

セツバック建物の弾性地震応答解析のための層方向縮約モデル

ADVANCED MODEL REDUCTION METHOD FOR ELASTIC EARTHQUAKE
RESPONSE ANALYSIS OF SHEAR BUILDINGS WITH SETBACK

足立 冬樹*, 吉富 信太**, 辻 聖晃***, 竹脇 出****

*Fuyuki ADACHI, Shinta YOSHITOMI, Masaaki TSUJI
and Izuru TAKEWAKI*

An advanced reduced model is proposed for elastic earthquake response analysis of shear building structures with setback. The proposed reduction method consists of two parts. The first stage is the construction of a reduced structural model with the degrees of freedom at representative floor levels only. The reduced model is constructed using an inverse eigenmode problem formulation so as to have the same fundamental natural frequency and lowest-mode component ratios at the representative floor levels as the original model. The second stage is the transformation of earthquake input forces into a set of reduced input forces. This transformation is introduced to enhance the accuracy level of the reduced model.

Keywords : Building with setback, Lateral-torsional vibration, Earthquake response analysis, Reduced model, Inverse problem in vibration

セツバック建物, ねじれ振動, 地震応答解析, 縮約モデル, 振動逆問題

1. 序

建物の重心や剛心の平面的な偏心が建物の耐震性にとって重要な要因であることは広く認識されており、構造設計基準にも組み込まれている。建物のねじれ応答に関しては、これまでに以下のような研究が行われている。

山崎は、2方向応力の相互作用効果と偏心量の応答に及ぼす影響について検討し¹⁾、鈴木・武田は、無偏心モデルの塑性仕事量から偏心モデルの塑性仕事量が近似的に評価できることと、耐力の低い構面への変形集中について整理している²⁾。尾崎らは、剛性・耐力の偏心あるいは各層重心が同一鉛直線に無いなどの理由によりねじれを生じる構造モデルについて、損傷分布の予測および変形集中を避ける方法について論じ³⁾、さらに文献³⁾の考えを発展させ、多層偏心建物モデルについて、各層のねじり-せん断耐力と各層の損傷分布の関係について理論を展開している⁴⁾。

坂本らは、剛性と床質量分布を確率変量とした立体骨組モデルについて、そのねじれ挙動の不規則性について検討を行っている⁵⁾。山田らは、有限共振原理という独自の理論に基づき偏心構造物の応答特性を解明している。その際、弾塑性応答は等価線形化されたモデルにより表現している⁶⁾。さらに坂本らは、1方向入力を受ける2

軸剛性偏心立体骨組の動特性と連成応答について解析的な考察を行っている⁷⁾。

寺田らは、柔剛混合架構を対象とし、偏心のある1層立体フレームの振動実験によりねじれに伴う剛部材の累積塑性変形倍率の偏りなどの応答特性を明らかにしている⁸⁾。Nakamura et al.は、2軸共通偏心立体せん断型構造物モデルに対する地震時の応答を制約する方法を提案し⁹⁾、高橋らは、偏心を有するRC高層立体骨組の2方向入力に対する地震時弾塑性応答を明らかにしている¹⁰⁾。

聲高と井上は、1層1スパン鋼構造偏心立体骨組の損傷集中構面における必要塑性変形能力について検討を行い、この必要塑性変形能力に及ぼす構造パラメータや地震入力方向の影響を明らかにしている。さらに、必要塑性変形能力の予測式を導き、理論的予測結果と動的応答解析結果の比較を行っている¹¹⁾。藤井らは、多層1軸偏心系モデルを等価単層1軸偏心系モデルに縮約した後に再度等価1自由度系モデルに縮約する操作と、各構面の塑性化の進展に伴うモード形の変動による影響を考慮して等価1自由度系モデルを作成する方法を提案し、各構面の変位の推定において2種類の外力分布による静的漸増荷重解析の包絡形を用いるなどの工夫を施した応答評価法を提案している¹²⁾。

* 京都大学工学研究科建築学専攻 大学院生
** 京都大学工学研究科建築学専攻 助教・博士(工学)
*** 京都大学工学研究科建築学専攻 准教授・博士(工学)
**** 京都大学工学研究科建築学専攻 教授・工博

Grad. Student, Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ.
Assistant Prof., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.
Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.
Prof., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

吉川らは、単層偏心建物を対象として、非線形マルチモード解析法の適用性について検討し、等価線形化法の減衰評価においてモード間の連成を考慮する必要があると結論づけている¹³⁾。倉本と星は、多層偏心建築物の各層・各構面の地震応答推定手法を検討している。具体的には、1次モード成分を評価する方法と、高次モード成分からなるもう一つの等価1自由度系の応答値に基づいた各構面の応答の高次モード成分の評価法を提案している¹⁴⁾。藤井は、全体降伏機構を形成する骨組より構成されたRC造多層偏心骨組を対象として、粘弾性制震部材を用いて柔側構面の最大応答変位を目標値に収めるための必要制震部材量の算定手法を提案している¹⁵⁾。

これまでの研究の多くは、各階の平面形状が同じで重心が同一鉛直線上にあるモデルを対象としており、低層部と高層部で平面規模が異なり、同時にそれぞれの中心軸が異なる所謂セットバック建物のような複雑な構造を有するモデルに対する検討は少ない。このセットバック建物の地震応答解析においては、偏心率がそれほど大きくない場合には、偏心がないものとして扱われる場合が多い。例えば許容応力度設計法においては、偏心率が全層で0.15を下回っていれば、偏心が無い建物として安全性の検定を行ってもよいこととなっている。しかしながら、ある程度偏心率が大きくなると、そのような効果を反映した詳細な解析が必要となる。汎用の地震応答解析プログラムでは、このような効果を詳細に考慮した解析が可能であるが、建物規模が大きくなり層数やスパン数が増えると解析には大きな労力が必要となる。また、構造計画段階では、骨組としての詳細な解析よりも簡易モデルとしての取り扱いが好まれる傾向にある。さらに構造設計段階においては、複数の地震動に対して種々の部材サイズのモデルに対する地震応答解析が比較的簡便に実行可能であることが期待されている。

このような背景のもとで、本論文では、弾性範囲内の限定された場合についてセットバック建物の地震応答解析用層方向縮約モデルを提案する。セットバック建物を扱うため、縮約モデルは2質点系モデルとする。制振装置の導入などによりレベル2地震動に対しても弾性限に近い応答を示すことが多い多自由度高層建物モデルについて、ダンパーの最適配置をはじめとする構造最適化の際に要求される設計感度解析をある程度の精度を保持しつつ効率的に実行可能なツールとしての縮約モデルの提案を想定する。これまでも、数層ごとの質点をそれぞれ1質点に置換し、対応する層の静的水平剛性を等置する方法等が実務等で用いられているが、質量や層剛性の縮約に関する理論的な提案はほとんど行われていない。本論文では、振動逆問題の中の逆固有モード問題に対する定式化（例えば文献9, 16, 17）を有効に利用し、確かな理論的背景のもとで縮約モデルを提案する。さらに、構造物の縮約だけでは十分な精度が保証されないため、地震入力力の縮約も行う。この地震入力力の縮約においては、原モデルと縮約モデルの静的な剛性の等価性に基づき縮約を行う。

数値例題として10層構造物を扱い、下層が1層で上層が9層のモデルと、下層が3層で上層が7層のモデルを想定する。セットバックの境界部分は代表点として選定し、その他に最上層の点をもう一つの代表点とする。従って縮約モデルは2質点モデルとなる。縮約モデルの精度を検証する応答量は、最上層の重心の並進変位、回転角、および最上層の両端柱の柱頭の変位とする。

