

時間スケールの動的な階層性の理解にむけて

藤本 仰一 (東京大学総合文化研究科)

1 異なるスケールのダイナミックスの干渉

動的システムにおける、適応から記憶、学習に至る階層的な情報処理の理論化に向けた一つの視点として、時間スケールの動的な階層性に注目する。これらの情報処理は、異なる時間スケールにおける機能であるが、各ダイナミックスの干渉を積極的に利用して、各機能が関連づけられる場合に、動的な階層性を有すると考える。このような問題意識のもと、以下のような非線形力学系からのアプローチを行ってきた。

時間スケールが巾的に分布させた非線形素子の集団を以下のように考える。

$$T_i \frac{d\vec{X}_i}{dt} = \vec{F}(\vec{X}_i), \quad T_i \equiv T_1 \tau^{i-1} \quad (1)$$

そして近い時間スケールの素子同士を相互作用させる。

このモデルにおいて、どのような場合に速いダイナミックスは遅いダイナミックスに影響を与えるかを調べてきた。 τ がある程度小さく、各素子の非線形性が分岐点近傍(中立安定)で、さらに、相互作用強度がある程度大きい場合には、一番速い素子のパラメータを変化させて limit cycle から chaos のような分岐を起こすと一番遅い素子でも分岐が誘起されることを見出した [1]。これは速いダイナミックスがノイズと見なされる断熱近似が成立する場合(τ が大きく、相互作用強度が小さい場合)には、考えられない異なるスケール間の動的な関係、即ち、動的な階層構造の一例を示している。

さらに、上のモデルではあらかじめ与えられている時間スケール分布の起源、及び、階層構造の安定性を異なる時間スケールのダイナミックスの干渉と関連づけて理解したい。

2 揺らぎと機能

2.1 状態の揺らぎ

揺らいだ世界では、処理機構もゆらがざるえない。このような考え方 loose coupling を提唱し、実験的に最も明確に示したのは、大沢、柳田ら [2, 3] による分子機械の研究であろう。loose coupling の理論的な研究は大沢を始め様々な人々によって行なわれ、状態の揺らぎの機能への積極的な役割が様々な形で提案されている。笹井らは、機能(アクトミオシン系のすべり運動)と同程度の時間スケールで起こる蛋白質フォールディングにおける構造の無秩序性(構造の揺らぎ)に注目し、秩序化過程としてのフォールディングと環境の揺らぎとの干渉を通した処理機構を提案している(本研究会会議録の笹井氏の記事参照)。

細胞システムでは、分子機械の柔らかさがどのように現われるかを考えることはおもしろい。最近では、分子機械レベルの柔らかさが一つ階層の上の細胞レベルの走化性等の情報処理とどのように関係するかを目指した研究が上田ら [3] によって取り組まれている。これがマクロにミクロが隷属化しているのか、マクロとミクロが相互に影響を与えあっているかは生命システムを理解する上で根本的な問題である。金子(本研究会会議録の氏の記

事参照) は、後者の考えに立って、要素に内在するゆらぎや不安定性と集団レベルの安定性や論理構造の間の相互依存関係を議論している。

神経系においては、環境からの多様な刺激に対して多様な応答を返せる柔軟性の役割をカオスに求める研究が Freeman[4] や津田[5] によって取り組まれている。脳内の匂い情報処理系においてカオスの存在を示し、その役割を何も刺激が来ない状態 “chaos as I don't know state” と考えて、不安定であるが故に刺激に応じて様々な状態へ移れることを示そうとしている。また、藤井と津田は、個々のニューロンに内在的な揺らぎ (カオス) がギャップジャンクション結合を介したニューロン集団に於けるカオスの遍歴を起こすことを示し、機能への積極的役割を議論している (本研究会会議録の藤井氏の記事参照)。

2.2 状態の揺らぎから時間スケールの揺らぎへ

状態の揺らぎや不安定性の積極的役割についてのべたが、ここでは時間スケールの揺らぎについて議論する。

L.M.Kay は、先程の匂い処理系を用いて条件づけの学習の実験を行ない、学習の時間スケールよりも少し速い領域で時間スケールで発火率、即ち、ニューロンのダイナミクスの時間スケール (の逆数) が内在的に揺らいでおり、環境に対しても sensitive であることを示している [6]。(状況に応じて発火率が揺らげること自体は、発火率で情報をコードしようという考え方が 10 年以上前から提案されているように、かなり認識されている。)

