

木構造における円形鋼棒接合部に関する 時間依存型変形モデルの提案

小 松 幸 平*

Proposal of Time-Dependent Deformation Model for Steel Dowel Joints in Timber Structures

Kohei KOMATSU

(平成11年8月30日受理)

1. 目 的

これまで、釘、ボルト、ドリフトピンといった材軸方向に一定断面の円形鋼棒から成る接合具の変形挙動は、木材に対する鋼棒のめり込み変形を時間に依存しない「弾性床上の梁」とみなして解析してきた。しかし本研究では、木材のめり込み変形を粘弾性バネと仮定することによって、木材特有の粘性減衰の影響を解析に含ませ、荷重時間、粘性減衰が円形鋼棒接合具の変形に及ぼす影響を定量的に推定し得る基礎微分方程式の誘導を目的とした。

2. 時間依存型変形モデルに関する微分方程式の誘導

既往の弾性床モデル^{1,2)}では、木材中で変形する円形断面鋼棒の力の釣り合い状態は、軸力方向の摩擦抵抗を無視すると、図1のように表現できる。

円形断面鋼棒が $v(x)$ たわんだ時に鋼棒が木材側から受ける垂直応力（反力） σ_z の実際の分布は複雑である（図1-b)）。しかし、この反力 σ_z の作用が、有効深さ α 、幅 d にわたって一様に作用する等価な単位長さあたりの反力 $p(x)$ で置換できると仮定すれば、鋼棒の直径 d にわたって平均的に作用する見掛けの面圧応力は；

$$\sigma_a = \frac{p(x)}{d} \quad \text{ただし、} p(x) = \int \sigma_z dz \quad (1)$$

σ_a に対する見かけの平均面圧ひずみを ϵ_a と書くと、

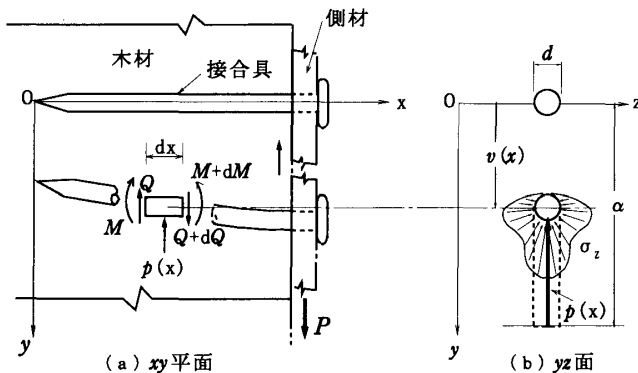


図1 木材中で変形する円形断面鋼棒（図では釘）の力の釣り合い

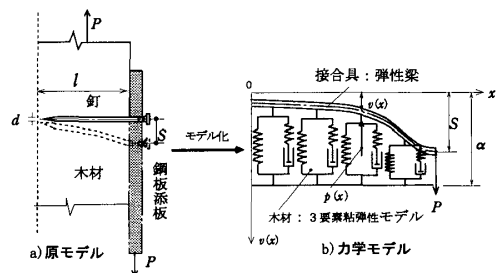


図2 接合具を弾性梁、面圧を受ける木材を3要素粘弾性モデルで近似した粘弾性床上の梁モデル

* 京都大学木質科学研究所構造機能分野 (Laboratory of Structural Function)

Keywords: Beam on Elastic Foundation, Duration of load, Embedment, Viscous Damping

$$\varepsilon_a = \frac{v(x)}{\alpha} \quad (2)$$

ただし、 $v(x)$ ：鋼棒の沈下量（ y 方向たわみ）、 α ：有効弾性床深さ（cm）

鋼棒直下で面圧応力を受けている木材の面圧応力 σ_a と面圧ひずみ ε_a の関係を図 2-b) に示す 3 要素力学モデルで近似する。

木材の面圧応力 σ_a と面圧ひずみ ε_a の関係は、式 (3) で表現できる。

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} + \frac{\sigma_a(x, t)}{\tau_a} = (E_{a1} + E_{a2}) \frac{\partial \varepsilon_a(x, t)}{\partial t} + \frac{E_{a2}}{\tau_a} \varepsilon_a(x, t) \quad (3)$$