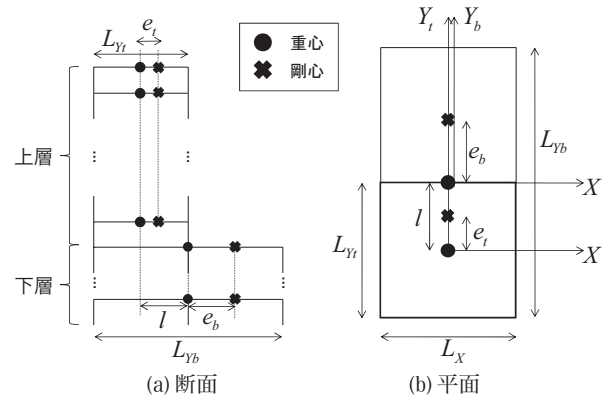


図1 セットバック建物の一例

2. 構造モデルの縮約

図1 (a) のように、重心位置と剛心位置がそれぞれ同一鉛直線上にある下層と上層の2つの部分によって構成されているセットバック建物を対象とする。図1 (b) のように、原モデルの X 方向の長さは全層で等しく L_x とし、下層の Y 方向の長さを L_{yb} 、上層の Y 方向の長さを L_{yi} とする。本モデルは X 方向入力に対してのみねじれ振動を生じるため、本論文では地震動の入力は X 方向とする。重心位置のずれを l とする。下層と上層それぞれについて偏心率は等しいとして、下層の偏心率を Re_{xb} 、上層の偏心率を Re_{xi} とする。 X 方向の剛性に対する Y 方向の剛性の比を α とする。この時、下層と上層それぞれについて偏心距離は一定の値になるので、下層の偏心距離を e_b 、上層の偏心距離を e_i と表す。尚、重心は柱軸力から算出する場合が多いが、ここでは振動を直接扱うため、床および構造部材の質量中心のことを重心と呼ぶ。縮約モデルに関する量を $(\quad)$ で表す。

構造モデルの縮約においては、下層と上層の境界に位置する節点と最上部節点を縮約モデルの節点とし「縮約代表点」と呼ぶ。従って縮約モデルは2質点となる。縮約モデルのそれぞれの質点以下に存在する原モデルの質量および回転慣性をそれぞれの質点に集約する。重心と剛心の位置もそれぞれ原モデルと同じとする。縮約モデルの並進およびねじれ剛性は、縮約代表点における原モデルと縮約モデルの1次固有モード成分比と両モデルの1次固有振動数が同一であるという条件から決定する。この具体的な表現は4節に示す。ただし、1次の刺激関数が両モデルでは異なるため、単純に地震動を入力するだけでは両者に無視できない程度の差が生じる。この誤差を近似的に解消するために次節の地震時慣性力の縮約を行う。

3. 地震時慣性力の縮約

構造物の X 方向に地震動 $\ddot{u}_g(t)$ が入力された時の原モデルの運動方程式は次式で表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ は原モデルの質量行列、減衰行列、剛性行列を表し、 $\mathbf{x}(t)$ は重心の水平変位ベクトルと回転角ベクトルを縦に並べたベクトルを表す。また、 $\mathbf{r}$ は成分の数が原モデルの層数の2倍の影響係数ベクトルを表す。その成分の上半分は全て1、他は0である。

図2のように、 i 層の質量 m_i に対して (1) 式の右辺の第 i 成分 $-m_i\ddot{u}_g(t)$ を原モデルの第 i 層の地震時慣性力（実際の慣性力の一部）と定義する。本論文で扱う時刻歴応答解析では、この地震時慣性力が原モデルの各層に作用する外力となる。また、 i 層の床の回転慣性

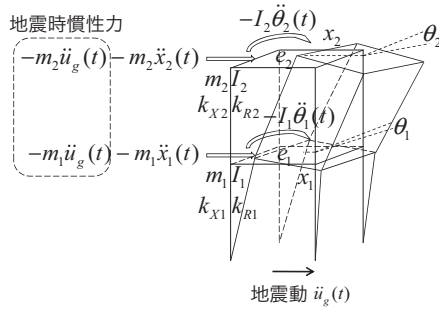


図2 地震時慣性力

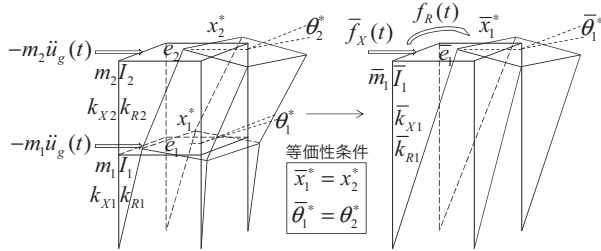


図3 縮約地震時慣性力

を I_i 、並進剛性を k_{Xi} 、剛心回りのねじれ剛性を k_{Ri} とする。

地震時慣性力の縮約法においては、主体構造の復元力のみで抵抗するようなモデルを考え、これを復元力抵抗モデルと呼ぶ¹⁸⁾。多層モデルを縮約する際、復元力抵抗モデルを用いた重心の変位と回転角の等価性条件により地震時慣性力を縮約する。縮約された地震時慣性力を縮約地震時慣性力と呼ぶ。概念の単純明快な提示のため、図3の2層モデルを原モデルとし1層モデルに縮約する場合を示す。

原モデルの第 i 層に時刻 t における地震時慣性力 $-m_i \ddot{u}_g(t)$ を静的に作用させたときの原モデルの重心の水平変位ベクトルと回転角ベクトルを縦に並べたベクトルを $\mathbf{x}^*$ として力のつり合いを書くと次式となる。

$$\mathbf{K}\mathbf{x}^* = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (2)$$

$\mathbf{r}$ は2層モデルでは次のように表される。

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

縮約モデルに作用する並進方向に関する縮約地震時慣性力を $\bar{f}_X(t)$ 、回転方向に関する縮約地震時慣性力を $\bar{f}_R(t)$ とする。縮約モデルにこれらを静的に作用させたときの縮約モデルの重心の水平変位ベクトルと回転角ベクトルを縦に並べたベクトルを $\bar{\mathbf{x}}^*$ として力の釣り合いを書くと次式となる。

$$\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{x}}^* = \bar{\mathbf{f}}(t) \quad (4)$$

ただし、 $\bar{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{f}}(t)$ は縮約モデルの剛性行列および縮約地震時慣性力ベクトルであり、次のように表される。

$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \bar{k}_{X1} & \bar{e}_1 \bar{k}_{X1} \\ \bar{e}_1 \bar{k}_{X1} & \bar{e}_1^2 \bar{k}_{X1} + \bar{k}_{R1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\bar{\mathbf{f}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{f}_X(t) & \bar{f}_R(t) \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$\bar{k}_{X1}, \bar{k}_{R1}, \bar{e}_1$ は縮約モデルの並進剛性、ねじれ剛性、偏心距離を表す。

原モデルの縮約代表位置での重心の水平変位と回転角が、対応する縮約モデルの重心の水平変位と回転角に等しいという等価性条件から縮約地震時慣性力を導く。ここでは、等価性条件は次式となる。

$$\bar{x}_1^* = x_2^* \quad (7)$$

$$\bar{\theta}_1^* = \theta_2^* \quad (8)$$

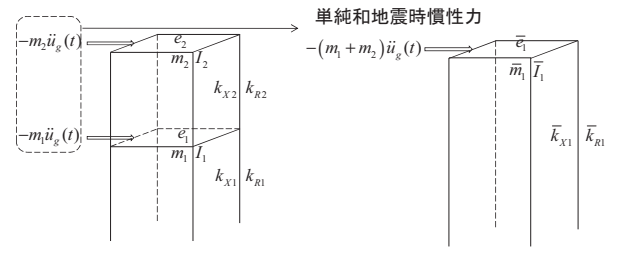


図4 単純和地震時慣性力

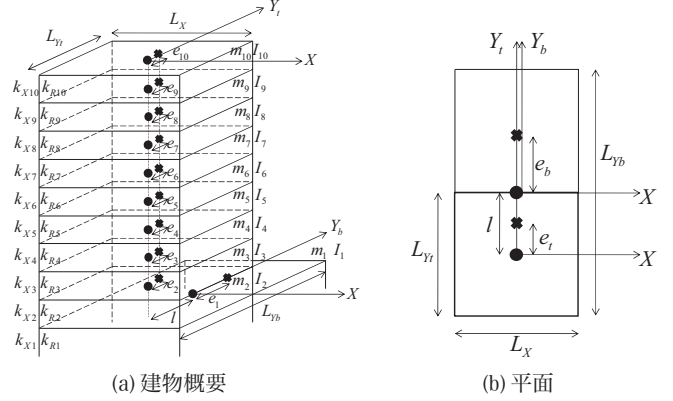


図5 下層が1層で上層が9層の10層モデル（モデル(A)）

この等価性条件を、ベクトルと行列を用いて表現すれば次式となる。

$$\bar{\mathbf{x}}^* = \begin{bmatrix} \bar{x}_1^* \\ \bar{\theta}_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2^* \\ \theta_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^* & x_2^* & \theta_1^* & \theta_2^* \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}\mathbf{x}^* \quad (9)$$

