

II-5. 液体金属の粘性計算に対する一つの アプローチ

東北大金研 竹内 栄 三 沢 正 勝

本報告は竹内・飯田による粘性研究の結果⁽¹⁾であり、液体金属の動的構造と粘性の機構に関してかなり直観的にとらえて粘性を計算する方法である。実験事実として金属の比熱が融点を境にしてほとんど変化しないこと、又中性子非弾性散乱から液体においても固体における音響フォノン類似の分散関係が得られることから、現在対象としている温度範囲（融点から約1000℃）の液体金属には多数のイオンによる集団運動、あるいはその中の1つのイオンに着目すれば固体類似の振動運動が、かなりの寿命で持続するものと考えられる。もちろん液体であるからこの様な集団運動は時間と共に弱まり振動は減衰しやがて他所へ比較的自由に移動し、そこで再びまわりのイオンと集団運動を行なうものとする。

粘性を流れの速度を均一化する運動量の輸送現象としてとらえ、運動量輸送を支配する機構は上で述べた振動状態にあるイオンがまわりの他のイオンと接触しそのイオンの流れの運動量を交換する機構であり、自由運動による運動量輸送は無視し得ると仮定する。

今 x 方向に流れの速度を持ち z 方向に速度勾配 du/dz を持つ液体において、速度一定の平面 $z = z_0$ を考えこの面を通して輸送される運動量を考える。この面から ℓ だけ離れた点のイオン i が行なう運動量交換は、 Z 方向に対し角度 θ で振動し振動の中心から距離 r 離れた両端で他のイオンと接触し運動量を交換すると考えると1回の振動により輸送される運動量は $2m(du/dz)r \cos \theta$ となる。 r にイオンが存在する確率を $g(r)$ とし、更に振動状態にある確率を $P(\bar{T})$ ($\bar{T}$ は熱平衡温度) とし振動を振動数 ν の Einstein モデルで考えれば、 $z = z_0$ の単位面積を単位時間に輸送される全運動量は

$$dp/dt = 2\nu m \rho^2 \frac{du}{dz} P(\bar{T}) \int_0^a r^2 g(r) dr \int_{-r}^r d\ell \int_0^{\cos^{-1} \frac{\ell}{r}} \cos \theta \sin \theta d\theta$$

$$= 4/3 \cdot \nu m \rho_0^2 \int_0^a du/dz P(\bar{T}) r^4 g(r) dr \quad (1)$$

ここに ρ_0 は平均数密度， a は $g(r)$ の第一ピークの上限である。 $P(\bar{T})$ はあるイオンが沸点に相当する運動エネルギーあるいはそれ以上のエネルギーを持つた時に振動状態から自由運動状態に移れるものと仮定し，その様なエネルギーのゆらぎの起る確率をガウス分布で仮定すると，沸点を T_b とすれば

$$P(\bar{T}) = 1 - \int_{T \geq T_b} \sqrt{3/8\pi} \cdot \exp(-3(T - \bar{T})^2 / 8\bar{T}^2) d((T - \bar{T})/\bar{T}) \quad (2)$$

で与えられる。(1)とニュートンの粘性法則

$$f = dp/dT = \eta \cdot du/dz \quad (3)$$

と比較すれば，粘性係数 η は

$$\eta = 4/3 \cdot \nu m \rho_0^2 P(\bar{T}) \int_0^a r^4 g(r) dr \quad (4)$$

と求められる。 $g(r)$ を含む積分は， $g(r)$ を熱平衡時の平均の分布関数で近似すれば， $g(r)$ の第一ピークの値 $g(\sigma)$ を用いて

$$\int_0^a r^4 g(r) dr \approx 0.39 g(\sigma) \sigma^5$$

で良く近似できるので，これと $\rho_0 \sim 1/\sigma^3$ を用いれば η の近似式として

$$\eta \approx 13/25 \cdot m \nu / \sigma \cdot g(\sigma) P(\bar{T}) \quad (5)$$

が得られる。(4)あるいは(5)を計算するに際し ν が知られていないのである温度の η の実験値と一致するように実測の $g(r)$ を用いて ν を決定し， ν の温度変化は無視し得ると仮定して実測の $g(r)$ の温度変化を用いて η を計算すると非常に良く一致する。一例として P_b の計算結果を下図に示す。実測の η と合せた温度は 780°C であり，求めた ν は $1.6 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$ である。これと Lindemann の融解公式から得られる $\nu_m = 2.0 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$ と比較する

と妥当な大きさである。

Pb, Rb, In の様に $a(K)$ が素直な金属は実測の η の温度変化がかなり大きく, この様な金属では実験と計算が良く一致するが, Sn の様に $a(K)$ に sub-peak のある金属は η の温度変化が小さく, 一致は前者程良くない。

参 考 文 献

(1) 竹内・飯田: to be published

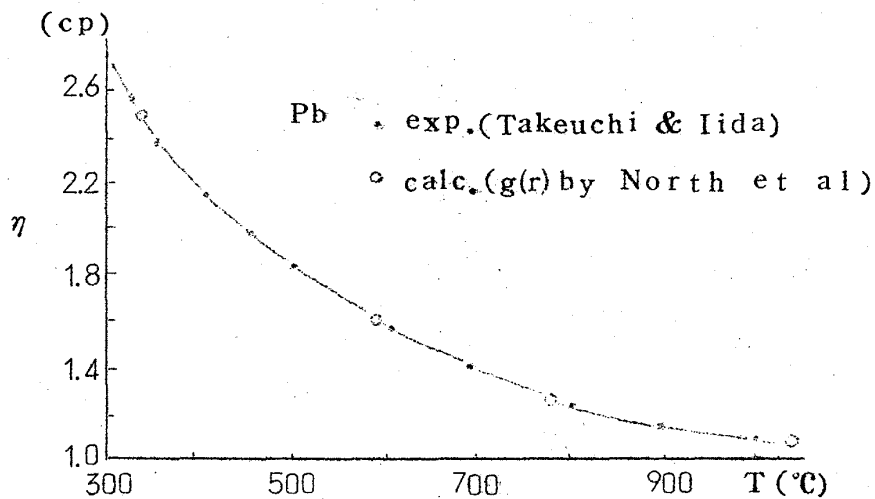


図: Pb の粘性係数 η の実験値と計算値の比較