

ネットワークシステムのためのスパース最適制御 —例題による理解

加嶋 健司*・池田 卓矢†

1. はじめに

第1図の実線の信号のように、大部分の時刻・要素で値0をとる信号をスパースであるという。近年、機械学習における正則化や特徴量抽出などで、スパース性にもとづく手法の有効性が注目されてきた[1]。制御工学においても、スパースな入力信号により制御目標を達成することは、応用上も重要な問題である[2]。現代の仕事にたとえると、「週末はPCを開かない」くらいではスパースとはいえず、「休むときはスマホの通知も完全拒否して遊びに全振り」するのがスパース最適制御である（素晴らしい！）。

さて、著者らはスパース最適制御の理論的性質を明らかにするとともに[3–5]、これらの一連の研究をネットワークシステムへの応用を想定した新しい問題設定へ展開してきた[6–10]。本稿の主たる目的は、これらのネットワーク化制御系における問題設定と数値解法を概説することである。さらに、ワンウェイ型カーシェアリングサービス[11,12]への応用を通して、その利用方法を直感的に理解していただくことを目指す。

本稿の構成は以下の通りである。まず前半の2.節では本稿で扱うスパース最適制御問題の定式化をおこない、理論結果を紹介する。つぎに後半の3.節では、スパース最適制御問題の枠組みでリバランシング問題を定式化し、その有効性を数値的に確認する。なお、本稿は可読性を重視して、あいまいな数学的表現を多く含んでいる。必要に応じて参考文献を参照してほしい。

記法

本稿で用いる記号を定義する。ある自然数 m と集合 $\Omega \subset \mathbb{R}$ に対して、 $a \in \Omega^m$ は任意の i に対して $a_i \in \Omega$ が成り立つことを表す。ただし、 $a = [a_1, a_2, \dots, a_m]^T \in \mathbb{R}^m$ である。ベクトル a の ℓ^0 , ℓ^1 ノルムを、

$$\|a\|_{\ell^0} \triangleq \#\{j \in \{1, 2, \dots, m\} : a_j \neq 0\},$$

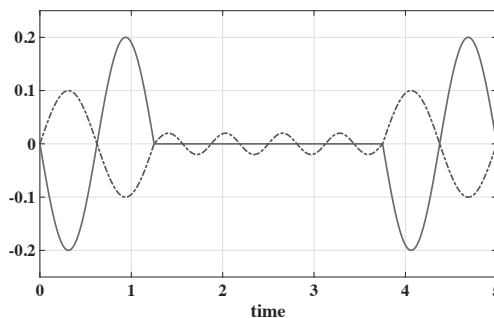
$$\|a\|_{\ell^1} \triangleq \sum_{j=1}^m |a_j|$$

により表す。時間区間 $[0, T]$ 上の関数 $u(t) \in \mathbb{R}^m$ に対し

* 京都大学 大学院 情報学研究科

† 北九州市立大学 国際環境工学部

Key Words: car-sharing, convex optimization, mobility network, sparse control.



第1図 信号のスパース性

て、その L^0 , L^1 ノルムを

$$u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T \in \mathbb{R}^m$$

$$\|u\|_{L^0} \triangleq \sum_{j=1}^m \mu(\{t \in [0, T] : u_j(t) \neq 0\}),$$

$$\|u\|_{L^1} \triangleq \sum_{j=1}^m \int_0^T |u_j(t)| dt$$

により表す。ただし、 μ は素朴な意味での長さ（ $\mathbb{R}$ 上の Lebesgue 測度）である。したがって、第1図の信号の L^0 ノルムは、破線が5、実線が約2.6となる。また、 $[0, 1]$ は0以上1以下の実数、 $\{0, 1\}$ は0と1の二値からなる集合であることに注意してほしい。

2. スパース最適制御問題

ここではスパース最適制御問題を導入し、その凸緩和の妥当性を示す性質を紹介する。

2.1 定式化

本節では、本稿で扱ういくつかのスパース最適制御問題を定式化する。まず最初は、冒頭で述べたスパースな制御入力を求める問題である[6]。

【問題1】 与えられた $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $T > 0$, $x_0, x_d \in \mathbb{R}^n$, $\beta \in \{1, 2, \dots, m-1\}$ に対して、以下の最適化問題の解を求めよ：

$$\begin{aligned} & \underset{u}{\text{minimize}} && \|u\|_{L^0} \\ & \text{subject to} && \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad \forall t \in [0, T], \\ & && x(0) = x_0, \quad x(T) = x_d, \\ & && \|u(t)\|_{\ell^0} \leq \beta \quad \forall t \in [0, T], \\ & && u(t) \in [0, 1]^m, \quad \forall t \in [0, T]. \end{aligned}$$

