

氏 名	松 村 昭 孝 まつ むら あき たか
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 688 号
学位授与の日付	昭 和 55 年 11 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 数 理 工 学 専 攻
学位論文題目	INITIAL VALUE PROBLEMS FOR SOME QUASILINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS IN MATHEMATICAL PHYSICS (数理物理学におけるいくつかの準線型偏微分方程式に対する初期値 問題) (主 査)
論文調査委員	教 授 大矢勇次郎 教 授 池田峰夫 教 授 上 田 顕

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、数理物理学に現われる、いくつかの準線形偏微分方程式および系における初期値問題に対し、時間につき大域的な解の存在について論じたもので、4章15節からなっている。

第1章では、緒論として、あるバナッハ空間で設定された、一般な非線形発展方程式について、十分小なる初期値に対する初期値問題を、考察している。時間につき大域的な解の存在を保証するために十分な、局所解の存在定理と、その解を時間につき大域的に接続することを許す評価（アプリオリ評価）について述べている。

第2章は、以後の章で取扱われる非線形、1階および2階の双曲型偏微分方程式と、2階の放物型偏微分方程式系についての検討である。これらの方程式および系に対して、局所解の存在を示すに十分な、基本的微分不等式（エネルギー不等式）が線形理論で知られているが、これを用いて以下の章で使い易い形の存在定理が与えられている。

第3章では、準線形波動方程式の初期値問題が、考察されている。具体的には、非線形弦や膜の振動、より一般に非線形特性をもつ媒質中の波動伝播を記述するモデルは、この枠組に属する。系が消散的であれば、アプリオリ評価を得るためには、エネルギー評価で十分であることが示される。更に、消散的でない場合には、定数係数双曲型斉次偏微分方程式の基本解についての、よく知られた時間的減衰をも合せ用いて、アプリオリ評価が得られている。

第4章は、圧縮性粘性流体の方程式系への応用である。より正確には、等方的ニュートン流体の運動現象を記述する系の取扱いが述べられている。先ず、その特別な場合として、ポリトロピック理想気体とみなし得る場合には、外力がなく、初期値が定数状態に十分近いという仮定の下に、エネルギー不等式のみを用いてアプリオリ評価が示された。それによって、時間につき大域的な解の存在が、証明されている。この方法は、バロトロピック流体や磁気流体の方程式系にも、適用可能である。

次に、上記と同じ仮定の下に、等方的ニュートン流体に対しては、エネルギー不等式に、更に、基本解

の時間的減衰をも合せ用いると有効であることが、実証されている。

論文審査の結果の要旨

数理解物理学に現われる非線形偏微分方程式の研究では、初期値問題、初期・境界値問題、定常解の存在とその安定性問題等、多くの問題が考えられるが、対象が非線形であるために、統一的取扱いは容易ではない。勿論、偏微分方程式は、その源を現象の記述にもつので、一次元化されたモデル等に対しては、古くから多くの結果が得られてはいるが、偏微分方程式の線形基礎理論の最近の結果を積極的に採用しての解析には、興味深いものがある。

本論文は、特に非線形弦や膜の振動、より一般に、非線形特性をもつ媒質中の波動伝播を記述する準線形波動方程式と、圧縮性粘性流体の運動を記述する方程式系との初期値問題に限り、目標を時間につき大域的な解の存在を保証することに置いている。

得られた結果を要約すると、以下の通りである。

1. 非線形特性をもつ媒質中の波動伝播は、準線形波動方程式に対する初期値問題として定式化される。この問題に対する局所解の存在は、波動方程式の初期値問題の解の存在を示すに十分な、基本的微分不等式（エネルギー不等式）より従うこと、および、斉次方程式の基本解の時間についての減衰性は、既に線形理論でよく知られている。これらに加えて、空間次元が多次元のため必要となる関数空間の埋めこみ問題の見直しや、局所解を接続することを許す評価（アプリオリ評価）を確立した結果、著者は、系が消散的で十分小さい初期値に対して、時間につき大域的な解の存在を証明した。更に系が消散的でない場合には、基本解の減衰性を巧く利用して、アプリオリ評価を得、大域解の存在を保証している。この方法は、以前から、研究者の間で潜在的に認識されてはいたが、準線形に対して積極的に用いたのは、著者が最初であろうと思われる。

2. 圧縮性粘性流体の方程式系、より正確には、等方的ニュートン流体の運動を記述する系に対する初期値問題の、時間につき大域的な解の存在を証明した。

i) 等方的ニュートン流体が、ポリトロピック理想気体とみなし得る場合には、外力がなく、初期値が定数状態に十分近い、という仮定の下に、時間につき大域的な解の存在を保証した。方法は、やや複雑ではあるが、エネルギー不等式のみを用いて、アプリオリ評価を得ることによっている。更に、大域解が、時間につき一様に定数状態へ漸近することも明らかになった。

ii) 等方的ニュートン流体に対しては、i)と同じ仮定の下に、エネルギー不等式と基本解の時間的減衰とを合せ用いて、アプリオリ評価を得、時間につき大域的な解の存在定理を与えた。同時に、大域解は、定数状態へ $t^{-3/4}$ の位数で、漸近することを確かめている。

上記 i) ii) は、何れも複雑な計算を要するのであるが、著者は、原理をよく整理して、問題を解決している。

以上を要するに、本論文は、数理解物理学における、いくつかの準線形偏微分方程式および系の初期値問題に対して、時間につき大域的な解の存在を保証することに貢献したもので、基本解の減衰性を用いる等、可成り統一的手法を用いて、新しい結果を導いている。従って、理論上はもとより、非線形現象を解析す

る工学的問題へも、広い応用が期待される。

よって、本論文は、工学博士の学位論文として価値あるものと認める。