(9) 式の $\mathbf{T}$ は縮約変換行列と呼ばれ次式で表される。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

(4) 式に (9) 式を代入すると次式を得る。

$$\bar{\mathbf{f}}(t) = \bar{\mathbf{K}}\mathbf{T}\mathbf{x}^* \quad (11)$$

また、(2) 式より次式が導かれる。

$$\mathbf{x}^* = -\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (12)$$

(12) 式を (11) 式に代入することにより縮約地震時慣性力 $\bar{\mathbf{f}}(t)$ は次式で表される。

$$\bar{\mathbf{f}}(t) = -\bar{\mathbf{K}}\mathbf{T}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (13a)$$

原モデルには地震時慣性力は並進方向にのみ作用しているのに対して、縮約モデルには並進方向の縮約地震時慣性力に加えて回転方向の縮約地震時慣性力も作用する。ただし、図4のように、質量や回転慣性と同じく、原モデルに作用する地震時慣性力を縮約する層ごとに単純に加えたもの(単純和地震時慣性力と呼ぶ)を縮約モデルに作用する地震時慣性力とした場合には、縮約モデルには並進方向の地震時慣性力しか作用しない。これは、縮約モデルに地震動を入力した場合に相当する。

縮約構造モデルの質量行列、減衰行列、剛性行列、節点変位ベクトルを $\bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{x}}$ で表すと、縮約地震時慣性力に対する応答解析は (13a) 式の $\bar{\mathbf{f}}(t)$ を用いて次式を解くことにより得られる。

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\bar{\mathbf{x}}}(t) + \bar{\mathbf{C}}\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) + \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{x}}(t) = \bar{\mathbf{f}}(t) \quad (13b)$$

一方、単純和地震時慣性力による応答解析は (13b) 式の右辺を $-\bar{\mathbf{M}}\ddot{\bar{\mathbf{r}}}_g(t)$ に変更したものをを用いて行われる。ただし、 $\bar{\mathbf{r}}$ は第1成分

が1, 第2成分が0の2次元ベクトルである。

既往の方法では、縮約構造モデルは1質点に限定される場合がほとんどである。代表的なものとしては、縮約される1質点の質量を1次振動におけるベースシヤアの等価性条件を用いて等価質量として定義し、その位置を1次振動における1階床の転倒モーメントの等価性条件を用いて等価高さなどとして定義している¹⁹⁾。しかし、この定義では1次振動成分の近似の精度は比較的良好だが、高次振動成分の影響が大きくなるような場合にはその精度は保証されない。それに対して、本論文の方法では、静的な外力に対するものではないが、水平剛性が等価となるように地震動入力効果を変換しているため、構造モデルの縮約だけでは保証されない精度を格段に高めることが可能となっている。

4. 構造モデルと地震時慣性力の縮約法による数値例

4.1 下層が1層で上層が9層の10層モデル

図5のような下層が1層で上層が9層の10層モデル(モデル(A):セットバック階が2階)を考える。この10層原モデルの下層と上層の最上層を縮約代表位置として図6のように主体構造を縮約する。縮約モデルの重心のずれ $\bar{l}$ は原モデルの l と等しいとする。

縮約モデルに関して $\bar{\mathbf{x}} = \{\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \bar{\theta}_1 \ \bar{\theta}_2\}^T$ を用いて非減衰自由振動時の運動方程式を行列表記すると次式となる。

$$\text{diag}(\bar{m}_1 \ \bar{m}_2 \ \bar{I}_1 \ \bar{I}_2) \ddot{\bar{\mathbf{x}}} + \begin{bmatrix} \bar{k}_{x1} + \bar{k}_{x2} & -\bar{k}_{x2} & \bar{e}_1 \bar{k}_{x1} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{k}_{x2} & -\bar{e}_2 \bar{k}_{x2} \\ -\bar{k}_{x2} & \bar{k}_{x2} & -(\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{k}_{x2} & \bar{e}_2 \bar{k}_{x2} \\ \bar{e}_1 \bar{k}_{x1} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{k}_{x2} & -(\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{k}_{x2} & \bar{e}_1^2 \bar{k}_{x1} + (\bar{e}_2 - \bar{l})^2 \bar{k}_{x2} & -\bar{e}_2 (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{k}_{x2} \\ -\bar{e}_2 \bar{k}_{x2} & \bar{e}_2 \bar{k}_{x2} & -\bar{e}_2 (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{k}_{x2} - \bar{k}_{r2} & \bar{e}_2^2 \bar{k}_{x2} + \bar{k}_{r2} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (14)$$

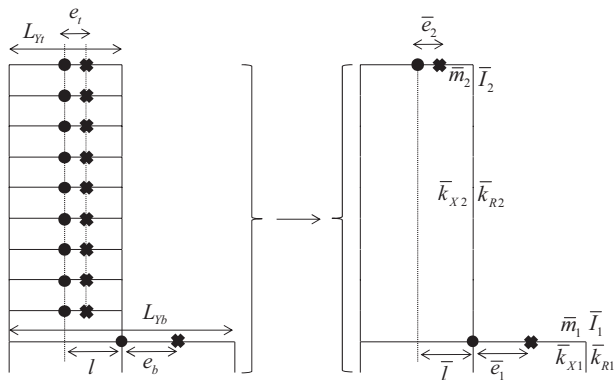
縮約モデルの変位と回転角が1次振動成分のみを用いて表されるとすると、 A を未定定数として次のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \bar{\theta}_1 & \bar{\theta}_2 \end{Bmatrix}^T = A \begin{Bmatrix} \bar{u}_1^{(1)} & \bar{u}_2^{(1)} & \bar{\varphi}_1^{(1)} & \bar{\varphi}_2^{(1)} \end{Bmatrix}^T e^{i\bar{\omega}^{(1)} t} \quad (15)$$

(15)式を(14)式に代入すると、次式が得られる。

$$-\bar{m}_1 \bar{\omega}^{(1)2} \bar{u}_1^{(1)} + \bar{k}_{x1} (\bar{u}_1^{(1)} + \bar{e}_1 \bar{\varphi}_1^{(1)}) - \bar{k}_{x2} \left[(\bar{u}_2^{(1)} + \bar{e}_2 \bar{\varphi}_2^{(1)}) - \left\{ \bar{u}_1^{(1)} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{\varphi}_1^{(1)} \right\} \right] = 0 \quad (16)$$

$$-\bar{m}_2 \bar{\omega}^{(1)2} \bar{u}_2^{(1)} + \bar{k}_{x2} \left[(\bar{u}_2^{(1)} + \bar{e}_2 \bar{\varphi}_2^{(1)}) - \left\{ \bar{u}_1^{(1)} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{\varphi}_1^{(1)} \right\} \right] = 0 \quad (17)$$



10層原モデル(A)

2層縮約モデル

図6 10層原モデル(A)から2層縮約モデルへの縮約

$$-\bar{I}_1 \bar{\omega}^{(1)2} \bar{\varphi}_1^{(1)} + \bar{k}_{r1} \bar{\varphi}_1^{(1)} - \bar{k}_{r2} (\bar{\varphi}_2^{(1)} - \bar{\varphi}_1^{(1)}) + \bar{e}_1 \bar{k}_{x1} (\bar{u}_1^{(1)} + \bar{e}_1 \bar{\varphi}_1^{(1)}) - (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{k}_{x2} \left[(\bar{u}_2^{(1)} + \bar{e}_2 \bar{\varphi}_2^{(1)}) - \left\{ \bar{u}_1^{(1)} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{\varphi}_1^{(1)} \right\} \right] = 0 \quad (18)$$

$$-\bar{I}_2 \bar{\omega}^{(1)2} \bar{\varphi}_2^{(1)} + \bar{k}_{r2} (\bar{\varphi}_2^{(1)} - \bar{\varphi}_1^{(1)}) + \bar{e}_2 \bar{k}_{x2} \left[(\bar{u}_2^{(1)} + \bar{e}_2 \bar{\varphi}_2^{(1)}) - \left\{ \bar{u}_1^{(1)} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{\varphi}_1^{(1)} \right\} \right] = 0 \quad (19)$$