この問題は、線形時変システムにおいて各時刻において入力できる要素の数が β 以下であるという制約のもとで、入力が非ゼロである時間の総和を最小化する問題である。なお、最後の入力信号のボックス制約は（上下限値はほかの値でもよいが）理論結果を導出する極めて本質的な仮定である。

つぎの問題は、線形システムの可制御性を最大化する問題である [7]。

【問題 2】 与えられた $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\beta, T > 0$ に対して、

$$G_c := \int_0^T \exp^{A(T-\tau)} B Z(\tau) B^\top \exp^{A^\top(T-\tau)} d\tau$$

を定義する。このとき、以下の最適化問題の解を求めよ：

$$\begin{aligned} & \underset{z}{\text{maximize}} && \text{Tr}(G_c) \\ & \text{subject to} && Z(t) = \text{diag}(z(t)), \quad z(t) \in \{0, 1\}^m, \\ & && \|z\|_{L^0} < \beta. \end{aligned}$$

可制御性グラミアンが大きい¹ほど小さい制御入力によって状態を遷移させることができることはよく知られている。この問題において、 $Z(\tau)Z(\tau)^\top = Z(\tau)$ であることに注意すると、行列 G_c は連続時間線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BZ(t)u(t) \quad (1)$$

に対応する可制御性グラミアンである。ただし、 $z_i(t) = 0$ の場合、時刻 t において第 i 番目の入力チャンネルはアクティブでないため利用できない。つまり、この問題はどの時刻にどのアクチュエータをアクティブにすれば可制御性を最大化できるかというスケジューリング問題である。

最後の問題では、決定変数が A 行列に含まれる [10]。

【問題 3】 与えられた $A(t), M_e(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}, e = 1, \dots, m$, $\alpha \in \mathbb{R}, T > 0, x_0, x_d \in \mathbb{R}^n$ に対して、以下の最適化問題の解を求めよ：

$$\begin{aligned} & \underset{\nu}{\text{minimize}} && \|\nu\|_{L^0} + \alpha \|x(T) - x_d\| \\ & \text{subject to} && x(0) = x_0, \dot{x}(t) = A(t)x(t), \\ & && A(t) = \mathcal{A}(t) + \bar{A}(t), \\ & && \bar{A}(t) = \sum_{e=1}^m \nu_e(t) M_e(t), \\ & && \nu(t) \in \{0, 1\}^m. \end{aligned}$$

この問題においても主たる制御目標は終端状態 $x(t)$ を x_d に近づけることであるが、通常のように外生的な入力信号を用いるのではなく、 A 行列を時々刻々と修正す

ることによりおこなう。具体的にはノミナルの A 行列が $\mathcal{A}(t)$ により与えられており、 $\nu_e(t) = 1$ であれば A 行列に $M_e(t)$ を加えることができる。できるだけ少ない時間の修正で制御目標を達成するには、どのタイミングでどの修正を施せばよいか求めるスケジューリング問題となっている。

物理システムにおいて、アクチュエータのオンオフ（問題 2）や制御対象のダイナミクス（問題 3）を時々刻々と切り替えられる状況はあまりないかもしれないため、ひとつ例を見てみよう。

【例題 1】（マルチエージェントシステム） ネットワーク化制御系の典型例である $\mathcal{V} := \{1, 2, \dots, n\}$ でラベルづけされたマルチエージェントシステムを考えよう。状態 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ の第 i 成分は i 番目のエージェントが有する情報を表す。 A 行列はエージェント間の自律的な情報の交換を表現しており、代表例である合意型のセンサネットワーク

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \gamma(x_j - x_i) + z_i u_i(t), \quad i \in \mathcal{V} \quad (2)$$