再現性のなさが顕著なこのような系で、わざわざ内在的揺らぎ (inherent unstationarity) の重要性に彼女が着目した理由は、loose coupling の着想と同様で、揺らいだ環境下ではこちらも自前で揺らぎを生成して揺らがざるをえないということであろう。そして内在的な揺らぎの引き出し方に関しても、ゾウリムシの走熱性なら生死に直接関係しないからこそ内在的な揺らぎを引き出せるであろうという着想と、匂いの処理なら生死に直接関係せず、においの成分の非常に様々な化学物質を同時に処理するという複雑な処理をせざるをえないので内在的な不安定性がより顕著に現われるであろうという着想も近い。¹

ただ、分子機械や細胞システムでの揺らぎと異なった視点があり、それは時間スケールの揺らぎである。どちらの場合も化学反応の言葉で考えれば、活性の揺らぎとして記述できるが、力学系として考えると、前者は状態空間における揺らぎ、後者は周波数空間における揺らぎとして捉えられる。

では、時間スケールの内在的揺らぎは、学習や記憶といった情報処理を揺らいだ環境下で行なう上でどのような役割をはたすのだろうか？分子機械に於ける loose coupling と比べると、理論実験ともに多いに発展の余地があり、また、分子レベルの性質とは異なる新しい立脚点が期待される。

もちろん、これと同じ状況は、細胞レベルの生化学反応においても考えられる。酵素による触媒反応を考えると、(律速過程の) 時間スケール (rate constant) は、酵素の濃度によって決定される。この酵素を合成する反応が振動したり、揺らぎに対して sensitive であれば、反応の時間スケールが大きくゆらぐことは十分にありうる。

¹前者は大沢氏本人のコメントで、後者は筆者の類推。

2.3 時間スケールの揺らぎから階層性へ

では、状況に応じて時間スケールが揺らげる素子の集団から、時間スケールの階層構造は形成されるのだろうか？

ここで階層とは、様々な時間スケールのダイナミクスが存在し、さらに、異なるスケールのダイナミクスの間に何らかの相関があるという意味である。断熱近似的な関係もあるであろうし、最初の章で述べたように、異スケール間の動的な相関を積極的に利用した関係もあるであろう。

以下の章では、後者に注目する。1節で述べた異スケール間の干渉の発展として、「状態の揺らぎ (不安定性) と時間スケールの揺らぎの干渉を通じた階層構造形成」の可能性を、非線形力学系の立場から考える。まず、時間スケールの揺らぎを利用した時間スケール差異化の可能性を考える。さらに、揺らげる領域と揺らげない領域の関係や異スケール間の関係の有無を調べることにより、階層構造の性質を調べる。

散逸構造論では、実空間において、Turing pattern や時空カオス等の構造形成の可能性を議論したが、ここでは、周波数空間においてそのような構造形成の可能性を考えることになり、非線形力学系の問題としても価値がある。

神経系におけるこのような階層構造の例は、前節で述べたように中間時間スケールの揺らぎと履歴に依存したダイナミクスとしての学習の関係づけが考えられる。

細胞レベルの例としては、前節でもふれた酵素の働きが考えられる。酵素反応のモデルとして知られる Michaelis-Menten 反応は、速い (故に可逆的に扱われる) 反応と遅い (故に不可逆的に扱われる) 反応の組合せとして表される。両者の時間スケールが離れていることを仮定し、前者を断熱消去して Kramers の扱いをして統計熱力学的な議論にもっていくことを生化学の教科書では解説されているが、実際の生体内ではスケール分離は成立していないことは多い。シグナル伝達系などにおける酵素反応のカスケードはその典型例と考えられる。ここで、カスケードとは、上流の酵素が下流の酵素反応を触媒するという反応が連鎖していることである。前でも述べたが、触媒の酵素の濃度が揺らげば、下流の反応の時間スケール揺らぐことも十分に考えられる。スケール分離／非分離になる条件、さらに、酵素反応ネットワークにおける、時間スケールの分布の仕方、時間スケールが揺らぐ／揺らがない反応の分布の仕方などについて、上記のような立場から考察したい。