(16)～(19)式から縮約モデルの剛性 $\bar{k}_{xi}$, $\bar{k}_{ri}$ は次式で表される。

$$\bar{k}_{x1} = \frac{\bar{m}_1 \bar{u}_1^{(1)} + \bar{m}_2 \bar{u}_2^{(1)}}{\bar{u}_1^{(1)} + \bar{e}_1 \bar{\varphi}_1^{(1)}} \bar{\omega}^{(1)2} \quad (20)$$

$$\bar{k}_{x2} = \frac{\bar{m}_2 \bar{u}_2^{(1)}}{(\bar{u}_2^{(1)} + \bar{e}_2 \bar{\varphi}_2^{(1)}) - \left\{ \bar{u}_1^{(1)} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \bar{\varphi}_1^{(1)} \right\}} \bar{\omega}^{(1)2} \quad (21)$$

$$\bar{k}_{r1} = \frac{\bar{I}_1 \bar{\varphi}_1^{(1)} + \bar{I}_2 \bar{\varphi}_2^{(1)} - \bar{e}_1 (\bar{m}_1 \bar{u}_1^{(1)} + \bar{m}_2 \bar{u}_2^{(1)}) - \bar{l} \bar{m}_2 \bar{u}_2^{(1)}}{\bar{\varphi}_1^{(1)}} \bar{\omega}^{(1)2} \quad (22)$$

$$\bar{k}_{r2} = \frac{\bar{I}_2 \bar{\varphi}_2^{(1)} - \bar{e}_2 \bar{m}_2 \bar{u}_2^{(1)}}{\bar{\varphi}_2^{(1)} - \bar{\varphi}_1^{(1)}} \bar{\omega}^{(1)2} \quad (23)$$

縮約モデルに対する逆固有モード問題の解(20)～(23)に次の1次固有円振動数と1次固有モード成分比の等価性条件を代入する。

$$\bar{\omega}^{(1)} = \omega^{(1)} \quad (1 \text{ 次固有円振動数}) \quad (24)$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{u}_1^{(1)} & \bar{u}_2^{(1)} & \bar{\varphi}_1^{(1)} & \bar{\varphi}_2^{(1)} \end{Bmatrix}^T = B \begin{Bmatrix} u_1^{(1)} & u_{10}^{(1)} & \varphi_1^{(1)} & \varphi_{10}^{(1)} \end{Bmatrix}^T \quad (25)$$

$$\left(\Rightarrow \frac{\bar{\varphi}_2^{(1)}}{\bar{u}_2^{(1)}} = \frac{\varphi_{10}^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}, \frac{\bar{\varphi}_1^{(1)}}{\bar{u}_1^{(1)}} = \frac{\varphi_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}, \frac{\bar{u}_1^{(1)}}{\bar{u}_2^{(1)}} = \frac{u_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} \right)$$

ただし、 B は未定定数を表す。このとき、縮約モデルの並進剛性 $\bar{k}_{xi}$ とねじれ剛性 $\bar{k}_{ri}$ を次式で決定することができる。

$$\bar{k}_{x1} = \frac{\bar{m}_1 \frac{u_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + \bar{m}_2}{\frac{u_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + \bar{e}_1 \frac{\varphi_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}} \omega^{(1)2}, \bar{k}_{x2} = \frac{\bar{m}_2}{\left(1 + \bar{e}_2 \frac{\varphi_{10}^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} \right) - \left\{ \frac{u_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \frac{\varphi_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} \right\}} \bar{\omega}^{(1)2} \quad (26, 27)$$

$$\bar{k}_{r1} = \frac{\bar{I}_1 \frac{\varphi_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + \bar{I}_2 \frac{\varphi_{10}^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} - \bar{e}_1 \left(\bar{m}_1 \frac{u_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + \bar{m}_2 \right) - \bar{l} \bar{m}_2}{\frac{\varphi_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}} \omega^{(1)2} \quad (28)$$

$$\bar{k}_{r2} = \frac{\bar{I}_2 \frac{\varphi_{10}^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} - \bar{e}_2 \bar{m}_2}{\frac{\varphi_{10}^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} - \frac{\varphi_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}} \omega^{(1)2} \quad (29)$$

(9)式の縮約変換行列 $\mathbf{T}$ は、変位と回転角の等価性条件

$$\bar{x}_1^* = x_1^*, \quad \bar{x}_2^* = x_{10}^* \quad (30a, b)$$

$$\bar{\theta}_1^* = \theta_1^*, \quad \bar{\theta}_2^* = \theta_{10}^* \quad (31a, b)$$

に対して次のように表される。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

(24), (25)の等価性条件から、1次振動成分における固有振動数と固有モードの等価性は保証されているが、刺激係数が原モデルと縮約モデルでは異なるため、単純に地震動を入力するだけでは両者に無視できない程度の差が生じる。この誤差を近似的に解消するために3節の地震時慣性力の縮約を行っている。

原モデルと縮約モデルの必要諸元を表1, 2に、固有円振動数を表3に示す。ここでは $L_{yb} = 80(m)$, $L_{y1} = L_x = 40(m)$, $l = 20(m)$ とす

表1 原モデルの諸元

層	m_i (kg)	I_i (kg・m ²)	k_{xi} (N/m)	e_i (m)	k_{ri} (N・m/rad)	r_{xi} (m)
1	3.20×10^6	2.13×10^9	3.54×10^9	5.88	3.06×10^{12}	29.4
2	1.60×10^6	4.27×10^8	3.41×10^9	3.40	9.84×10^{11}	17.0
3	1.60×10^6	4.27×10^8	3.28×10^9	3.40	9.47×10^{11}	17.0
4	1.60×10^6	4.27×10^8	3.10×10^9	3.40	8.93×10^{11}	17.0
5	1.60×10^6	4.27×10^8	2.84×10^9	3.40	8.20×10^{11}	17.0
6	1.60×10^6	4.27×10^8	2.53×10^9	3.40	7.29×10^{11}	17.0
7	1.60×10^6	4.27×10^8	2.15×10^9	3.40	6.20×10^{11}	17.0
8	1.60×10^6	4.27×10^8	1.71×10^9	3.40	4.92×10^{11}	17.0
9	1.60×10^6	4.27×10^8	1.20×10^9	3.40	3.46×10^{11}	17.0
10	1.60×10^6	4.27×10^8	6.32×10^8	3.40	1.82×10^{11}	17.0

表2 縮約モデルの諸元

層	$\bar{m}_j$ (kg)	$\bar{I}_j$ (kg・m ²)	$\bar{k}_{xj}$ (N/m)	$\bar{e}_j$ (m)	$\bar{k}_{rj}$ (N・m/rad)	$\bar{r}_{xj}$ (m)
1	3.20×10^6	2.13×10^9	5.51×10^9	5.88	4.85×10^{12}	29.7
2	1.44×10^7	3.84×10^9	6.16×10^8	3.40	1.81×10^{11}	17.0

表3 固有円振動数(rad/s)

固有円振動数	1次	2次	3次	4次
原モデル	5.57	7.43	13.7	18.0
縮約モデル	5.57	7.29	42.6	51.3

る。原モデルの第 i 層の質量 m_i 、回転慣性 I_i は床面積等の条件に基づき適切に決定している。 $r_{xi}, \bar{r}_{xj}$ は原モデルと縮約モデルの弾力半径を表し、偏心率は次のように設定する。

$$Re_{xb} = Re_{xi} = 0.2 \quad (33)$$

また、 X 方向の剛性に対する Y 方向の剛性の比 α については $\alpha=0.5$ とする。刺激関数の比較を図7に示す。

入力地震動には El Centro NS 1940, Taft EW 1952, Hachinohe NS 1968 記録地震波を用い、0.002 秒刻みで Newmark- β 法による時刻歴応答解析を行う ($\beta=1/4$ とする)。原モデル、縮約モデルの構造減衰は2%とし、剛性比例型減衰とする。