などではエージェント間の接続構造を表すグラフのラプラシアン行列

$$A = \mathcal{A} = -\gamma \mathcal{L}, \quad \mathcal{L} := \sum_{e \in \mathcal{E}} M_e \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3)$$

$$M_{(i,j)} := \begin{cases} 1, & (i,i) \text{ 成分} \\ -1, & (i,j) \text{ 成分} \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases} \quad (4)$$

となる。ここで、エッジ集合 $\mathcal{E} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ は利用可能な通信路（ $(i,j) \in \mathcal{E}$ ならば i は j の情報を取得可能）を特徴づけ、 $\mathcal{N}_i := \{j : (i,j) \in \mathcal{E}\}$ はエージェント i と通信可能なエージェントのラベルの集合である。また、リーダー-フォロワーシステムとよばれるシステムにおいては、エージェントのうちリーダーとよばれる限られたエージェントは外生入力により操作することができる状況も多い。その場合、

$$z_i := \begin{cases} 1, & i \text{ がリーダー} \\ 0, & i \text{ がフォロワー} \end{cases} \quad (5)$$

とすればよい。こうした準備のもとで、 B を単位行列とすると、

- リーダーに司令値を与える通信時間をできるだけ短くしたい（【問題 1】）
- どの時刻に誰をリーダーにすればよいか決めたい（【問題 2】）
- 短時間だけ追加できる補助的な通信路の場所とタイミングを最適化したい（【問題 3】）

といった状況を表現できる。

2.2 理論結果

いずれの問題においても、スパース性を $\|\cdot\|_{L^0}$, $\|\cdot\|_{\ell^0}$ ノルムにより表現している。しかしながらこれらのノル

¹ここでは半正定値行列の大きさをトレースを用いて定式化しているが、[8,9] ではほかの指標についての結果も与えている。

ムは引数に関して凸とはなっていない。実際、「どの時刻にどの入力をアクティブにするか」というのは本質的には組合せ最適化問題であり、何の工夫もなしにその解を求めることは困難である。信号処理におけるスパース最適化においては 0-ノルムを 1-ノルムに緩和することで、多くの効率的な計算アルゴリズムが得られている [1]。ただし、通常はこの緩和により得られる最適解はもとの問題とは異なる。

一方で、前節での問題は決定変数が無限次元（無限個の決定変数をもつ組合せ最適化問題）となりさらに困難であるように思われるが、実は逆に凸緩和問題が厳密解を与えるという性質を有する¹。

【定理 1】 ある厳しくない仮定のもとで、【問題 1】において $\|\cdot\|_{L^0}$, $\|\cdot\|_{\ell^0}$ を $\|\cdot\|_{L^1}$, $\|\cdot\|_{\ell^1}$ にそれぞれ置き換えても、同じ最適解が得られる。また最適解のすべての要素は、すべての時刻において 2 値 $\{0,1\}$ のいずれかをとり、 $\triangleleft$

つぎに決定変数が離散値に限定されている場合でも、同様の結果が得られる。

【定理 2】 ある厳しくない仮定のもとで、【問題 2】において $\|\cdot\|_{L^0}$ を $\|\cdot\|_{L^1}$ に、 $\{0,1\}^m$ を $[0,1]^m$ にそれぞれ置き換えても、同じ最適解が得られる。 $\triangleleft$

問題 3 に対してはつぎの結果が成り立つ [10]。

【定理 3】 ある厳しくない仮定のもとで、【問題 3】において $\|\cdot\|_{L^0}$ を $\|\cdot\|_{L^1}$ に、 $\{0,1\}^m$ を $[0,1]^m$ にそれぞれ置き換えても、同じ最適解が得られる。 $\triangleleft$

いずれにおいても決定変数の集合 $([0,1]^m)$ に値をとる $[0,T]$ -上の関数全体は凸となる。したがって、十分小さい時間幅で時間離散化をおこなえば、評価関数が決定変数に関して線形である問題 1,2 の緩和問題は CVX などの標準的な凸最適化ソルバ、問題 3 の緩和問題も **fmincon** (MATLAB) などの非線形最適化ソルバを用いて²解を得ることができる。