3 時間スケールの動的な階層構造の構成

この章では、前節で述べたような立場を実際に研究すべくモデルを導入し、数値実験を通して階層構造の形成について考察する。

3.1 モデル

微分方程式

$$\frac{1}{w} \dot{\vec{X}} = \vec{F}(\vec{X}) \quad (2)$$

では、 w が一定であれば $\frac{1}{w}$ は系の特徴的時間スケールを規定する。 $\vec{F}(\vec{X})$ が、位相振動子、Brusselator 等の振動子であれば、 w は周波数に対応する。ここでは、 w を明示的に

変数として扱い、 $\vec{X}$ の状態に応じて時間発展していく以下の系を考える。

$$\begin{cases} \dot{\vec{X}} = w\vec{F}(\vec{X}) \\ \dot{w} = g(\vec{X}, \vec{X}', w) \end{cases} \quad (3)$$

w のダイナミックスは $g(\vec{X}, \vec{X}', w)$ であらわされ、「 $\vec{X}$ と $\vec{X}'$ が同期状態なら w を小さく ($\vec{X}$ の変動遅く)、非同期なら大きく ($\vec{X}$ の変動速く) する」という動力学を採用する。神経系のモデルでは、同期状態なら結合強度を強め、非同期なら弱めるというモデルがあるが、ここでは、結合強度の代わりに時間スケールを状態に応じて変化させている。以下の節で3つのモデルをもちいて、時間スケールの階層構造形成の可能性を調べる。

3.2 周波数空間における自発的なクラスター形成

最初の例として、eq.(3) を大域的に結合した系

$$\begin{cases} \dot{\vec{X}}_i = w_i \vec{F}(\vec{X}_i) \\ \dot{w}_i = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (x_i - x_j)^2 - \alpha w_i \end{cases} \quad (4)$$

を考える。 $\dot{\vec{X}} = \vec{F}(\vec{X})$ には limit cycle を一つ持つ Rossler 方程式をもちいる。(他の limit cycle でも以下の議論は成立する。) 化学反応の言葉で、モデルの気持を説明すると以下のようなになる。 w_i は触媒で、 $\vec{F}(\vec{X}_i)$ に含まれる全ての反応を1次のオーダーで触媒する。² w_i の基質として x_i や x_j があり (別の言い方をすると基質 x_i を w_i 、 w_j が取り合う)、 x_i と x_j の生成が同期的であると、 w_i, w_j は競合的になりお互いに生成を阻害し値が低くなる、即ち、 x_i の生成の時間スケールは大きくなる。逆に、 x_i と x_j の生成が非同期的であると、 w_i の値は大きくなる。

これから $\vec{X}_i$ のダイナミックスの位相成分のみに注目すると以下のような位相振動子結合系になり、慣性つき位相振動子結合系の一種と見ることができる。

$$\begin{cases} \dot{x}_i = w_i(1 - K \sin x_i) \\ \dot{w}_i = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (1 - \cos(x_i - x_j)) - \alpha w_i \end{cases} \quad (5)$$

これらのモデルで重要なパラメータは α であり、 x_i と x_j の同期状態を判定する時間スケールの逆数になっている。

各素子の初期条件をある程度同じ値にして、数値計算を行うと、速いダイナミックス (w_i が大きい) のクラスターと遅いダイナミックス (w_i が小さい) のクラスターに自発的に分かれる。³ 各クラスターの周波数の時間平均値を w_F, w_S 、各クラスターに属する素子数を n_F, n_S とおくと、時間スケール比はこのモデルでは、

$$\frac{w_F}{w_S} = \frac{n_S}{n_F} \quad (6)$$

²これがもっとも大きい仮定で、このような状況がどのような場合に実現されるかについての考察が必要である。

³ $\vec{X}_i$ の動力学に $\vec{X}_j$ との結合が入っておらず、 w_i の方で間接的に結合されているので、同期がおこる機構は非自明である。

となる。⁴ 例えば、システムサイズ $L = 100$ にすると、 $n_S : n_F = 99 : 1$ になるような初期条件領域 (basin) が存在し、そこでは速いクラスターと遅いクラスターの時間スケール差が 99 倍のアトラクターが実現されることになる。⁵

周波数空間の自発的クラスタリング、すなわち、自発的な時間スケール分離が可能であることを見た。しかし、この系では、時間スケール比 $\frac{w_F}{w_S}$ がたとえ大きくても、速いクラスターに属するエレメントをノイズとみなして断熱消去することは有効ではない。 $\frac{w_F}{w_S} = \frac{n_S}{n_F}$ のような作用反作用的な関係があることで、速い素子の消去により遅いクラスターの時間スケールを変更してしまうのである。