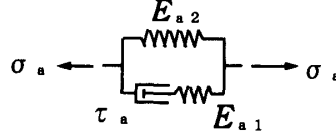


図 3 3要素力学モデルの定義

ここで、 E_{a1} , E_{a2} , τ_a は、図 3 に示す 3 要素力学モデルにおけるバネの弾性常数とマックスウェル要素遅延時間である。

式 (1), (2) を式 (3) に代入すると、梁が受ける単位長さあたりの反力 $p(x, t)$ とたわみ $v(x, t)$ の関係を表す微分方程式は式 (4) で表される。

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} + \frac{p(x, t)}{\tau_a} = \left[\frac{d \cdot E_{a12}}{\alpha} \right] \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + \left[\frac{d \cdot E_{a2}}{\tau_a \cdot \alpha} \right] v(x, t) \quad (4)$$

ただし、 $E_{a12} = E_{a1} + E_{a2}$ (5)

一方、単位長さあたり $p(x, t)$ なる力を受ける梁のたわみ $v(x, t)$ に関する微分方程式は；

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\{ (EI)_s \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right\} + p(x, t) = 0 \quad (6)$$

ここで、 $(EI)_s$ は接合具（弾性梁）の曲げ剛性である。

二つの微分方程式 (4), (6) より、分布荷重 $p(x, t)$ を消去し、接合具の曲げ剛性は軸方向に一定であると仮定すると、以下の時間依存型たわみ $v(x, t)$ に関する基礎偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^5 v(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + \frac{1}{\tau_a} \cdot \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} + \left[\frac{E_{a12} \cdot d}{\alpha (EI)_s} \right] \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + \left[\frac{E_{a2} \cdot d}{\tau_a \cdot \alpha (EI)_s} \right] v(x, t) = 0 \quad (7)$$

境界条件等を考慮すると、式 (7) の偏微分方程式を閉じた形で解くことは通常困難であり、実際に解を得るためには差分法を適用するなどの数値解法を採用する必要がある。

なお、既往の弾性床理論では、時間に関係した項が消えるため、式 (7) より、次のよく知られた常微分方程式²⁾が導かれる。

$$\frac{d^4 v(x)}{dx^4} + \left[\frac{E_{a2} \cdot d}{\alpha (EI)_s} \right] v(x) = 0 \quad (8)$$

これまでの、弾性床上の理論における慣用に従うと、

$$k_e = \frac{E_{a12}}{\alpha} : \text{面圧常数 (bearing constant)}, \quad 4\lambda^4 = \frac{E_{a12} \cdot d}{\alpha \cdot (EI)_s} \text{ or } \lambda^4 = \frac{k_e \cdot d}{4(EI)_s}$$

というパラメータが導入される。時間の影響を加味した式 (7) においては、更に次のパラメータを定義する。

$$\mu = \left[\frac{E_{a2} \cdot d}{\tau_a \cdot \alpha \cdot (EI)_s} \right] = \left[\frac{k_{e2} \cdot d}{\tau_a \cdot (EI)_s} \right], \quad \text{ここで、} k_{e2} = \frac{E_{a2}}{\alpha} \text{ 一種の面圧常数}$$

以上のパラメータを使って式 (7) を書き換えると、最終的に以下の支配方程式を得る。

$$\frac{\partial^5 v(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + \frac{1}{\tau_a} \cdot \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} + 4\lambda^4 \cdot \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + \mu \cdot v(x, t) = 0 \quad (9)$$

引用・参考文献

- 1) 原田正道：「木船の縦強度」，東京大学生産技術研究所報告，2-3（1951）
- 2) E.W. KUENZLI, : “Theoretical design of a nailed or bolted joint under lateral load”, Reoprt D.1951, F.P.L., Madison (1955)