobu, B. C. So and H. Okamoto, Physica Scripta **T9** (1985) 27.
- 4) 森 肇, 月刊フィジクス **6** (1985) 522.
- 5) I. Procaccia and H. Schuster, Phys. Rev. **A28** (1983) 1210.
- 6) B. C. So, N. Yoshitake, H. Okamoto and H. Mori, J. Stat. Phys. **36** (1984) 367.
- 7) K. Shobu, T. Ose and H. Mori, Prog. Theor. Phys. **71** (1984) 458.
- 8) B. C. So and H. Mori, Prog. Theor. Phys. **72** (1984) 1258.
- 9) H. Mori, B. C. So and S. Kuroki, Physica D (to be Published).

逆周期倍化分岐による間欠的カオスのスペクトル構造. II.

再投入に対する一次元写像モデル

九大・理 黒木昌一, 森 肇, 岡本寿夫

同じ表題の「I. 現象論的アプローチ」(岡本, 他)では, 逆周期倍化によって起こる type 3 の間欠的カオスに, 森らのパワースペクトルに対する現象論的理論⁷⁻⁹⁾を適用し, Dubois ら²⁾による実験の解析を行ったが, ここでは, 具体的に一次元写像のモデルを使い, パワースペクトル等を数値計算により求め, 「I.」の結果と比べる。間欠的カオスのラミナー状態は, 一次元写像で十分に記述できる。これに対して, バースト及び再投入には, 一般により大きな自由度が関与すると考えられるが, ここでは, 一次元写像のモデルを使う。

森らによる間欠的カオスのパワースペクトルの現象論的理論では, 実験等で得られる時系列を, 長さを無視できるバーストで区切られた, ランダムな長さのラミナー状態と, とらえる。 n 番目のバーストと $(n+1)$ 番目のバーストの間のラミナー状態の長さを τ_n とし, n 番目のバーストのときにおこる位相のとびを ε_n とすると, $\{\tau_n\}$ の特性関数と, $\{\varepsilon_n\}$ の平均と, 分散でパワースペクトルが決まる。位相のとびがない場合は, 振幅変調の影響が効いてくる。そして, パワースペクトルがピーク列構造をしているかどうかは, τ_n の平均 $\bar{\tau} = \langle \tau_n \rangle$ と, ゆらぎ $\sigma = \sqrt{\langle (\tau_n - \bar{\tau})^2 \rangle}$ の比 $\sigma/\bar{\tau}$ を調べればよい⁹⁾。そこで, まず, $\sigma/\bar{\tau}$

の ε 依存性の数値計算の結果を示す。

計算に使った一次元写像は、バーストで、位相のとび ξ_n が、 $\xi_n \equiv 0$ 、 π の 2 つの場合を考えて作った。以下に式を示す。

ラミナー分枝

$$f_L(x) = -(1 + \varepsilon)x - ax^3 \quad (-p \leq x \leq q)$$

バースト分枝 ($\xi_n \equiv 0$ のとき)

$$f_B(x) = -b_1(x - q) + r \quad (q < x \leq 1 - p)$$

($\xi_n \equiv \pi$ のとき)

$$f_B(x) = b_2(x - q) - r \quad (q < x \leq 1 - p)$$

ただし、 p 、 q 、 b_1 、 b_2 は、定数で、以下で与えられる。また、ここでは、 $r = 0$ である。

$$p = \left\{ \frac{1}{2a} + \sqrt{R_p} \right\}^{1/3} - \left\{ \sqrt{R_p} - \frac{1}{2a} \right\}^{1/3}$$

$$R_p \equiv \left(\frac{1}{2a} \right)^2 + \left(\frac{2 + \varepsilon}{3a} \right)^3$$

$$q = \left\{ \frac{p}{2a} + \sqrt{R_q} \right\}^{1/3} - \left\{ \sqrt{R_q} - \frac{1}{2a} \right\}^{1/3}$$

$$R_q \equiv \left(\frac{p}{2a} \right)^2 + \left(\frac{1 + \varepsilon}{3a} \right)^3$$

$a = 1$ とおき、 ε を変化させて計算を行った。図 1 に写像の図を示す。

これらの一次元写像から得られた、 σ/τ の ε 依存性が、図 2 に示されている。この図で $\varepsilon = 5 \times 10^{-7}$ で、下に折れているのは、ゆらぎによるものであることは、確認できている。図

