

(続紙 1)

京都大学	博士（情報学）	氏名	MATTHEW DE BRECHT
論文題目	Topological and Algebraic Aspects of Algorithmic Learning Theory (計算論的学習理論の位相的及び代数的な性質)		
(論文内容の要旨)			
本論文は、計算論的学習理論における学習モデルの一つである極限同定モデルの持つ性質を代数学および位相幾何学を応用することにより解析するとともに、その変形であるモデルに対して包括的な理論的枠組みを構成することを目的とし、全5章から構成されている。それぞれの章の内容は以下の通りである。 第1章では、本研究の背景を説明した後、計算論的学習理論と位相幾何学の基本的な定義や結果を与えている。計算論的学習理論では、概念とよばれる学習対象の集合からなる族を概念空間として定めた上で、例の提示方法と学習可能性の基準の組である学習モデルを設定する。極限同定モデルは、学習可能性の基準として極限同定を採用した学習モデルである。一方、位相幾何学において極限は位相によって定義される。 第2章では、学習の対象である概念空間の代数的な性質を解析している。極限同定可能性は代数学で用いられるネータ性と類似した概念であるが、概念空間が極限同定可能性を示すための条件は階層になっていることが従来研究において判明している。本論文では、概念空間に対して代数的な閉包演算を導入し、概念空間を代数的閉集合族に埋め込んだ上で、閉集合族の束理論的な性質と、概念空間の極限同定可能性を示すための条件との間の対応関係を明らかにしている。また、極限同定モデルにおける学習過程の複雑さは超限順序数を用いて表現されるが、本論文では、閉包演算を用いることにより、制限付きパターン言語の有限和とよばれる概念空間の学習アルゴリズムを構築し、その学習過程の複雑さが従来用いられているものより真に大きな超限順序数によって表現されなければならないことを示した。 第3章では、概念空間の位相的な性質を解析している。概念空間にΠ位相とよばれる位相を導入することにより、概念空間の極限同定可能性は分離公理を用いて位相的に特徴付けられること、および代数的閉集合族のΠ位相は計算理論で知られているScott位相と一致することを示している。さらに、概念空間の極限同定可能性を示すための条件と学習過程の困難さを位相的に特徴づけた上で、どの条件が位相的不変量であるかを明らかにした。さらに連続関数を用いて学習問題の間の還元可能性を特徴付けた上で、複雑な概念空間を連続的にもっと扱いやすい概念空間に変換することにより、直感的に分かりやすい学習アルゴリズムを構成できることを示している。 第4章では、概念空間の表現を解析することにより、極限同定を一般化した包括的な学習理論を構成するための位相的な枠組みを提案している。計算可能性解析学において用いられる関数の表現手法である許容的表現を、概念空間の表現手法として用いるために拡張した上で、その表現手法が成す階層が持つ性質を明らかにし、学習者への例の提示方法がどの階層の表現手法により表現されれば極限同定可能であるかを特徴付けている。さらにその結果を用いて、有限同定や極限における識別などの極限同定モデルを変形したモデルに対して、一般的な枠組みの中でそれらの特徴付けることに成功した。 第5章では、結論と今後の展望を述べている。質問からの学習という、計算論的学習においてよく知られた別の学習モデルと本論文との関係について述べるとともに、本論文の結果と実用的な学習アルゴリズムとの関係を明らかにするという視点から、論文中で提案された学習理論の位相的枠組みに確率を導入する方法について述べている。			

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、計算論的学習理論における学習モデルの一つである極限同定モデルを対象にして、代数学と位相幾何学を応用することにより解析を行い、その変形モデルに対して包括的な理論的枠組みを構成することを目的としている。計算論的学習理論とは、学習という行為を数学的に形式化し、問題の学習可能性や学習の難しさを分析する分野である。計算論的学習理論では、概念とよばれる学習対象の集合からなる族を概念空間として定めた上で、例の提示方法と学習可能性の基準の組である学習モデルを設定する。そして概念空間中の概念がその学習モデルのもとで学習可能であるかどうかを解析し、学習可能である場合には、学習過程の複雑さを分析する。

本論文では、計算論的学習理論研究の初期から提案されている極限同定モデルを用いて、学習可能であるような概念空間の性質とその学習過程の複雑さを代数学および位相幾何学を応用することにより解析している。極限同定可能性は代数学で用いられるネータ性と類似した概念であるが、概念空間の極限同定可能性を示すための条件には階層があることが知られており、さらに極限同定モデルにおける学習過程の複雑さは超限順序数で表現される。これらの性質に基づいて、本論文では以下の結果を与えている。

1. 概念空間に付与する代数的な性質として、代数的閉包演算を仮定し、概念空間を代数的閉集合族に埋め込んだ上で、閉集合族の束理論的な性質と、概念空間の極限同定可能性を示すための条件と間の対応関係を明らかにした。さらに、閉包演算を用いることにより、これまでに用いられているものより真に大きな超限順序数を用いて学習過程の複雑さが表現されなければならないような概念空間を具体的に構成した。

2. 概念空間に自然な位相を定義し、それが極限同定可能であるために持つべき構造を位相的に特徴付けた上で、どの性質が位相的不変量であるかを明らかにした。さらに連続関数を用いて、学習問題の還元性を定式化した上でその特徴付けを行い、その結果を利用して、複雑な概念空間をより扱いやすい概念空間に連続的に変換することにより、学習過程を直感的に理解し易いものにする手法を示した。

3. 概念空間の表現論として、計算可能性解析学で用いられている表現手法の階層を拡張した上で、学習者への例の提示方法がどの階層の手法により表現されれば極限同定可能であるかを特徴付けた。さらにその特徴付けを用いて、有限同定や極限における識別などの極限同定モデルを変形した学習モデルの性質を一般的な枠組みの中で特徴付けることに成功している。

今日、機械学習が人工知能研究における基礎的技術の地位を確立し、さらには数学基礎論にまで影響を与えようとしている現状において、本研究が極限同定と代数的閉集合や、超限順序数、位相幾何学を直接に結びつける分析結果を与えていることは機械学習の基礎理論を構築する上で意義深い。さらに、極限同定モデルと計算可能性解析学の関係に着目し、その分析を与えた点は独創的であり、特筆すべきである。よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。

また平成22年2月9日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果、合格と認めた。