3. リバランシング問題への応用

ワンウェイ型カーシェアリングサービスでは、利用者は車両の返却場所を自由に選択できるため、各ステーションの車両数には偏りが発生する。したがって、サービスの円滑な運営には、各ステーションにおいてサービス業者による車両数の調整（リバランシング）が必要であり、近年、この車両の輸送スケジュールに関する最適化問題が研究されている [13,14]。本稿では、リバランシング問題をスパース最適制御問題として定式化してみよう。

3.1 カーシェアリングモデルの構築

本節では、リバランシングに係るダイナミクスを導入する [6]。少し煩雑であるため、後出のリバランシングダイナミクスだけ認めて、次節に進んでも問題ない。総数 s のステーションが $\mathcal{S} = \{1, 2, \dots, s\}$ によりラベル付けられ、ステーション $i \in \mathcal{S}$ から $j \in \mathcal{S}$ へ向かう単位時間あたりの車両の利用量を $g_{ij}(t) \geq 0$ とする。同様に、 $u_{ij}(t) \geq 0$ はスタッフによるステーション i から j への単位時間あたりのリバランス量を表す ($g_{ii}(t) = u_{ii}(t) = 0, \forall i, t$)。まず、ステーション i の車両数を $v_i(t) \in \mathbb{R}$ で表し、そのダイナミクスは次式にしたがうとする。

$$\dot{v}_i(t) = \sum_{j=1}^s \gamma_{ij} f_{ij}(t) - \sum_{j=1}^s (g_{ij}(t) + u_{ij}(t)) \quad (6)$$

ここで、 $\gamma_{ij} = \frac{1}{\tau_{ij}}$ であり、 $\tau_{ij} = \tau_{ji} > 0$ は、ステーション i と j の間における利用者の移動に要する時間量を表し、一般に i, j 間の距離や混雑状況により定まる。さらに、利用者によりステーション $j \in \mathcal{S}$ から $i \in \mathcal{S}$ へ向かう車両数 f_{ij} のダイナミクスは次式にしたがうとする。

$$\dot{f}_{ij}(t) = -\gamma_{ij} f_{ij}(t) + g_{ij}(t) + u_{ij}(t) \quad (7)$$

つぎに、ダイナミックプライシングの概念を導入する。ステーション j から i までの利用価格を $p_{ij}(t) \in \mathbb{R}$ により表す。文献 [15] のモデルに基づき、各ステーション間の移動量は以下のように、価格に応じて変化するとする。

$$g_{ij}(t) = \bar{g}_{ij}(t) - \theta_{ij}(t) p_{ij}(t) \quad (8)$$

ただし、 $\bar{g}_{ij}(t) \in \mathbb{R}$ は $p_{ij}(t) = 0$ の場合に期待される車両数であり、 $\theta_{ij}(t) = \theta_{ji}(t) \geq 0$ は価格弾力性を表す。また、標準価格 $\bar{p}_{ij}(t)$

$$\bar{p}_{ij}(t) = \frac{\bar{g}_{ij}(t)}{\theta_{ij}(t)} \quad (9)$$

を用いて、価格 $p_{ij}(t)$ はステーション i と j における車両数に応じて次式で決定されるとする。

$$p_{ij}(t) = \bar{p}_{ij}(t) + \nu_{ij}(t) v_i(t) - \nu_{ji}(t) v_j(t) \quad (10)$$

ただし、 $\nu_{ij}(t), \nu_{ji}(t) \in \{0,1\}$ は、ステーション i, j における車両数に応じて価格 p_{ij} を調整するか決定するパラメータである。このような定式化のもとでは、車両数 $v_i(t)$ が大きくなるにしたがって価格 $p_{ij}(t)$ は高くなり、ステーション i への車両数を減らす作用をもつ（逆も同様）。

したがって、以上をまとめると

$$\begin{aligned} \dot{v}_i(t) = & \sum_{j=1}^s (\gamma_{ij} f_{ij}(t) + \theta_{ji}(t) (\nu_{ji}(t) v_j(t) \\ & - \nu_{ij}(t) v_i(t)) - u_{ij}(t)) \end{aligned} \quad (11)$$

¹入力アファインの非線形システムや確率システムに対してもほぼ同様の結果が成立する [3]。

²[10] では、問題 3 に類似した問題に対して、Newton Raphson 法を援用した数値解法が提案されている。

$$\begin{aligned} \dot{f}_{ij}(t) = & -\gamma_{ij}f_{ij}(t) - \theta_{ij}(t)(\nu_{ij}(t)v_i(t) \\ & - \nu_{ji}(t)v_j(t)) + u_{ij}(t) \end{aligned} \quad (12)$$