問題点としてあげられるのは、basin が狭いこと、3 つ以上のクラスター生成が見出せていないこと、 $\vec{X} = \vec{F}(\vec{X})$ がカオスを示す場合にはクラスター化が起こらないことである。

3.3 周波数勾配の生成

2 つめの例として、eq.(3) を 1 次元鎖状に結合した系

$$\begin{cases} \dot{\vec{X}}_i = w_i \vec{F}(\vec{X}_i) \\ \dot{w}_i = (x_i - x_{i+1})^2 + (x_i - x_{i-1})^2 - \alpha w_i \end{cases} \quad (8)$$

を考える。⁶

この系では自発的な周波数クラスタリングは見られない。しかし、1 つのエレメントの周波数 w_1 を固定 ($\dot{w}_1 = 0$) してペースメーカーとしてやると、ペースメーカーからの距離に応じて周波数勾配が形成される。⁷ 即ち、ペースメーカーから離れるにつれて時間スケールが遅く (w_i の時間平均が小さく) なる。ペースメーカーの周波数と一番遅い (即ち、離れた) 素子の時間平均周波数の比は 100 倍ぐらいになる。

しかし、異なるスケールへの影響がここでは見られない。ペースメーカーの周波数依存性が遅いダイナミクスでは現われないのである。この原因は、時間スケールの揺らぎが大きすぎることにありと考えられる。時間スケールの揺らぎとして、 w_i の分布を測定してみる。そうすると、ペースメーカーは値を固定しているのでデルタ関数になるが、それから離れるにつれて分布は広がっていき、ベキ分布に近付いていく、即ち、揺らぎが大きくなる。平均値としては遅くなっていくが、分布の広がりも大きくなりすぎて異スケール間の関係も見えにくくなっていく。これは 1 節で述べたカオスが強すぎると異スケール間の情報伝達ができなくなるという性質と似ている。よってこのモデルでは、様々な時間スケールのダイナミクスは作れたものの、それは本論で求める階層構造とは言えない。

⁴ この関係は、各クラスター内では完全に位相同期している場合に、 $\vec{F}(\vec{X})$ の形によらず成立する。また、

$$\begin{cases} \dot{\vec{X}}_i = w_i \vec{F}(\vec{X}_i) \\ \dot{w}_i = (x_i - \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L x_j)^2 - \alpha w_i \end{cases} \quad (7)$$

というモデルを用いた場合には、 $\frac{w_F}{w_S} = \left(\frac{n_S}{n_F}\right)^2$ になる。

⁵ $\frac{w_F}{w_S} = \frac{n_S}{n_F} = \frac{99}{1} = 99$, $\frac{98}{2} = 49$, $\frac{97}{3} = 32.3$, $\frac{96}{4} = 24$,... と多くのアトラクターを有する系になっている。また、basin は広くはないが、アトラクターの揺らぎにたいする安定性は高い。

⁶ $\dot{w}_i = (2x_i - x_{i+1} - x_{i-1})^2 - \alpha w_i$ してもよい。

⁷ 初期条件によらない。 $\vec{X} = \vec{F}(\vec{X})$ がカオスを示す場合も、定性的には結果は同じ

3.4 階層構造の形成

これまでのモデルでは、幾つかの欠点があった。第3.2節では様々な時間スケールが形成されない上に、カオスの場合にはクラスタリングが不可能であり、そして、第3.3節では、各素子の w_i のゆらぎが大きすぎること異なるスケール間の関係を取り出しにくかった。

これらを克服すべく、 $\vec{X}_i$ の動力学へも $\vec{X}_j$ との結合をいれた以下のモデルを考える。一次元鎖的な結合をするのであれば、

$$\begin{cases} \dot{\vec{X}}_i = (\mathbf{E} - \mathbf{D})w_i\vec{F}(\vec{X}_i) + \frac{\mathbf{D}}{2} (w_{i-1}\vec{F}(\vec{X}_{i-1}) + w_{i+1}\vec{F}(\vec{X}_{i+1})) \\ \dot{w}_i = (x_i - x_{i-1})^2 + (x_i - x_{i+1})^2 - \alpha w_i \end{cases} \quad (9)$$