原モデルに地震動を入力した時の頂部の重心の水平変位、回転角、隅柱位置の変位と、縮約モデルに縮約地震時慣性力あるいは単純地震時慣性力を作用させた時の頂部の重心の水平変位、回転角、隅柱位置の変位を比較する。図8に時刻歴応答解析の結果を示し、表4、5にそれぞれ頂部、セットバック境界部の最大応答値を示す。ただし、表4、5には縮約地震時慣性力を作用させた場合を示す。表4から、重心変位については比較的安定した精度が確保されているといえる。それに対して、回転および隅柱については、10-20%の誤差を含む場合も見られる。また、地震波によっても異なるが、セットバック境界部では頂部よりも少し大きな誤差が生じるといえる。

4.2 下層が3層で上層が7層の10層モデル

図9のような、第1-3層の重心・剛心位置が、第4-10層とずれている10層モデル(モデル(B):セットバック階が4階)を縮約する。縮約モデルの重心のずれ $\bar{l}$ は原モデルの l と等しいとする。図10に10層原モデル(B)から2層縮約モデルへの縮約の概要を示す。

縮約モデルの並進剛性 $\bar{k}_{xj}$ とねじれ剛性 $\bar{k}_{rj}$ は、1次固有振動の支配式において1次固有振動モードに関する等価性条件を

$$\begin{aligned} \left\{ \bar{u}_1^{(1)} \quad \bar{u}_2^{(1)} \quad \bar{\varphi}_1^{(1)} \quad \bar{\varphi}_2^{(1)} \right\}^T &= B \left\{ u_3^{(1)} \quad u_{10}^{(1)} \quad \varphi_3^{(1)} \quad \varphi_{10}^{(1)} \right\}^T \\ \left(\Rightarrow \frac{\bar{\varphi}_2^{(1)}}{\bar{u}_2^{(1)}} = \frac{\varphi_{10}^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}, \frac{\bar{\varphi}_1^{(1)}}{\bar{u}_1^{(1)}} = \frac{\varphi_3^{(1)}}{u_3^{(1)}}, \frac{\bar{u}_1^{(1)}}{\bar{u}_2^{(1)}} = \frac{u_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

とすることにより、次式のように決定する。

$$\bar{k}_{x1} = \frac{\bar{m}_1 \frac{u_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + \bar{m}_2}{\frac{u_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + \bar{e}_1 \frac{\varphi_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}} \omega^{(1)2}, \bar{k}_{x2} = \frac{\bar{m}_2}{\left(1 + \bar{e}_2 \frac{\varphi_{10}^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} \right) - \left\{ \frac{u_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + (\bar{e}_2 - \bar{l}) \frac{\varphi_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} \right\}} \omega^{(1)2} \quad (35, 36)$$

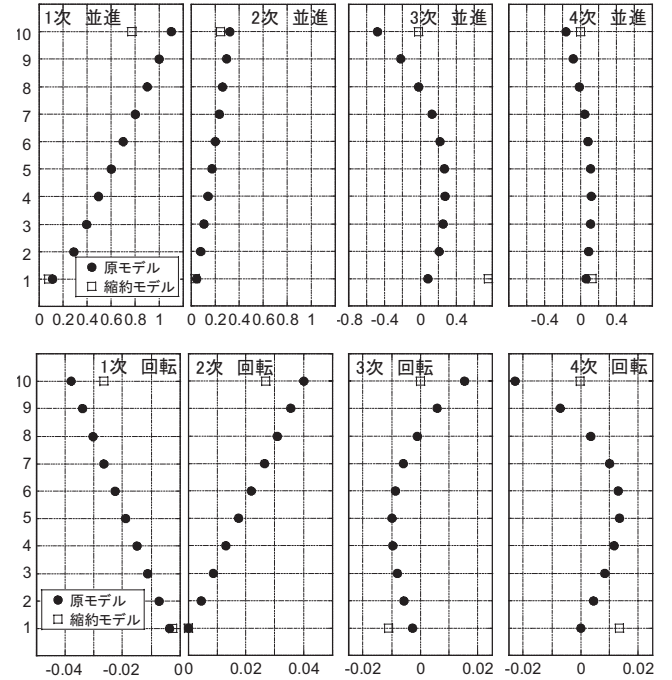


図7 刺激関数

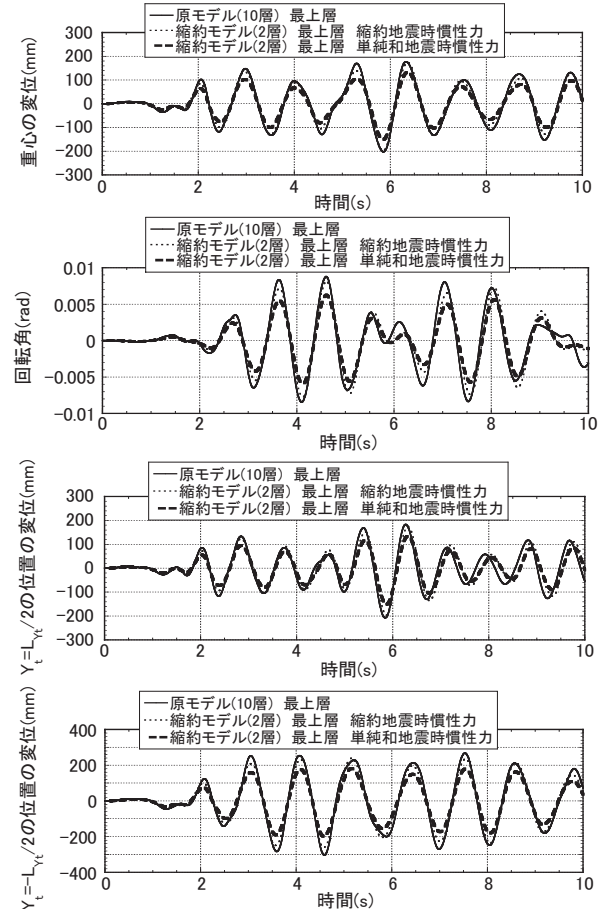


図8 原モデルと縮約モデルの時刻歴解析結果の比較

表4 最上層の最大応答値の比較

入力地震動	応答量	原モデル	縮約モデル (縮約地震時慣性力)	誤差(%)
El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	202	197	-2.46
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	8.77	8.12	-7.39
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	208	196	-5.40
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	303	260	-14.1
Taft EW 1952	重心の変位(mm)	82.3	76.1	-7.47
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	3.59	2.90	-19.1
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	99.3	88.5	-10.9
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	105	91.4	-12.8
Hachinohe NS 1968	重心の変位(mm)	134	126	-5.79
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	6.11	5.35	-12.4
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	118	114	-3.14
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	237	214	-9.56

表5 第1層の最大応答値の比較

入力地震動	応答量	原モデル	縮約モデル (縮約地震時慣性力)	誤差(%)
El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	25.6	22.8	-10.9
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	0.595	0.494	-17.0
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	10.8	10.4	-3.78
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	49.2	42.6	-13.5
Taft EW 1952	重心の変位(mm)	10.4	9.32	-10.4
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	0.274	0.192	-29.8
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	5.09	4.43	-13.1
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	20.6	16.0	-22.2
Hachinohe NS 1968	重心の変位(mm)	15.0	13.7	-8.47
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	0.460	0.428	-6.87
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	7.49	6.77	-9.64
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	32.0	30.8	-3.58

$$\bar{k}_{R1} = \frac{\bar{I}_1 \frac{\varphi_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + \bar{I}_2 \frac{\varphi_2^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} - \bar{e}_1 \left(\bar{m}_1 \frac{u_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} + \bar{m}_2 \right) - \bar{I} \bar{m}_2}{\frac{\varphi_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}} \omega^{(1)2} \quad (37)$$

$$\bar{k}_{R2} = \frac{\bar{I}_2 \frac{\varphi_2^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} - \bar{e}_2 \bar{m}_2}{\frac{\varphi_1^{(1)}}{u_{10}^{(1)}} - \frac{\varphi_3^{(1)}}{u_{10}^{(1)}}} \omega^{(1)2} \quad (38)$$