を得る．最後に， $n = s^2$ および $m = s^2 - s$ として，

$$\begin{aligned} x(t) &= [v_1(t) \cdots v_s(t) \ f_{12}(t) \ f_{13}(t) \cdots f_{s,s-1}(t)]^\top, \\ u(t) &= [u_{12}(t) \ u_{13}(t) \cdots u_{s,s-1}(t)]^\top, \\ \mathcal{A} &= \begin{bmatrix} 0 & \Gamma \\ 0 & -\Delta \end{bmatrix}, \bar{\mathcal{A}}(t) = \begin{bmatrix} \Xi \Lambda(t) & 0 \\ -\Lambda(t) & 0 \end{bmatrix}, B(t) = \begin{bmatrix} -\Xi \\ I \end{bmatrix}, \\ \Xi &= [\hat{E}_1 \hat{E}_2 \cdots \hat{E}_s]^\top, \hat{E}_i = [\mathbf{e}_1 \cdots \mathbf{e}_{i-1} \mathbf{e}_{i+1} \cdots \mathbf{e}_s]^\top, \\ \Lambda(t) &= \begin{bmatrix} \theta_{12}(\nu_{12}(t)\mathbf{e}_1 - \nu_{21}(t)\mathbf{e}_2)^\top \\ \theta_{13}(\nu_{13}(t)\mathbf{e}_1 - \nu_{31}(t)\mathbf{e}_3)^\top \\ \vdots \\ \theta_{s,s-1}(\nu_{s,s-1}(t)\mathbf{e}_s - \nu_{s-1,s}(t)\mathbf{e}_{s-1})^\top \end{bmatrix}, \\ \Gamma &= [\mathbf{e}_1 \gamma_{12} \ \mathbf{e}_1 \gamma_{13} \ \cdots \mathbf{e}_s \gamma_{s,s-1}]^\top, \\ \Delta &= \text{diag}(\gamma_{12} \ \gamma_{13} \ \cdots \gamma_{s,s-1}) \end{aligned}$$

と定義する ($\mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^n$ は第 i 基本ベクトル) と，系全体のダイナミクスはつぎのようにまとめられる．

リバランシングダイナミクス

$$\dot{x}(t) = (\mathcal{A} + \bar{\mathcal{A}}(t))x(t) + B(t)u(t) \quad (13)$$

- $x(t)$ は各ステーションの待ち台数
- $u(t)$ は各ステーション間のリバランシングの実施量
- $\nu(t)$ は各ステーション間でダイナミックプライシングを実施するか否か
- $\bar{\mathcal{A}}(t)$ は $\nu(t)$ の各要素に関して線形

3.2 スパースリバランシング問題

ここでは，カーシェアリングシステムにおけるリバランシング問題をスパース最適制御問題として定式化する．

3.2.1 【問題 1'】

全ステーションにおける初期の車両数 $v_0 \in \mathbb{R}^s$ は一般的に不均一であり，円滑なサービスを提供するためには，スタッフにより所望の車両数 $v_d \in \mathbb{R}^s$ へと調整する必要がある．そこでダイナミクス (13) における状態変数 $x(t)$ について，初期状態 $x(0) = x_0$ から目標状態 $x(T) = x_d$ へと時刻 T 以内に遷移させるような入力 $u(t)$ の設計問題を考える．ここで，各 $u_{ij}(t)$ はステーション i, j 間のスタッフによる車両のリバランス量に相当する．したがって，スタッフのチーム数を β とするとき，同時に輸送できる車両の数はたかだか β であり，入力変数には拘束条件 $\|u(t)\|_{\ell^0} \leq \beta$ が課せられる．また，各チームが一度に輸送できる車両数は 1 台のみであるため， $u(t) \in [0, 1]$ を満たす必要がある．さらに，スタッフによる輸送時間量は短い方が望ましく，これを実現するために $\|u\|_{L^0}$ を評価関数として定義する．すなわち，スタッフのコストを考慮したリバランシングスケジューリングをスパース最適制御問題とみなすと，問題 1 の通りに定式化される．