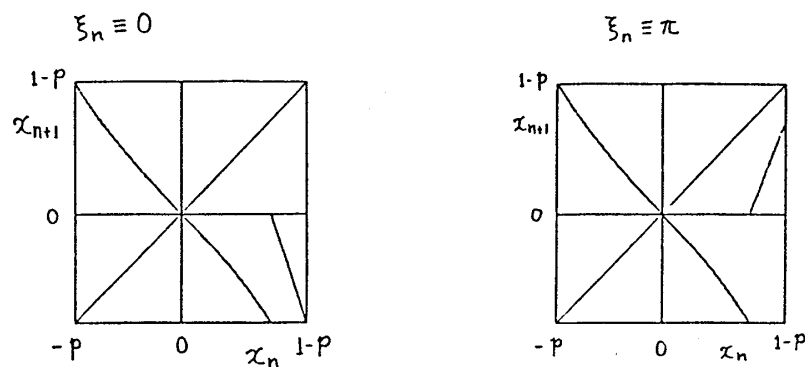


図 1. 計算に使った一次元写像。位相のとび ξ_n が 0 と π の 2 つの場合を示してある。

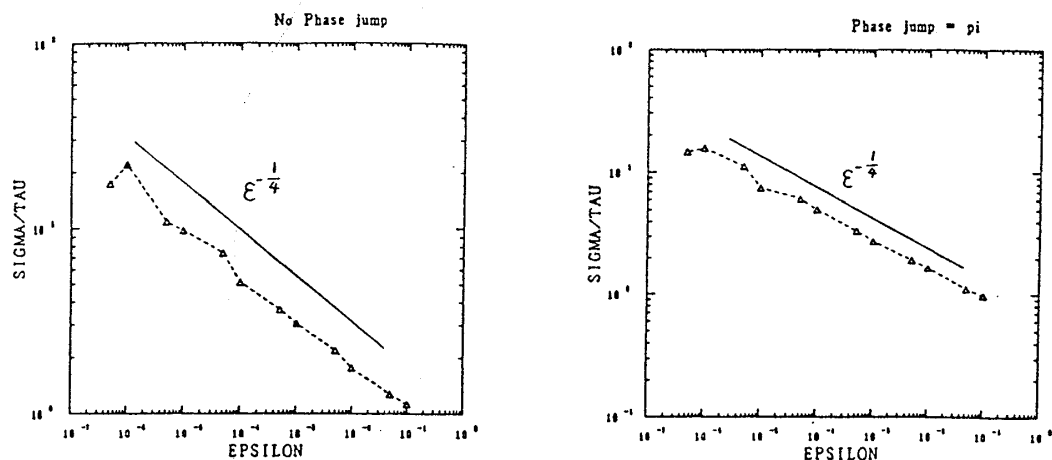


図 2. σ/τ vs. ϵ の log-log プロット.

