

(続紙 1)

京都大学	博士（ 理学 ）	氏名	木村 恵二
論文題目	Boussinesq convection and motions of boundary spheres in a rotating spherical shell （回転球殻ブシネスク対流と両側球の運動）		
（論文内容の要旨）			
回転球殻内のブシネスク熱対流問題は、恒星や惑星の内部の対流現象に対する基礎的な数理モデルとして半世紀以上にわたり研究が行われている．この熱対流問題に関するほぼ全ての研究では、両側球が同じ一定回転角速度で回転すること（以下、同期回転）が仮定されてきた．本論文では、両側球が自由に回転する回転球殻熱対流モデルについて、解の分岐構造を数値解析および弱非線形理論を用いて調べ、さらに数値的に得られたカオス化過程における両側球回転の効果を議論している． 本論文ではまず両側球が同期回転する場合について、臨界点（熱対流が発生する点）から超臨界分岐し方位角方向に伝播する有限振幅定常進行波解が両側球に及ぼすトルクを求め、回転が遅い場合は内側球に回転と同じ方向のトルクが働き、回転が速い場合は内側球に回転と逆方向のトルクが働くこと、また、そのトルクの大きさは内側球の回転角速度を有意に変化させることを見出している．さらに、トルクを生み出す平均帯状流の生成メカニズムを明らかにするため、臨界点近傍において、弱非線形解析を数値的に実行し臨界モードの非線形効果によって帯状流が生成されていることを見出した． 次に内側球がトルクを受けて自由に回転できるモデルを構築し、臨界点から超臨界分岐する定常進行波解を Newton 法によって数値的に求め、その安定領域を固有値計算によって調べ、定常進行波解の安定性が概ねレイリー数が臨界値からその 1.2-2 倍の範囲で安定であることを見出した．またその安定領域内で、回転が遅い場合は内側球が回転と同じ方向に回転し、回転が速くなるにつれて内側球が回転と逆方向に回転することを見出した． 本論文の最後では、強い非線形領域を調べるため、数値的な時間積分が行われ、得られたカオス解に対する内外境界球面の回転効果が論じられている．内側球・外側球がトルクを受けて自由に回転できる場合について、回転の速さが中間的な領域でレイリー数を臨界値の 4 倍から 5 倍程度の間で変化させ数値発展を追跡した．その結果、このパラメータ領域では有限振幅熱対流解は南北対称解から南北非対称解に遷移すること、しかしその遷移過程は両側球が自由回転する場合と同期回転する場合で異なることを見出した．この結果は、臨界曲線近傍とは異なり、臨界曲線から遠く離れたパラメータ領域においては、熱対流は強い非線形性を伴い境界球面には 3 軸回転が生じることを示している．			

(論文審査の結果の要旨)

従来、回転球殻内の熱対流については、多くの時間発展シミュレーションが実行されてきたが、解空間の構造については研究が少なく、解の分岐構造を詳細に調べた本論文は、問題の数学的構造を明らかにするうえで価値の高いものである。

本論文の結果は、臨界曲線近傍の非線形性がそれほど強くない領域においては、定常進行波解の安定領域は、両側球が同期回転する場合と自由回転する場合でほとんど差がなく、安定領域内での熱対流パターンもほとんど変化しないことを示している。これは定常進行波解が安定な領域が臨界曲線に近い領域に限られているため、安定な定常進行波解では熱対流による非線形効果が弱く、球殻領域の内外境界球面に引き起こされる回転運動が対流運動の性状にはそれほど大きな影響を与えないためと考えられる。このことは、同期回転の仮定は、臨界曲線近傍では、理論的単純化に留まらず現実の地球惑星科学的状況にも適用可能であることを意味しており、従来多くの研究で用いられてきた仮定の根拠を初めて与えたものとして評価できる。

一方、両側球が同期回転する場合には、レイリー数の増大と共に、熱対流解が、南北対称準周期解、南北非対称準周期解を経て南北非対称カオス解へと遷移する。これに対し、両側球が自由回転する場合は、南北対称準周期解、南北対称カオス解を経て南北非対称カオス解へと遷移する。内側球のみ自由回転する場合も両側球が自由回転する場合と同じ遷移をすることから、これらの遷移過程の相違は内側球の回転によって引き起こされると結論している。この結果は、臨界曲線近傍とは異なり、臨界曲線から遠く離れたパラメータ領域においては、熱対流は強い非線形性を伴い境界球面には 3 軸回転が生じることを示しており、内外球面の回転軸が系の角運動量ベクトルの方向とは一致しなくなること、すなわち固体境界と熱対流の力学的結合を通して自発的で複雑な角運動量分配が生じる点で非常に興味深い。またさらに、カオス解の遷移過程が境界球面の条件によって異なることは、内外境界球面の回転運動が熱対流のカオス化過程を定性的に変化させる強い効果を及ぼすことを示しており、従来の同期回転の仮定の限界を明らかにした結果として価値の高いものである。

以上のように本論文は、回転球殻対流において、境界球面が同期回転する場合と自由回転する場合に関し境界回転の相違がもたらす効果を詳細に調べたものであり、回転球殻対流の性質について重要な知見を与えるものである。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また平成 25 年 1 月 22 日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った。その結果合格と認めた。