

氏 名	齊 之 内 義 一 さい の うち よし かず
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 163 号
学位授与の日付	昭 和 42 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	On the general Riemann's period relation for square integrable harmonic differentials on open Riemann surfaces (開リーマン面上の二乗積分可能な調和微分に対する一般リーマン周期関係式について)
論文調査委員	(主 査) 教 授 小 堀 憲 教 授 小 松 醇 郎 教 授 楠 幸 男

論 文 内 容 の 要 旨

いままでに考えられていた Riemann の双 1 次関係式は、二乗可積分な調和微分の集合 Γ_h の要素に対して得られたものではなく、 Γ_h の要素で、さらに分割輪体に沿って周期が 0 の調和微分の集合として与えられる Γ_{hse} の要素に対して、得られたものである。面のクラスが狭いとき、たとえばグリーン函数が存在しない面（すなわち O_G ）や 2 乗可積分な調和函数が存在しない面（すなわち O_{HD} ）においては、 $\Gamma_h = \Gamma_{hse}$ がなりたつから、分割輪体からの周期は、直接には現われないので、問題はないのであるが、面のクラスが広い場合には、この分割輪体からの周期が、双 1 次関係式の中で、どのような形で現われるかが問題となる。

それで、申請者は ω_1, ω_2 は Γ_h にあって、この Γ_h を Γ_{hm}^* と Γ_{hse} とに分解したとき、 ω_i ($i=1, 2$) の Γ_{hm}^* 成分を ω'_i とするとき、関係式

$$(\omega_1, \omega_2^*) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ \sum_{i=1}^{p(n')} \left(\int_{A_i} \omega_1 \int_{B_i} \bar{\omega}_2 - \int_{A_i} \bar{\omega}_2 \int_{B_i} \omega_1 - \sum_{i=1}^{p(n')} \left(\int_{A_i} \omega'_1 \int_{B_i} \bar{\omega}_2'' - \int_{A_i} \bar{\omega}_2'' \int_{B_i} \omega'_1 \right) + R'_{n'} \right) \right\},$$

$$R'_{n'} = \sum_{i=1}^{m(n')} \left[\left\{ \int_{\beta_{n'}^{(i)}} \omega_1 - m_{n'}^{(i)} \int_{\beta_{n'}^{(i)}} \bar{\omega}_2 \right\} / \theta_{n'}^{(i)} \right]$$

を導き出した。

この関係式は、特殊の微分に適用されると、従来の諸研究の結果となるので、申請者はいろいろの場合を考えて、従来の研究の結果と比較している。

参考論文第 1 部は、リーマン面の型に関するものであって、リーマン面が放物型であるための十分条件を求め、これより、Nevanlinna をはじめ、ほかの研究者による判定条件を導き出している。

参考論文第 2 部、第 3 部および第 4 部は主論文へいたる過程を示すものであって、主として、ホモロジ一基に課せられた Kusunoki の条件を弱めることを対象にしている。

論文審査の結果の要旨

開いたリーマン面上の2乗可積分な調和微分の周期に関する研究は、フィンランドの Ahlfors から始まるが、1946年に周期が有限個の場合に、いわゆる「リーマンの関係式」を樹立した。その後、この関係式を、周期の個数が有限でない場合へ、拡張することが考えられたが、見るべき成果が得られなかった。1956年に Kusunoki が、周期の個数が有限でない場合へ拡張することに成功したのであるが、このときには、ホモロジー基の選びかたに、若干の条件がつけられた。その後、このホモロジー基に対する条件を中心として、いろいろの学者によって、研究がつけられていたが、申請者もそのグループの1人である。

申請者の一連の研究は、このホモロジー基の選び方に対して課せられた制限をゆるめることを目標にしているが、主論文においては、extremal length という概念を巧妙に取り入れて、計量的な条件を与え、それによって、ホモロジー基の選び方に対する制限を除去したのである。このことは単にホモロジー基の選び方の制限をほかのもので置き換えたというのではなく、この計量的条件は従来の研究成果に制限を与えるものではない、という性質のものであるため、この研究の成果は、いままでの諸研究の成果を、ことごとく包括するものである。したがって、新しい成果を得ているだけでなく、いろいろの研究者によって、異なる原理で導き出されたものを、一つの原理によって、総合的にまとめたという点においても、高い価値を持っている。

参考論文第1部はリーマン面の型に関するものであって、Nevanlinna, Blanc, Volkovyskij などの成果を含む条件を出していて、この方面の研究の発展に大きく貢献している。

参考論文第2部、第3部および第4部は、主論文の準備をなすもので、それぞれの段階においてながめると、意義のある研究であって、貴重なものである。

これらのことから判断すると、申請者齊之内義一の論文は、理学博士の学位論文としての価値があるものと認められる。