或は、大域的に結合するのであれば、

$$\begin{cases} \dot{\vec{X}}_i = (\mathbf{E} - \mathbf{D})w_i\vec{F}(\vec{X}_i) + \mathbf{D}\frac{1}{L}\sum_{j=1}^L w_j\vec{F}(\vec{X}_j) \\ \dot{w}_i = \left(x_i - \frac{1}{L}\sum_{j=1}^L x_j\right)^2 - \alpha w_i \end{cases} \quad (10)$$

というモデルを考える。 $\dot{\vec{X}} = \vec{X}$ には Rossler 方程式を用いた。これらの系においてある程度結合強度 $\mathbf{D}$ が大きく、 α が小さいと、 $\vec{X}_i$ がカオスを示す場合でも、様々な時間スケールのダイナミックスが自発的に生成される。

model eq.(9) では、空間 i に於いて $\log\langle w_i \rangle_t$ は Turing pattern のような構造を形成する ($\langle w_i \rangle_t$: w_i の時間平均)。 i が変わるにつれて少しずつ $\langle w_i \rangle_t$ が大きく ($\vec{X}_i$ 速く) なり、ある極大値を超えると $\langle w_i \rangle_t$ が小さく ($\vec{X}_i$ 遅く) なるというパターンの繰り返し構造が自発的に形成される。model eq.(10) でも、多様な時間スケールが自発的に生成され、ある程度の揺らぎ下でもこの多様化した状態は維持される。どちらのモデルにも共通する性質をまとめると以下ようになる。⁸

- $\max_i \langle w_i \rangle_t / \min_i \langle w_i \rangle_t$ はだいたい 100 ぐらい。 $\langle w_i \rangle_t$ を i に関して分布をとってみると $\log\langle w \rangle_t$ 上でどれも同程度存在する。即ち、ダイナミックスの時間スケールがほぼ巾的に分布している。
- 時間スケールの揺らぎとして、 w_i の分布を測定すると。揺らぎが小さい (gaussian) グループと揺らぎが大きい (log normal) グループとが周波数空間で住み分けている。⁹ このような構造が以下で述べる階層性を担っていると考えており、前節の分布の性質との明確な差異も含め現在研究中である。
- 刺激に応じた遍歴 (異スケール間の関連性) :
3.2 節と同様に、速い変数を消去することはここでも有効ではない。ある程度大きな摂動を速いエレメントへいれると、 w_i のダイナミックスが不安定化し、異なるスケールへとスイッチする。これに応じて回りのエレメントの w_j も大きく変化する。即ち、刺激に応じて様々な時間スケール応答ができる柔軟性を有している。たとえ、 w_j が w_i と大きく異なる場合であっても、3.2 節同様に変化し、全く別の時間スケールへスイッチする。

⁸ これらの性質とカオスとの関係については研究中である。

⁹ どちらのグループの周波数のほうが大きいかはモデルに応じて異なっている。

- 周波数空間における自発的遍歴：

この節で述べたような状態が見られるパラメーターの近傍には、以下に述べる周波数空間に於ける自発的な遍歴ダイナミックスが広く見られる。ある程度長い期間それぞれの w_i はある値の近傍に留まるが、後に、自発的に w_i が別の値へとスイッチしする、即ち、 x_i の時間スケールがスイッチする。これが繰り返される。周波数空間に於けるカオスの遍歴や時空間欠性と呼んでもよいだろう。実空間に於ける Turing pattern や位相空間に於けるクラスタリングのアナロジーとして、周波数空間に於ける Turing pattern やクラスタリングを捉えてみると、周波数空間に於けるカオスの遍歴や時空間欠性がパラメーター空間の近傍に存在することは最もである。

これらのことから、本節のモデルでは異スケール間の関係性もかなり強いことがわかる。これらより、この節で生成された多時間スケール構造は階層性を有していると考えられる。

4 議論

4.1 興奮系の再理解について

時間スケールが、状態に応じて揺らぐダイナミックスを基礎にして、神経ネットワークの理解へどのような貢献ができるかを考える。

興奮系の振動は、相空間の曲率が非一様であることでバースト的なダイナミックスが見られる。この曲率は局所的な時間スケール (大まかには、短時間平均 Lyapunov 指数の絶対値の逆数) であり、曲率がない不応期 (不活性状態) は遅く、発火 (活性) 状態は速いと考えることができる。この曲率を明示的に w として与え、それが回りの素子との同期状態に応じて決定されるというモデル eq.(3) の有効性は、触媒ネットワークに於ける eq.(3) のそれと同じく高いと考えられる。