3.2.2 【問題 2'】

前節の【問題 1'】は， x_d が与えられたときに具体的にリバランシング実施方法を決定する問題である．それに対して，前日計画では x_d はまだ未定であるが，すべてのステーションと時刻においてリバランス実施用のスタッフを配置しておくのは効率的とはいえない．したがって，どのような x_d に対しても効果的にリバランシングを実施できるようにスタッフ配置スケジューリングを決定する必要があるだろう．目標状態が未知の場合に必要な最小エネルギー（の平均値）は可制御性グラミアンにより特徴づけられるため，どの時刻にどのステーションにスタッフを準備しておくか決定する問題は，問題 2 の通りに定式化される．

3.2.3 【問題 3'】

つぎに，サービス提供者によるダイナミックプライシングを行う時間の低減を目的としたリバランシングを行う最適制御問題を定式化する．長時間にわたってダイナミックプライシングを行っても，利用者がそれに「慣れて」しまい，想定した効果が得られない状況も起こりえるだろう．ここでは実施の可否 $\nu_{ij}(t)$ がサービス提供者によって決定されると仮定する．これにより，どの時刻にどのステーション間において価格介入を行うかを決定するダイナミックプライシングスケジューリングは，問題 3 の通りに定式化される．

3.3 数値例

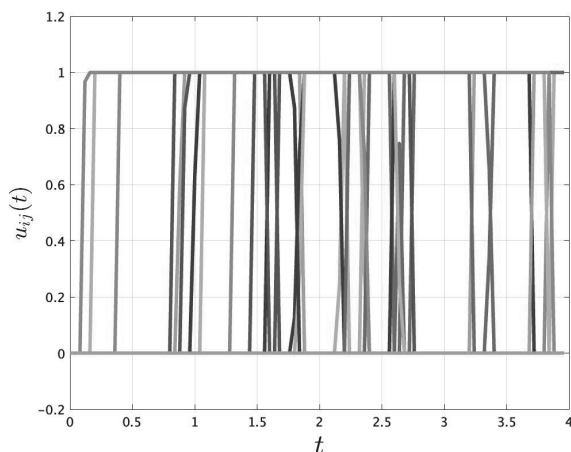
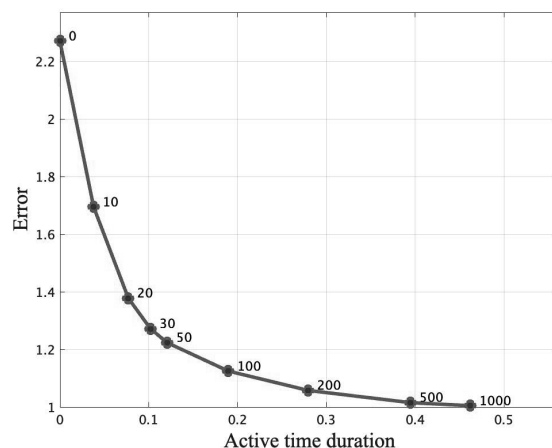
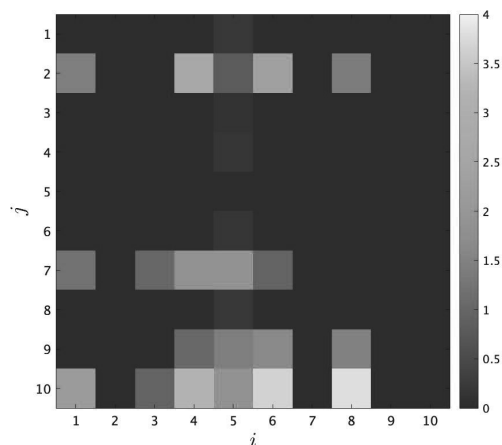
提案手法の有用性を示すために，問題 1' および問題 3' について凸緩和をした後に数値計算を行った．ステーション数は $s = 10$ ， $T = 4$ として，各ステーションにおける利用者用車両の初期値は $[10, 30]$ の独立な一様分布にしたがい決定し，目標状態 x_d は利用者用車両の総数の平均とした．到着率 γ_{ij} ，価格弾力性の係数 $\theta_{ij}(t)$ などのパラメータは [6] と同様に定めた．