変位と回転角の等価性条件は次式で表される。

$$\bar{x}_1^* = x_3^*, \quad \bar{x}_2^* = x_{10}^*, \quad \bar{\theta}_1^* = \theta_3^*, \quad \bar{\theta}_2^* = \theta_{10}^* \quad (39a-d)$$

また、(9) 式の縮約変換行列 $\mathbf{T}$ は次式となる。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

原モデルと縮約モデルの必要諸元を表6、7に、固有円振動数を表8に示す。上下部分の弾力半径と偏心率、剛性比 α などのモデル設定値はモデル(A)と同様とする。入力地震動には前節と同様、El Centro NS 1940, Taft EW 1952, Hachinohe NS 1968 を用いる。

原モデルに地震動を入力した時の頂部の重心の水平変位、回転角、隅柱位置の変位と、縮約モデルに縮約地震時慣性力を作用させた時の頂部の重心の水平変位、回転角、隅柱位置の変位を比較する。表9、10にそれぞれ頂部、セットバック境界部の最大応答値を示す。頂部の重心の誤差は10%以内に収まっているのに対し、隅柱の変位では15%程度の誤差が生じている。また、セットバック境界部では、一部の地震波において少し大きな誤差が生じている。

5. 下層と上層で偏心率が異なる場合

原モデル(A)において、表11、図11のように下層と上層の偏心率

を0.2, 0, -0.2の組み合わせで変化させた9通りの場合について、原モデルに地震動を入力した時の頂部の重心の水平変位、回転角、隅柱位置の変位と、縮約モデルに縮約地震時慣性力を作用させた時の対応する頂部の最大応答値を比較する。前節までのモデルは偏心パターン2に対応している。通常、偏心率は正の値で定義されるが、ここでは剛心と重心の位置関係を表すために符号を付けている。

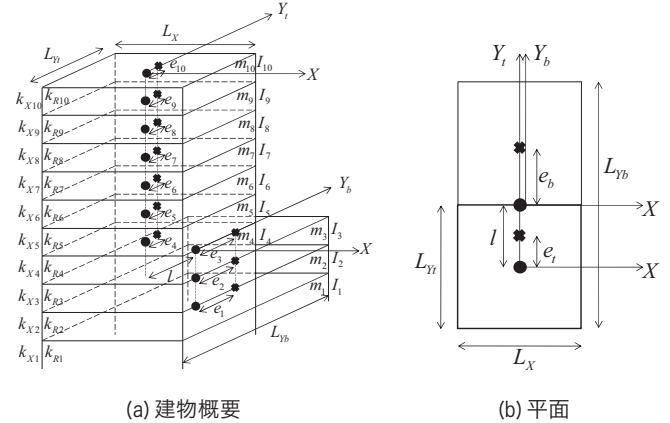


図9 下層が3層で上層が7層の10層モデル(モデル(B))

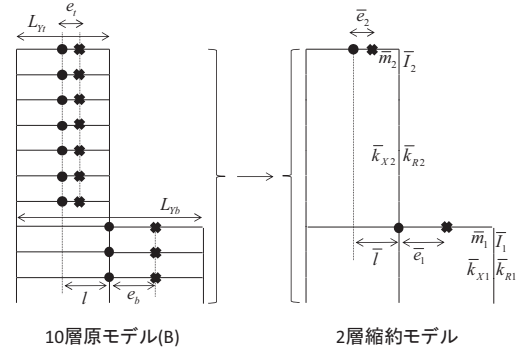


図10 10層原モデル(B)から2層縮約モデルへの縮約

表6 原モデルの諸元

層	m_i (kg)	I_i ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	k_{xi} (N / m)	e_i (m)	k_{Ri} ($\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad}$)	r_{xi} (m)
1	3.20×10^6	2.13×10^9	3.85×10^9	5.88	3.33×10^{12}	29.4
2	3.20×10^6	2.13×10^9	3.73×10^9	5.88	3.23×10^{12}	29.4
3	3.20×10^6	2.13×10^9	3.47×10^9	5.88	3.01×10^{12}	29.4
4	1.60×10^6	4.27×10^8	3.10×10^9	3.40	8.93×10^{11}	17.0
5	1.60×10^6	4.27×10^8	2.84×10^9	3.40	8.20×10^{11}	17.0
6	1.60×10^6	4.27×10^8	2.53×10^9	3.40	7.29×10^{11}	17.0
7	1.60×10^6	4.27×10^8	2.15×10^9	3.40	6.20×10^{11}	17.0
8	1.60×10^6	4.27×10^8	1.71×10^9	3.40	4.92×10^{11}	17.0
9	1.60×10^6	4.27×10^8	1.20×10^9	3.40	3.46×10^{11}	17.0
10	1.60×10^6	4.27×10^8	6.32×10^8	3.40	1.82×10^{11}	17.0

表7 縮約モデルの諸元

層	$\bar{m}_j$ (kg)	$\bar{I}_j$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	$\bar{k}_{xj}$ (N / m)	$\bar{e}_j$ (m)	$\bar{k}_{Rj}$ ($\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad}$)	$\bar{r}_{xj}$ (m)
1	9.60×10^6	6.40×10^9	1.72×10^9	5.88	1.49×10^{12}	29.4
2	1.12×10^7	2.99×10^9	6.08×10^8	3.40	1.79×10^{11}	17.2

表8 固有円振動数(rad/s)

固有円振動数	1次	2次	3次	4次
原モデル	5.26	8.29	13.4	17.1
縮約モデル	5.26	7.86	16.1	17.5

表9 最上層の最大応答値の比較

入力地震動	応答量	原モデル	縮約モデル	誤差(%)
El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	200	185	-7.61
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	7.37	6.92	-6.04
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	121	140	+15.6
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	319	289	-9.27
Taft EW 1952	重心の変位(mm)	82.7	76.1	-7.91
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	2.99	3.32	+10.9
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	72.9	70.7	-2.94
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	132	135	+2.18
Hachinohe NS 1968	重心の変位(mm)	149	139	-6.91
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	5.34	4.59	-14.1
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	87.8	102	+15.7
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	222	224	+0.751

表10 第3層の最大応答値の比較

入力地震動	応答量	原モデル	縮約モデル	誤差(%)
El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	51.8	57.7	+11.3
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	1.56	1.48	-5.15
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	36.3	34.5	-4.96
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	111	108	-2.79
Taft EW 1952	重心の変位(mm)	21.6	25.5	+18.3
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	0.872	0.696	-20.2
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	16.7	19.7	+17.5
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	53.5	39.0	-27.1
Hachinohe NS 1968	重心の変位(mm)	42.6	42.8	+0.559
	回転角($\times 10^{-3}$ rad)	1.26	1.16	-8.09
	正の側の隅柱位置の変位(mm)	32.7	31.1	-4.98
	負の側の隅柱位置の変位(mm)	89.9	83.3	-7.33

図12に9通りの場合のEl Centro NS 1940波に対する原モデルと縮約モデルの応答の比較を示す。上層の偏心率が-0.20となり、他のパターンに比べて上層の剛心位置が下層の重心から大きくずれるパターン3, 7, 8の重心変位の精度は、それ以外のパターンに比べて若干低下することがわかる。この傾向は上層の正側隅柱でも同様であるが、負側隅柱では必ずしも言えない。

6. 非比例減衰モデルへの応用

前節までは比例減衰モデルを扱っていた。ここでは、本論文で提案する方法が、精度は若干低下するものの非比例減衰モデルにも近似的に適用可能であることを示す。本論文では、構造モデルの縮約において1次固有周期と1次固有モードの等価性を保証し、縮約地震時慣性力の導入により高次モード成分までも近似的に考慮した上での水平剛性の等価性を保証している。非比例減衰モデルでは固有モード間の連成の影響が現れるが、その影響が限定的な場合には本論文で提案する手法は近似的に非比例減衰モデルにも適用可能であるといえる。

