

研究報告

1. スピン函数の變換性に就て (第2報)

鳴 海 元

1) 前報告¹⁾では同種粒子を含む系に於ける各粒子のスピンが任意である場合にこの系のスピン函数を構成する方法、並びにそれらを共通の基底とする廻轉群及び對稱群の表現を同時に簡約することによつて、その變換性が如何に決定されるかを示した。

併しこの結果は、スピンが $\frac{1}{2}$ (單位 $\hbar$)なる多電子問題に於て Dirac²⁾ が用いた、特性演算子の方法を任意のスピン s をもつ粒子系の問題に擴張することによつても得られることが證明される。但し、スピン演算子の半可換性などが一般に失われる事實に關連して計算は必ずしも容易ではないが、特性演算子の作る置換群の表現行列の性質から、各類元素に對應する表現行列(これが一般には既約でない點が $s=\frac{1}{2}$ の場合と異なる)の指標に關して分枝圖表(一般に $(2s+1)$ 分枝をもつ)が一般的に作られ、それから得られる對稱群の既約表現への簡約の結果が第I表に與えられる。

第 I 表

s=1:	$\mathfrak{S}_2$ $\chi_1 \chi_2$ S=0 1 2	$\chi_1 \chi_2$ 1 0 0 1 1 0
s=3/2:	$\mathfrak{S}_3$ $\chi_1 \chi_2 \chi_3$ S=0 1 2 3 S=1/2 3/2 5/2 7/2 9/2	$\chi_1 \chi_2 \chi_3$ 0 0 1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 1 0 1 0 0
s=1:	$\mathfrak{S}_4$ $\{4\} \{3,1\} \{2^2\} \{2,1^2\} \{1^4\}$ S=0 1 2 3 4 S=3/2: S=0 1 2 3 4 5 6	$\{4\} \{3,1\} \{2^2\} \{2,1^2\} \{1^4\}$ 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 2 0 1 0 1 1 2 1 0 1 2 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0
s=3/2:	$\mathfrak{S}_6$ $\{6\} \{5,1\} \{4,2\} \{4,1^2\} \{3^2\} \{3,2,1\} \{3,1^3\} \{2^3\} \{2^2,1^2\}$ S=0 1 2 3 4 5 6 S=3/2: S=0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	$\{6\} \{5,1\} \{4,2\} \{4,1^2\} \{3^2\} \{3,2,1\} \{3,1^3\} \{2^3\} \{2^2,1^2\}$ 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 2 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 3 2 2 3 0 0 1 2 2 4 2 1 2 1 1 0 1 3 2 2 2 2 0 0 0 1 2 3 1 0 1 0 0 0 1 2 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0

この報告では字数に可成の制限があるので、粒子のスピンが $s=1, \frac{3}{2}$, 且同種粒子数 $f=2, 3, 4, 6$ の場合に限定した。又この各表の第一行は f 次の対称群 $\mathfrak{S}_f$ の既約表現、第一列は廻轉群の積表現 $[\mathfrak{D}_s]_f$ の簡約の結果得られた、系の合成スピン S の取り得る値であつて、その各々が廻轉群の既約表現 $\mathfrak{D}_s$ を指定している。これらを除く 0 又は正の整数値は $\mathfrak{D}_s$ に屬する $\mathfrak{S}_f$ の同値な既約表現が何回現われるかを示す。尙 $\mathfrak{S}_f$ の既約表現の記號に就いては本文末尾の文献 (3) を参照されたい。唯 $\chi_1 = \{f\}$ はすべて恒等表現を意味する。且 $\mathfrak{S}_6$ に於ける $\{2, 1^4\}$, $\{1^6\}$ は $s=1, \frac{3}{2}$ の範圍では何れも現われないから、以上の表ではその列をすべて省略した。

