

AdS/CFT対応における非平衡定常系 —非線形電気伝導度の計算と負性微分抵抗—

京都大学大学院理学研究科 中村 真
nakamura@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

概要

超弦理論で提唱された AdS/CFT 対応では、非平衡定常状態における輸送係数、特に強相関係の非線形電気伝導度を、微視的理論に基づいて計算可能な場合がある。ここでは $3+1$ 次元¹の強相関係における非バリスティックな負性微分抵抗の微視的理論に基づく導出 [1] について概説する。

AdS/CFT 対応（ゲージ・重力対応）とは、一見全く異なる二つの理論を結び付ける対応関係である。二つの異なる理論とは例えば、1) 強く相互作用する $3+1$ 次元非可換量子ゲージ理論、および 2) $9+1$ 次元の曲がった時空上の古典重力理論（一般相対性理論を拡張した超重力理論）である。AdS/CFT 対応はこの両者が等価であることを主張し、1) および 2) の具体的理論や両者の具体的対応は、弦理論の非常に自然な考察により同定されている。AdS/CFT 対応の特徴としては、以下が挙げられる：

1. 量子論（ゲージ理論側）と古典論（重力理論側）の対応である。
2. 強結合系（ゲージ理論側）と弱結合系（重力理論側）の対応である。
3. ゲージ理論の微視的理論に対する対応であり、平衡の概念は必要としない。
4. しかし、重力理論側では平衡の概念が自然に現れる場合がある。これは重力側の解の一つであるブラックホールが、温度やエントロピーの概念を持つからである。この場合、ブラックホールはゲージ理論の多粒子系の平衡状態を記述している。つまり、ブラックホールは、ミクロな理論であるゲージ理論の「粗視化」を自動的に行っていると言える。

まとめると、強く相互作用する量子論の多粒子系の物理を議論したい場合には、非常に有用な対応関係であり、この対応により問題が一般相対性理論の古典方程式を解くことに帰着するのである。

紙数の都合上詳細を述べることは出来ないが、私が最近の研究 [1] で行った研究の要点を説明したい²。ゲージ理論の視点での物理的セットアップは次の通りである。まず、quark（物性系の電子に対応）と gluon（物性系での光子、あるいはフォノンに対応）を自由度として含む $SU(N_c)$ ゲージ理論を考え、quark 電荷に対する外部電場を加える。すると quark は外力を受けて動くが、gluon との相互作用による摩擦を受けて、結果として有限の電流が流れる。この際、gluon のセクターは有限の温度を持つものとする。考えている系はエネルギーを保存するため、電流が生成する熱により、厳密には gluon 系の温度は時間とともに上昇していく。しかしながら、gluon セクターの自由度と quark セクターの自由度の比がほぼゲージ群のランク N_c に比例するため、 N_c を無限に大きくとると、gluon セクターの比熱が、quark が生成する熱に比べて無限に大きくなり、gluon

¹ここでは時間方向も次元の一つとして数える。つまり $3+1$ 次元とは空間 3 次元の意味である。

²詳細に興味のある方は、是非セミナーに呼んで頂ければ幸いです。詳細を丁寧に説明させていただきます。

セクターの温度を一定として扱うことが十分良い近似となる。言い換えると、あたかも gluon セクターを quark セクターに対する熱浴として扱い、この熱浴の存在のために、「quark セクターを非平衡定常系として扱うことが可能となる」理論的設定が存在する、ということである。ここで重要なのは、理論はあくまで quark、gluon の双方、および両者の相互作用を全て記述しているため、熱浴と荷電粒子 (quark) の相互作用が正確に取り込まれている。

このようなゲージ理論の系を解析するのは一般に難しいが、この系を AdS/CFT 対応で重力理論に書き換えると以下のように単純になる。まず gluon セクターは負で一定の曲率を持つ $4+1$ 次元空間に埋め込まれたブラックホール時空 (AdS-Schwarzschild black hole) にマップされる。gluon 系の温度は、このブラックホールの Hawking 温度であり、エントロピーはブラックホールの事象の地平面 (horizon) の面積で与えられる。言い換えると、熱浴としての gluon セクターの粗視化はブラックホールが「自動的に」行っている。一方で quark セクターは、このブラックホール時空に埋め込まれた膜状の物体、弦理論の非摂動的 object である D-brane にマップされる。

このように熱浴 (ブラックホール) と荷電粒子系 (D-brane) を重力理論に用意した状況で電気伝導度を読み取るには、加えた外部電場に対する荷電粒子系=D-brane の応答を読めば良い。この応答は次のように現れる。quark に対する外部電場を加えると D-brane 上の電磁場が変化し、結果としてブラックホール時空内の D-brane の形状も変化する。外部電場が行う仕事は絶えず D-brane に流れ込むが、そのエネルギーは D-brane からブラックホールへと流出する。今、ブラックホールのエントロピーを無限に大きくとっている ($N_c \gg 1$ に対応) ので、Hawking 温度は非常に良い近似として一定に保たれている。つまりブラックホールそのものは変化せず、外部電場を加えた一切の影響は D-brane の物理に反映されている。AdS/CFT 対応の標準的な計算レシピを用いると、この応答から電流演算子の期待値を読み取ることが実際に可能である。結果として与えられた外部電場のもとでの電流値、つまり電気伝導度が得られることになる。ここで、加える電場は微小である必要がなく、応答も線形である必要がない。このため、非平衡定常状態における非線形電気伝導度を得ることが可能となっている。quark 系に対しては平衡状態を全く要請しておらず、温度の概念が存在するのかどうかすら問うていない。

筆者は最近の仕事で、この計算技術を用いて、あるゲージ理論系の非線形電気伝導度を求め、特定の理論パラメータ範囲内では負性微分抵抗が得られることを示した [1]。この負性微分抵抗は Mott 絶縁体などの強相関絶縁体で一般に観測されている負性微分抵抗と定性的に似た振る舞いを示す。またこのゲージ理論では、負性微分抵抗の発現には外部電場による正電荷・負電荷 (quark と antiquark) の対生成プロセスが重要であることも示された。この系は絶縁体・伝導体転移を起こすが、絶縁相は正負の電荷 (quark と antiquark) が中性の結合状態を構成することで実現する。この意味で、このゲージ理論の系は励起子絶縁体に類似している。理論は数学的に理想化されているが、計算可能な非平衡定常系を提供しており、例えば、非平衡系に対して提案されている各種等式の検証などには有効なモデルとなるのではないかと期待している。

[1] S. Nakamura, Prog. Theor. Phys. 124 (2010) 1105, [arXiv:1006.4105] and the refs. therein.