偏心パターン1と同じモデルについて、2層から10層の重心位置にすべて同じ減衰係数の粘性ダンパーが配置されるモデルを考える。粘性ダンパーの減衰係数はモード間の非連成近似に基づく付加減衰定数が0.05, 0.10, 0.15となるように設定する。これを4.1節と同様に2質点に縮約する。2層から10層の粘性ダンパーについては、

表11 原モデルの偏心パターン（剛心の変動）

偏心パターン	下層偏心率 Re_{Xb}	上層偏心率 Re_{Xt}
1	0.00	0.00
2	0.20	0.20
3	-0.20	-0.20
4	0.20	0.00
5	0.00	0.20
6	-0.20	0.00
7	0.00	-0.20
8	0.20	-0.20
9	-0.20	0.20

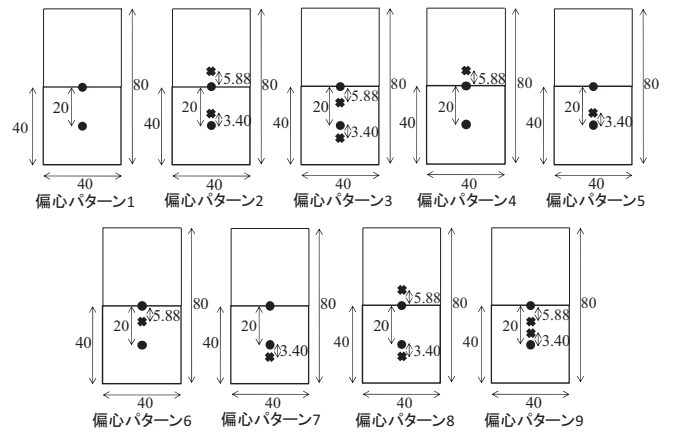


図11 種々の偏心パターン（剛心の変動：単位 m）

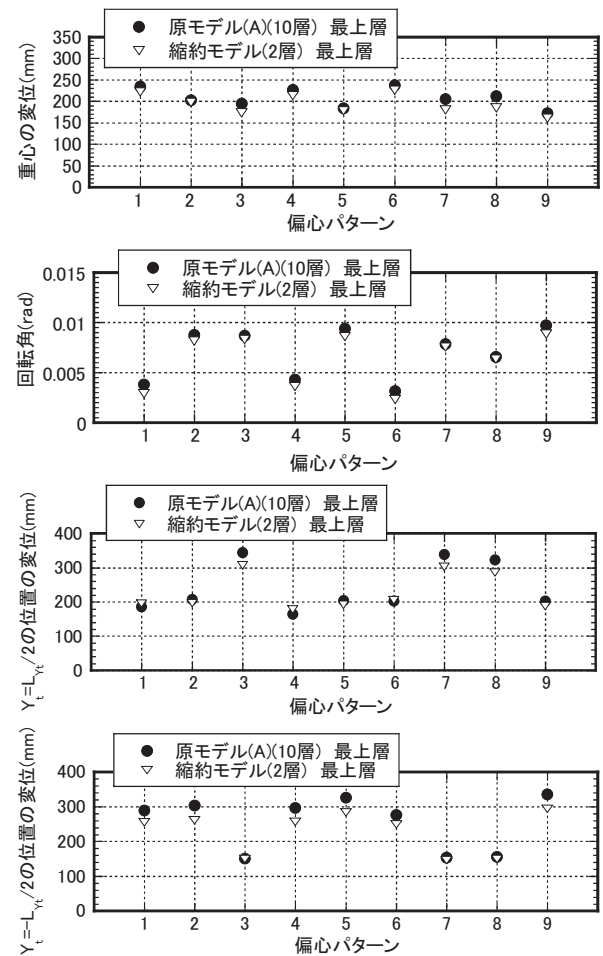


図12 9通りの偏心パターンに対する原モデルと縮約モデルの応答の比較 (El Centro NS 1940 波)

縮約モデルとしてのモード間の非連成近似に基づく付加減衰定数が原モデルと等しくなるように、縮約モデルの上層の重心位置に粘性ダンパーの減衰係数を設定する。

表12に偏心パターン1に対応する10層原モデルの諸元を、また表13に縮約モデルの諸元を示す。原モデルに地震動を入力した場合と、縮約モデルに縮約地震時慣性力を作用させた場合の最大応答を、頂部とセットバック境界部について比較する。表14, 15にそれぞれの比較を示す。ダンパーが無い場合に比べて回転角の精度が低下し、重心位置の変位の精度も若干低下している。また、隅柱の変位につ

表 12 原モデルの諸元 (偏心パターン 1)

層	m_i (kg)	I_i (kg・m ²)	k_{x_i} (N/m)	e_i (m)	k_{R_i} (N・m/rad)	r_{x_i} (m)
1	3.20×10^6	2.13×10^9	3.54×10^9	0.00	3.18×10^{12}	30.0
2	1.60×10^6	4.27×10^8	3.41×10^9	0.00	1.02×10^{12}	17.3
3	1.60×10^6	4.27×10^8	3.28×10^9	0.00	9.85×10^{11}	17.3
4	1.60×10^6	4.27×10^8	3.10×10^9	0.00	9.29×10^{11}	17.3
5	1.60×10^6	4.27×10^8	2.84×10^9	0.00	8.53×10^{11}	17.3
6	1.60×10^6	4.27×10^8	2.53×10^9	0.00	7.58×10^{11}	17.3
7	1.60×10^6	4.27×10^8	2.15×10^9	0.00	6.44×10^{11}	17.3
8	1.60×10^6	4.27×10^8	1.71×10^9	0.00	5.12×10^{11}	17.3
9	1.60×10^6	4.27×10^8	1.20×10^9	0.00	3.60×10^{11}	17.3
10	1.60×10^6	4.27×10^8	6.32×10^8	0.00	1.90×10^{11}	17.3

表 13 縮約モデルの諸元 (偏心パターン 1)

層	$\bar{m}_j$ (kg)	$\bar{I}_j$ (kg・m ²)	$\bar{k}_{x_j}$ (N/m)	$\bar{e}_j$ (m)	$\bar{k}_{R_j}$ (N・m/rad)	$\bar{r}_{x_j}$ (m)
1	3.20×10^6	2.13×10^9	5.60×10^9	0.00	5.02×10^{12}	29.9
2	1.44×10^7	3.84×10^9	6.21×10^8	0.00	1.81×10^{11}	17.1

表 14 最上層の最大応答値の比較 (偏心パターン 1)

付加減衰定数	入力地震動	応答量	原モデル	縮約モデル	誤差(%)
0.00	El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	234	222	-5.22
		回転角($\times 10^{-3}$ rad)	3.80	2.90	-23.5
		正側隅柱位置の変位(mm)	186	195	+4.94
		負側隅柱位置の変位(mm)	289	255	-11.6
0.05	El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	149	143	-4.29
		回転角($\times 10^{-3}$ rad)	2.75	2.03	-26.2
		正側隅柱位置の変位(mm)	132	120	-9.75
		負側隅柱位置の変位(mm)	194	171	-11.8
0.10	El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	108	102	-4.98
		回転角($\times 10^{-3}$ rad)	2.44	1.58	-35.3
		正側隅柱位置の変位(mm)	97.5	95.0	-2.57
		負側隅柱位置の変位(mm)	145	126	-13.3
0.15	El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	103	85.1	-17.7
		回転角($\times 10^{-3}$ rad)	2.24	1.32	-40.8
		正側隅柱位置の変位(mm)	95.3	78.4	-17.7
		負側隅柱位置の変位(mm)	118	100	-14.6

表 15 第 1 層の最大応答値の比較 (偏心パターン 1)