3.3.1 【問題 1'】

まず，すべての時刻・すべてのステーション間でダイナミックプライシングの効果が得られると仮定して，

$$\nu_{ij}(t) = 1, \forall i, j, t \quad (14)$$

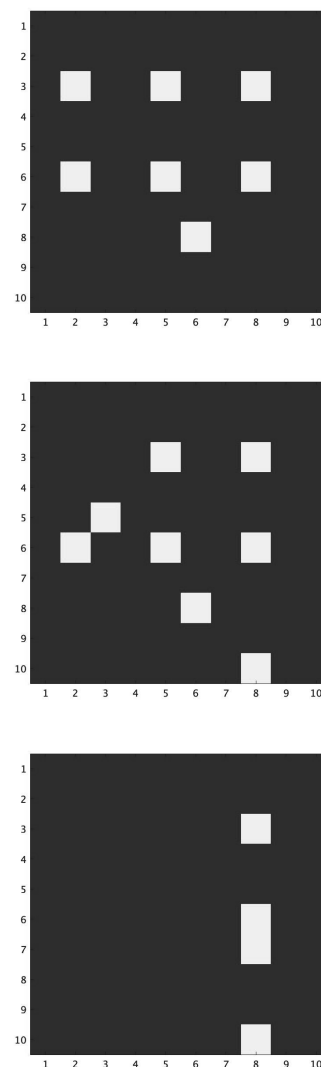
のもとで【問題 1'】を解いた結果の最適軌道 u_{ij} を第 2 図に示す．これにより凸緩和した問題を解いたにもかかわらず最適解が離散値をとることが確認できる．なお，各軌道の切り替わり付近で $\{0, 1\}$ 以外の値をとっている時刻があるが，これが時間離散化により近似した影響である．つまり，こうした現象が問題とならない程度には時間幅を小さくとる必要がある．また第 3 図に各ステーション間でリバランシングを行った総時間長 (u_{ij} の L^0 ノルム) を示す．多くのステーション間ではリバランシングは実施されていないことがわかり，最適解のスパース性が認められる．

第 2 図 問題 1' の最適解の各軌道 u_{ij} 第 4 図 問題 3' の最適解における実施時間長 $\|\nu\|_{L^0}$ と終端誤差 $\|x(T) - x_d\|$ (全アクティブ時との比)第 3 図 問題 1' の最適解における各ステーション間のリバランシング実施の総時間 $\|u_{ij}\|_{L^0}$

3.3.2 【問題 3'】

ここではスタッフ輸送によるリバランシングは考えず ($u=0$), ダイナミックプライシングの実施時間を抑える状況を考えよう. 各パラメータ α に対する最適な ν を用いた場合の, 終端誤差 $\|x(T) - x_d\|$ とダイナミックプライシング実施総時間長 $\|\nu\|_{L^0}$ を第 4 図に示す. ただし, いずれも (14) の場合に対する比を表示しており, 各点上の数字は α の値である. 当然, この二つの値はトレードオフの関係にあるが, たとえば $\|\nu\|_{L^0}$ の比を 0.1 未満に抑えながら, 終端誤差の比を 1.3 程度まで小さくすることができることがわかる.

最後に, 時刻ごとにダイナミックプライシングの実施が切り替わっていることを確認するため, $\alpha=100$ に対する最適な ν の $t=16, 24, 32$ におけるスナップショットを第 5 図に示す. 各 t において実施箇所 ($\nu_{ij}(t)=1$) の割合は小さく, 時刻によって実施箇所が変化していることがわかる.

第 5 図 問題 3' の最適解における価格調整実施箇所 ν_{ij} のスナップショット (上: $t=16$, 中: $t=24$, 下: $t=32$)

4. おわりに

本稿では、ネットワーク化制御系のためのスパース最適制御理論を概説したのちに、ワンウェイ型カーシェアリングサービスにおけるリバランシング問題を通して、その問題設定の工学的意義を検討した。スパース最適化による特徴量抽出効果が制御系設計に活用できる可能性や、本稿では触れられなかった理論的な面白さにも興味をもっていただく機会となれば幸甚である。

謝 辞

本研究は、JSPS 科研費 21H04875 および京都大学とトヨタ自動車の共同研究プロジェクト「モビリティ基盤数理の研究」の支援を受けています。また、本稿執筆の機会を与えていただいたシステム制御情報学会編集委員会の皆様に謝意を表します。