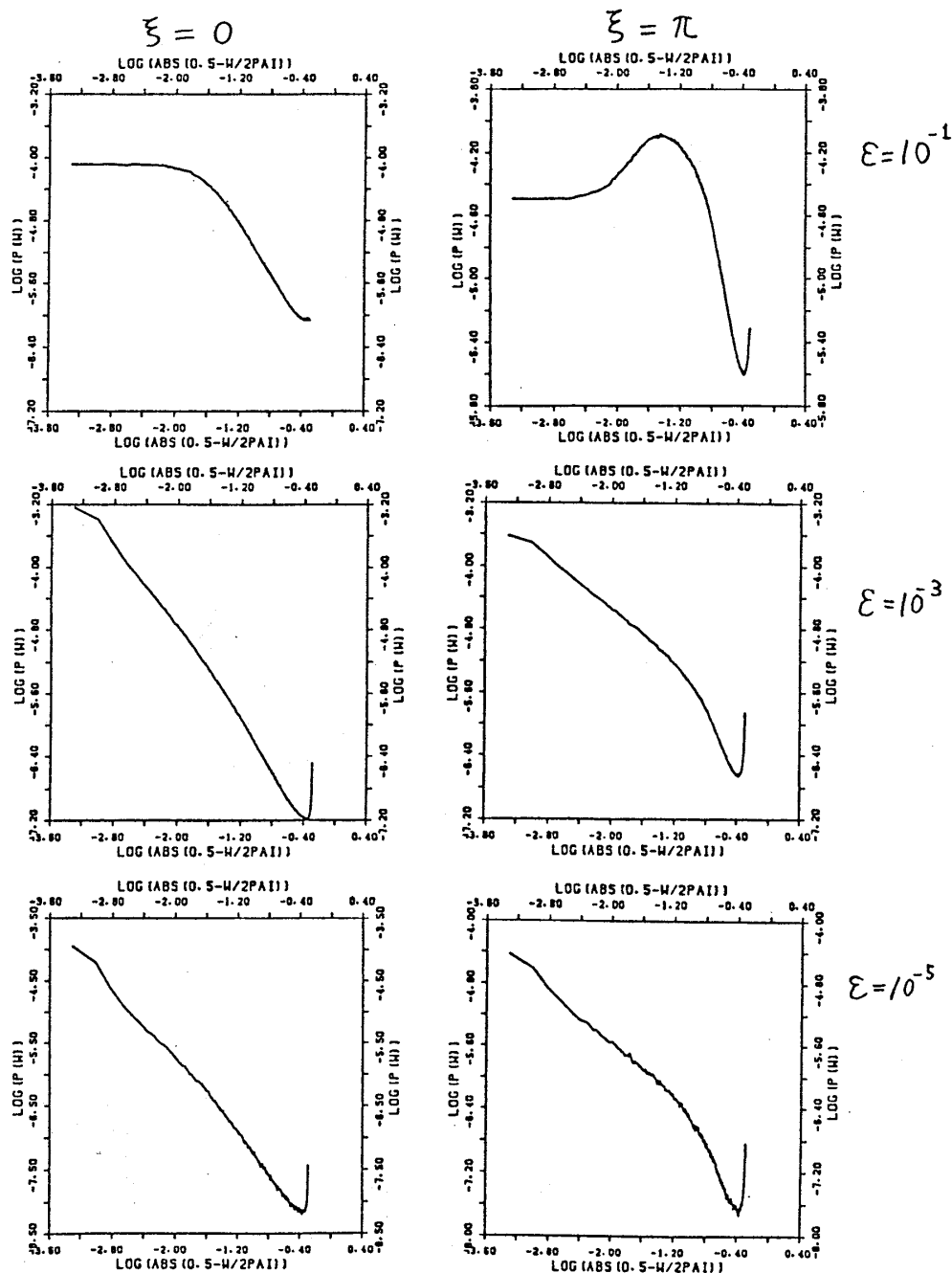


図 3. パワースペクトルを $\omega = \pi$ のまわりで log-log プロットしたもの。 $\epsilon = 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}$ 。

に示されたように、「I.」で得られた結果、 $\sigma/\tau \propto \varepsilon^{-1/4}$ と一致している。

一方、パワースペクトルを調べてみると、図3に示したようになる。現象論的解析の結果では、 $\xi_n \equiv 0$ のとき、 $S(\omega) \propto \omega^{-1/2}$ 、 $\xi_n \equiv \pi$ のとき、 $S(\omega) \propto \omega^{-3/2}$ となっており、一致は見られない。今後の課題である。

References

「逆周期倍化分岐による間欠性カオスのスペクトル構造.I. 現象論的アプローチ」と同じ。

区分線形写像によって生成されるカオスの高次相関関数⁽¹⁾

麻布大・獣医 永 井 喜 則
早大・理工 市 村 純
CSK 総研・生物情報 土 屋 尚

われわれは決定論的方程式によって生成されるカオス状態の時系列を相関関数という量で特徴付けることを試みる。最も発達したカオスを与える区分線形写像は厳密に取り扱えるので、これらに対する高次相関関数は具体的に計算可能である。

ここでは図1に示すような4つの一次元パイこね変換を扱う。これら4つのパイこね変換で産み出されるカオス時系列の普遍測度は平坦なもので、その大きさはすべての場合1である。そしてそれらの平均値はどの場合も $\frac{1}{2}$ となる。

4つのパイこね変換のうちの1つSBマップの n 次相関関数は、

$$\begin{aligned}
 & {}^{(n)}C_{SB}(\tau_1, \tau_1 + \tau_2, \dots, \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_{n-1}) \\
 &= \int_0^1 (x - \langle x \rangle_{SB}) \prod_{l=1}^{n-1} (f_{SB}^{\tau_1 + \dots + \tau_l} - \langle x \rangle_{SB}) \rho_{SB}(x) dx \\
 &= 2^{\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \tau_i} \sum_{k_1=1}^{2^{\tau_1-1}} \sum_{k_2=k_1 2^{\tau_2}}^{(k_1+1) 2^{\tau_2-1}} \dots \sum_{k_{n-1}=k_{n-1} 2^{\tau_{n-1}}}^{(k_{n-2}+1) 2^{\tau_{n-1}-1}} \\
 &\quad \times \int_{\frac{k_{n-1}}{2^{\tau_1 + \dots + \tau_{n-1}}}}^{\frac{k_{n-1}+1}{2^{\tau_1 + \dots + \tau_{n-1}}}} (x - \frac{1}{2}) \prod_{l=1}^{n-1} (x - \frac{2k_l + 1}{2^{\tau_1 + \dots + \tau_l + 1}}) dx \quad (1)
 \end{aligned}$$

で与えられる。この相関関数の計算の方法を簡単にわかり易くのべると次のようになる。

区分線形写像によって生成される、もっとも発達したカオス時系列の厳密解は幾何学的に表現でき、図2のようになる。カオス時系列の相関関数は普遍測度を用いて計算できるので、