

氏 名	あさ 浅 岡 まさ 正 ゆき 幸
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2101 号
学位授与の日付	平 成 11 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理 学 研 究 科 数 学 ・ 数 理 解 析 専 攻
学 位 論 文 題 目	Markov covers and finiteness of attractors for diffeomorphisms with a dominated splitting (擬双曲的微分同相写像におけるマルコフ被覆の存在と吸引周期軌道の有限性)
	(主査)
論 文 調 査 委 員	教 授 河 野 明 教 授 西 田 吾 郎 助 教 授 國 府 寛 司

論 文 内 容 の 要 旨

微分同相写像における力学系理論の研究における中心的概念の一つである双曲型力学系は構造安定性により特徴付けられ Markov partition を用いた記号力学系との対応によりその軌道が完全に記述できることが知られている。一方これと対照的な物としては最近の力学系の分岐現象の研究で重要な homoclinic 分岐と呼ばれる分岐現象の起こる力学系がある。この場合には strange attractor 等の複雑な現象が現れることから記号力学系との自然な対応を得ることは不可能と考えられている。特に 2 次元多様体の微分同相写像による力学系の族については homoclinic 分岐は homoclinic tangency と呼ばれる状態からの分岐現象として定式化されている。しかしこの中間にある力学系についてはどのくらい複雑なことが起こるのか判っていませんでした。

申請者浅岡正幸氏は主論文において 2 次元多様体の微分同相写像による力学系について homoclinic tangency から離れている力学系の中で双曲型力学系を含むかなり大きな族に対して記号力学系との対応を与えこれを用いてこの場合にも双曲型力学系の場合と同様に複雑な現象が起こり得ないことを証明した。

まず申請者は双曲型力学系における微分同相写像が接ベクトル束に誘導する写像についての条件を一般化する形で縮小方向を持つ dominated splitting という概念を定義しつぎに Markov partition を一般化する形で Markov Cover という概念を定式化した。

2 次元多様体の申請者が考えた族は縮小方向を持つ dominated splitting を持つことがまず示される。つぎにこの縮小方向を持つ dominated splitting を用いて Markov cover の存在が示される。この Markov cover により 2 次元の力学系理論を一次元力学系に簡約することが可能になります。最後にこの一次元力学系がよい性質を持つことを縮小方向を持つ dominated splitting を用いて示すことにより次のような結果が得られた。

境界を持たない 2 次元多様体 M の上の 2 回連続微分可能な同相写像で不変なコンパクト部分集合で周期点集合の閉包に含まれる物とする。このとき有限個の周期点の和集合 S が存在して元の集合から S を除いた物は Markov cover を持ちこれを用いて出きる一次元力学系は良い性質を持つ。

境界をもたない 2 次元多様体 M の上の 2 回連続微分可能な同相写像の吸引的周期点集合の集積点集合が縮小方向をもつ dominated splitting を許すならば吸引的周期点の周期は有限である。

従ってこの族に含まれる力学系理論は homoclinic 分岐を持つ力学系とはまったく異なる物であることが判る。

論文審査の結果の要旨

申請者浅岡正幸氏の研究対象であります力学系理論は微分同相写像の様々な性質を研究する位相幾何学、微分幾何学、微分方程式論など多くの数学の分野と関連する重要な研究対象で世界的に多くの優れた研究が行われています。

微分同相写像における力学系理論の研究における中心的概念の一つに双曲型力学系の概念がありこの力学系は構造安定性により特徴付けられMarkov partitionを用いた記号力学系との対応によりその軌道が完全に記述できることが知られている。一方これと対照的な物で最近の力学系の分岐現象の研究ではhomoklinic分岐と呼ばれる分岐現象の研究が重要でありこの場合strange attractor等の複雑な現象が現れて記号力学系との自然な対応を得ることは不可能と考えられている。特に2次元多様体の微分同相写像による力学系の族についてはhomoclinic分岐はhomoclinic tangencyと呼ばれる状態からの分岐現象として定式化されている。

申請者浅岡正幸氏は2次元多様体の微分同相写像による力学系についてhomoclinic tangencyから離れている力学系について記号力学系との対応を与えこれを用いてこの場合にも複雑な現象が起こり得ないことを目標にしこのうち双曲型力学系を含むかなり大きな族に対してこのことを証明した。

まず申請者は双曲型力学系を一般化する形で縮小方向を持つdominated splittingという概念を定義しつぎにMarkov partitionを一般化する形でMarkov coverと言う概念を定式化した。

2次元多様体の申請者が考えた族は縮小方向を持つdominated splittingを持ちこの性質によりMarkov coverの存在が示される。このMarkov coverにより2次元の力学系理論を一次元力学系に簡約しこの一次元力学系がよい性質を持つことを縮小方向を持つdominated splittingを用いて示すことにより次のような結果が得られた。

境界を持たない2次元多様体の上の2回連続微分可能な同相写像の吸引的周期点集合の集積点集合が縮小方向を持つdominated splittingを許すならば吸引的周期点の周期は有限である。

従ってこの族に含まれる力学系理論はhomoclinic分岐を持つ力学系とはまったく異なる物であることが判る。

以上のように浅岡正幸氏の成果は双曲型力学系理論を一般化しかつ複雑な現象を起こさない力学系を特徴付ける物であり国際的に高く評価されこの分野の研究に本質的な寄与を与える物であります。従って申請者は大学院在学5年未満ではありますが例外的に博士（理学）の学位を授与するのに十分な物と考えます。