(2023 年 1 月 30 日受付)

参 考 文 献

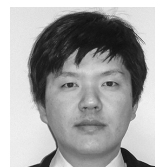
- [1] K. Hayashi, M. Nagahara and T. Tanaka: A user's guide to compressed sensing for communications systems; *IEICE Transactions on Communications*, Vol. E96.B, No. 3, pp. 685–712 (2013)
- [2] M. Nagahara, D. E. Quevedo and D. Nesic: Maximum hands-off control: A paradigm of control effort minimization; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 61, No. 3, pp. 735–747 (2016)
- [3] K. Ito, T. Ikeda and K. Kashima: Sparse optimal stochastic control; *Automatica*, Vol. 125, p. 109438 (2021)
- [4] T. Ikeda and K. Kashima: On sparse optimal control for general linear systems; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 64, No. 5, pp. 2077–2083 (2019)
- [5] T. Ikeda, M. Nagahara and K. Kashima: Maximum hands-off distributed control for consensus of multi-agent systems with sampled-data state observation; *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, Vol. 6, No. 2, pp. 852–862 (2019)
- [6] T. Ikeda, K. Sakurama and K. Kashima: Multiple sparsity constrained control node scheduling with application to rebalancing of mobility networks; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 67, No. 8, pp. 4314–4321 (2022)
- [7] T. Ikeda and K. Kashima: Sparsity-constrained controllability maximization with application to time-varying control node selection; *IEEE Control Systems Letters*, Vol. 2, No. 3, pp. 321–326 (2018)
- [8] T. Ikeda and K. Kashima: Sparse control node scheduling in networked systems based on approximate controllability metrics; *IEEE Transactions on*

Control of Network Systems, Vol. PP, p. 1 (2022)

- [9] T. Ohtsuka, T. Ikeda and K. Kashima: Matrix Pontryagin principle approach to controllability metrics maximization under sparsity constraints; (2022) [Online] Available: <https://arxiv.org/abs/2203.12828>
- [10] T. Ikeda and K. Kashima: Optimal time-varying topology for network systems; *2022 13th Asian Control Conference (ASCC)*, IEEE, pp. 1926–1931 (2022)
- [11] S. Illgen and M. Höck: Literature review of the vehicle relocation problem in one-way car sharing networks; *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 120, pp. 193–204 (2019)
- [12] F. Ferrero, G. Perboli, M. Rosano and A. Vesco: Car-sharing services: An annotated review; *Sustainable Cities and Society*, Vol. 37, pp. 501–518 (2018)
- [13] R. Zhang, F. Rossi and M. Pavone: Analysis, control, and evaluation of mobility-on-demand systems: A queueing-theoretical approach; *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, Vol. 6, No. 1, pp. 115–126 (2019)
- [14] G. C. Calafiore, C. Bongiorno and A. Rizzo: A robust MPC approach for the rebalancing of mobility on demand systems; *Control Engineering Practice*, Vol. 90, pp. 169–181 (2019)
- [15] M. Parkin: *Economics*, 12th ed., Pearson (2016)

著 者 略 歴

かしま けんじ (正会員)



2005 年京都大学大学院情報学研究科博士課程修了。東京工業大学助教, Universität Stuttgart 滞在, 大阪大学准教授を経て, 2013 年 12 月京都大学大学院情報学研究科准教授となり現在に至る。制御理論を専門とし, 特に, 学習理論の融合に興味をもつ。IEEE CSS Roberto Tempo Best CDC Paper Award, Alexander Humboldt Research Fellowship, SICE 論文賞武田賞, 制御部門パイオニア賞などを受賞。

いけ だ たくや



2019 年 3 月京都大学大学院情報学研究科数理工学専攻博士後期課程修了。同年 4 月北九州市立大学国際環境工学部講師を経て, 2022 年 4 月同大学准教授となり現在に至る。凸最適化手法を用いた制御システムの解析・設計に関する研究に従事。博士 (情報学)。計測自動制御学会, 日本機械学会などの会員。IEEE CSS Roberto Tempo Best CDC Paper Award, NEC C&C 財団 C&C 若手優秀論文賞などを受賞。