付加減衰定数	入力地震動	応答量	原モデル	縮約モデル	誤差(%)
0.00	El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	22.0	23.5	+6.96
		回転角($\times 10^{-3}$ rad)	0.567	0.526	-7.17
		正側隅柱位置の変位(mm)	4.91	5.92	+20.5
		負側隅柱位置の変位(mm)	43.5	42.6	-2.24
0.05	El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	17.1	15.4	-9.82
		回転角($\times 10^{-3}$ rad)	0.428	0.345	-19.3
		正側隅柱位置の変位(mm)	4.82	5.48	+13.7
		負側隅柱位置の変位(mm)	33.1	28.2	-14.7
0.10	El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	13.9	12.6	-9.30
		回転角($\times 10^{-3}$ rad)	0.343	0.262	-23.7
		正側隅柱位置の変位(mm)	4.57	5.21	+14.0
		負側隅柱位置の変位(mm)	26.8	22.8	-14.8
0.15	El Centro NS 1940	重心の変位(mm)	11.9	10.9	-8.11
		回転角($\times 10^{-3}$ rad)	0.293	0.225	-23.1
		正側隅柱位置の変位(mm)	4.65	5.02	+7.88
		負側隅柱位置の変位(mm)	23.0	19.7	-14.4

いても、付加減衰定数が 0.15 と大きくなると、15% を越える誤差が生じている。しかしながら高層建物において 0.15 という減衰定数はかなり大きな量であり、通常の減衰量の範囲では、一部を除いてほぼ 15% 以内の誤差に抑えられるといえる。

7. 結論

本論文で得られた主な成果は以下の通りである。

- (1) セットバック建物の地震応答解析のための層方向縮約モデルの構築に関して、振動逆問題の中の逆固有モード問題に対する定式化を有効に利用した縮約モデルの構築法を提案した。提案縮約モデルは、構造モデルの縮約と地震動入力効果の縮約の 2 段階から構成されている。
- (2) 構造モデルの縮約は、セットバックの境界部分と最上層の点を縮約モデル構築用の代表点として選定し、原モデルと縮約モデルの 1 次固有振動数と代表点における 1 次固有モード成分比を等価性条件とする層方向縮約から構成されている。
- (3) 復元力抵抗モデルを用いた原モデルと縮約モデルの静的な意味での剛性の等価性条件から地震動入力効果を縮約する方法を提案した。この地震動入力効果の縮約の導入により、構造モデルの縮約だけでは十分でない精度向上が可能となる。しかしながら、ねじれない並進モデルに比べて、2 次以降の固有モードが少なからず影響するセットバックモデルでは、提案縮約法の精度が低下する場合が存在するため、十分な注意が必要である。
- (4) 数値例題として 10 層構造物を扱い、下層が 1 層で上層が 9 層のモデルと、下層が 3 層で上層が 7 層のモデルについて、原モデルとの比較を通じて提案縮約モデルの精度を調べた。最上層の重心の並進変位については概ね数パーセント以内の誤差で原モデルの応答を予測可能であるが、回転角、および最上層の両端柱の柱頭の変位については、一部 10% を超える誤差が生じる場合がある。
- (5) 剛心位置が上層と下層で種々変化した場合について検討した。上層の剛心位置が下層の重心から大きくずれるパターンのモデルの重心変位の精度は、それ以外のパターンに比べて若干低下することを明らかにした。この傾向は上層の正側隅柱（下層の重心に近い側）でも同様であるが、負側隅柱（下層の重心から遠い側）では必ずしも言えないことを明らかにした。
- (6) 提案する層方向縮約法は、粘性ダンパーが付加された非比例減衰モデルにも応用できることを示した。しかしながら、付加粘性ダンパーの量が多くなり非比例減衰効果が大きくなると、回転角や最上層の両端柱の柱頭の変位などでは精度低下が見られるため、注意が必要となることを明らかにした。

剛心や重心の層方向の変動がセットバックによる量に比べて無視できない場合には本理論は適用できない。そのような場合には原モデルを直接扱う必要がある。

謝辞

本研究の一部は日本学術振興会の科学研究費補助金による (No.21360267)、ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 山崎 裕: 2 方向強震動による偏心構造物の非線形応答, 日本建築学会論文報告集, NO.310, pp61-69, 1981.12.
- 2) 鈴木 哲夫, 武田 寿一: 偏心のある建物の耐震性評価に関する研究その 1. 弾塑性振れ応答解析に基づく損傷分布の傾向, 日本建築学会構造系論文報告集, NO.354, pp23-31, 1985.8.
- 3) 尾崎昌凡, 曾田五月也, 安田征一郎, 波川智明: 1 層偏心構造物の保有水平耐力と塑性変形に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, NO.364, pp53-60, 1986.6.
- 4) 尾崎昌凡, 曾田五月也, 安田征一郎, 加藤修: 強震を受ける多層偏心構造物の損傷予測に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, NO.375,

- pp18-27, 1987.5.
- 5) 坂本順, 河野守, 村松匡太: 立体骨組の剛性・床質量分布の不規則性によるねじれ偏心に関する確率論的考察, 日本建築学会構造系論文報告集, NO.390, pp79-87, 1988.8.
- 6) 山田稔, 河村廣, 谷明勲, 亜洲: 有限共振原理に基づく偏心構造物の極限応答解析 (1. モード分離応答解析法), 日本建築学会構造系論文報告集, NO.394, pp66-77, 1988.12.
- 7) 坂本順, 曲華, 服部匠: 2 軸剛性偏心骨組の動特性と並進・捩れ連成唸り振動についての解析的考察, 日本建築学会構造系論文報告集, NO.420, pp143-152, 1991.2.
- 8) 寺田岳彦, 矢部喜堂, 真瀬伸治: 偏心を有する柔剛混合鉄骨架構の弾塑性捩れ応答, 日本建築学会構造系論文報告集, NO.425, pp47-56, 1991.7.
- 9) T.Nakamura and Y.Nakamura: Stiffness design of 3-D shear buildings for specified seismic drifts, J. of Struct. Engrg, ASCE, Vol.119, No.1, pp50-68, 1993.1.
- 10) 高橋元美, 磯崎 浩, 萩原 一: 偏心を有する高層 RC 造立体骨組の 2 方向入力による弾塑性地震応答解析, 日本建築学会構造系論文集, NO.499, pp85-92, 1997.9.
- 11) 聲高裕治, 井上一郎: 鋼構造強柱偏心立体骨組におけるエネルギー消費部材の必要塑性変形能力 (1 層 1 スパン耐力偏心骨組), 日本建築学会構造系論文集, NO.524, pp125-132, 1999.10.
- 12) 藤井賢志, 中埜良昭, 真田靖士: 1 方向地震入力を受ける多層 1 軸偏心建築物の各構面最大応答変位の推定手法, 日本建築学会構造系論文集, NO.583, pp99-106, 2004.9.
- 13) 吉川和秀, 岡野 創, 小鹿紀英: 高次モードを考慮した等価線形化法による単層偏心建築物の地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, NO.621, pp57-65, 2007.11.
- 14) 倉本 洋, 星 龍典: 多層偏心建築物における各構面の地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, NO.624, pp251-257, 2008.2.
- 15) 藤井賢志: 粘弾性制震部材を用いた鉄筋コンクリート造多層偏心骨組の地震応答制御手法, 日本建築学会構造系論文集, NO.634, pp2195-2204, 2008.12.
- 16) T.Nakamura and T.Yamane: Optimum design and earthquake-response constrained design of elastic shear buildings, Earthq. Engrg. Struct. Dyn., Vol.14, No.5, pp797-815, 1986.9.
- 17) 竹脇出, 中村恒善: 下部剛性指定せん断型構造物モデルの混合型逆定式化による地震時応答制約剛性設計, 日本建築学会構造系論文集, NO.455, pp47-59, 1994.1.
- 18) 辻聖晃, 国分宏樹, 吉富信太, 竹脇出: 非線形復元力特性を有する制振ダンパーの構造縮約モデルを用いた最適配置法, 日本建築学会構造系論文集, NO.658, pp2143-2152, 2010.12.
- 19) 柴田明德: 最新耐震構造解析, 森北出版, pp76-77, 1981.

(2011年4月1日原稿受理, 2011年8月11日採用決定)