さらに、このモデルは、ニューロン集団の同期状態によって情報がコードされていると考える synchro coding と発火率に情報がコードされていると考える rate coding 双方の考え方と相性が良い。(これらの考え方は神経ネットワークの情報処理機構をより動的にとらえようとして 10 年ほど前に提案された考え方である。) なぜなら、周りの素子との同期状態に応じて w_i (活性か不活性) が決まっており、そして、 w_i の値は発火率に対応しているからである。これを実際に、一次元鎖的に結合した系で考えると、相関長、即ち、空間スケールを時間スケールへ変換する系として捉えられる。大域結合系における eq.(6) はその好例である。

このような拡張から L.M.Kay の実験を再考してみる。学習過程の履歴に応じて、脳波の状態が様々な時間スケールをとり、さらにそれらの間の動力学的な関係性もかわる。また、匂い処理の過程では、カオスの遍歴を、様々な入力に応じて様々な応答を返すことや、連想記憶に本質的に重要な役割を果たしていることを、W.J.Freeman[4] や津田[5] が示しているが、この遍歴を前節でも述べた様々な時間スケールの間の遍歴過程として以下のよう拡張していきたいと考えている。

匂いの学習では、様々な時間スケールのダイナミックスが共存 (並列)、或は、様々な時間スケールへ揺らげる状態になっており、周りの素子との関係に応じた時間スケールが選択される。その時間スケールは、関連づけられて読みだされる過去の記憶の時間スケールを

規定する。また、選択されず、様々な時間スケールを遍歴している場合には、様々な時間スケールの過去の記憶の中を遍歴している、即ち、時間スケール (周波数) 空間に於ける連想記憶と考えられる。また、その時間スケールは、どの程度多くの素子と同期した状態にあるかということから規定されており、神経系における相関長 (空間スケール) と対応している。

4.2 発展させるべきこと

本論では、状態の同期性が時間スケールのゆらぎへフィードバックされるモデルを通して、階層構造の生成を議論した。ここでは 3.2 節でも述べたが、遅くなりすぎた素子はパラメーター、速くなりすぎた素子はノイズとみることはいできない。では、このような系における支配的変数は存在するのか？あるならばどのような変数なのであろうか。ないのではあればどのような相互関係になっているのであろうか。いろいろな変数の消去に対する応答として調べていく必要がある。

また、通常の結合微分方程式系のモデルでは、時間スケールを陽に変数として扱うことはあまり考えられてこなかったもので、このようなことはなかなかみられない。では、どのような状況にあると、時間スケールの揺らぎが顕在化し、或は、本論で導入されたモデルのような構造が顕在化し、さらに、階層構造へと至るのであろうか？これを通して 2.3 節で述べた酵素の問題を考えたい。

3.4 節では、周波数空間において w_i が揺らぐ領域と揺らがない領域があることと階層構造の関係を論じた。これをさらに発展させてより豊かな階層構造を提示したい。その 1 つとして考えられるのが、ここで示した階層を 1 つの単位としてその連鎖構造がある。即ち、揺らぐ領域と揺らがない領域が周波数空間で交互に存在するような場合である。このような系の研究を通して、時間スケールの動的な階層性の理解をさらに深めていきたい。

参考文献

- [1] K.Fujimoto and K.Kaneko, *Physica* **180D** (2003) pp.1-16; *Chaos* (2003) in press
- [2] 大沢 文夫, 講座: 生物物理 (丸善 パリティブックス 1998).
- [3] 上田昌宏、石井由晴、柳田敏雄、応用物理 **72** (2002) pp.1457-1466
- [4] A.Skarda and W.J.Freeman, *Behav. Brain. Sci* **10** (1987) pp.161; W.J.Freeman, 日経サイエンス (1991, 4 月号)
- [5] 津田一郎、ダイナミックな脳 (岩波書店 2002)
- [6] L.M.Kay and G.Laurent, *Nature Neurosci* **2** (1999) pp.1003-1009; L.M.Kay, *Chaos* (2003) in press.