2) 以上の結果を用いれば、任意箇の同種粒子が特定の空間對稱を以て固定された系、例えば對稱分子系の核スピン函数の變換性が得られる。斯る空間對稱は三次元全廻轉群の部分群 $\mathfrak{G}$ によつて規定される⁴⁾。この群は常に置換群 $\mathfrak{P}$ (これは一般に對稱群 $\mathfrak{S}_f$ の部分群である) に類型に寫像される。(但し $\mathfrak{G} = \mathfrak{C}_i, \mathfrak{C}_{2v}, \mathfrak{V}_d, \mathfrak{D}_6, \mathfrak{T}_d, \mathfrak{O}_h$ 等では特に同型である)。従つて $\mathfrak{S}_f$ の既約表現は $\mathfrak{P}$ の表現としては必ずしも既約ではない。即ち系の空間對稱を考慮することによつて $\mathfrak{S}_f$ の既約表現は更に $\mathfrak{G}$ の既約表現に簡約される。若し $\mathfrak{P}$ が $\mathfrak{G}$ に類型である場合には、同値な核⁵⁾の置換に對應する類元素に注目してその簡約を行えばよい。併し $\mathfrak{P}$ が $\mathfrak{S}_f$ に一致する場合には斯る簡約を必要としない。第 II 表は代表的な二三の例に限つて以上の結果を總括した。

第 II 表

$\mathfrak{S}_2 \backslash \mathfrak{G}$	$\mathfrak{C}_i$	$\mathfrak{C}_s$	$\mathfrak{C}_2$	$\mathfrak{C}_{2v}$	$\mathfrak{D}_{2v}$	$\mathfrak{D}_{\infty h}$
χ_1	A _g	A'	A	A ₁	A _{1g}	Σ_g^+
χ_2	A _u	A''	B	B ₂	B _{1u}	Σ_u^-

$\mathfrak{S}_3 \backslash \mathfrak{G}$	$\mathfrak{C}_{3v}, \mathfrak{D}_3$	$\mathfrak{D}_{3h}$
χ_1	A ₁	A _{1g}
χ_2	E	E _g
χ_3	A ₂	A _{2g}

$\mathfrak{S}_4 \backslash \mathfrak{G}$	$\mathfrak{C}_{4v}, \mathfrak{D}_4, \mathfrak{V}_d$	$\mathfrak{D}_{4h}$	$\mathfrak{T}_d$
$\{4\}$	A ₁	A _{1g}	A ₁
$\{3, 1\}$	B ₁ + E	B _{1g} + E _{1u}	T ₂
$\{2^2\}$	A ₁ + B ₁	A _{1g} + B _{2g}	E
$\{2, 1^2\}$	A ₂ + E	A _{2g} + E _{1u}	T ₁
$\{1^4\}$	B ₁	B _{2g}	A ₂

$\mathfrak{S}_6: \mathfrak{G} = \mathfrak{O}_h$

$\{6\} = A_{1g}$, $\{5, 1\} = E_g + T_{1u}$, $\{4, 2\} = A_{1g} + E_g + T_{2g} + T_{2u}$,
 $\{4, 1^2\} = A_{2g} + T_{1g} + T_{1u} + T_{2u}$, $\{3^2\} = A_{2g} + A_{2u} + T_{1u}$,
 $\{3, 2, 1\} = E_g + E_u + T_{1g} + T_{1u} + T_{2g} + T_{2u}$,
 $\{3, 1^3\} = A_{1u} + T_{1g} + T_{2g} + T_{2u}$, $\{2^3\} = A_{1g} + A_{1u} + T_{2g}$,
 $\{2^2, 1^2\} = A_{2u} + E_u + T_{1g} + T_{1u}$, $\{2, 1^4\} = E_u + T_{2g}$, $\{1^6\} = A_{2u}$

これらの結果から、核スピン函数の變換性はすべて $\mathfrak{G}$ の既約表現 Γ_i の直和として、

$$\sum_s \{(2S+1) \sum_i \sigma(i, S) \cdot \Gamma_i\}$$

で與えられる、但し $(2S+1)$, $\sigma(i, S)$ は夫々合成スピン S に屬する核スピン多重度、並びに Γ_i

に同値な既約表現の現われる度数に他ならない。

最後に本研究の初めに御討論戴いた湯川教授, 此所にすべてを掲げ得なかつた表の作成に援助をおしまれなかつた川口修君に心から感謝を表し度い。

- 1) 筆者, 化研講演集, 第18集, 72頁; Prog. Theor. Phys. **3**, 202 (1943);
- 2) P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. **A**, **123**, 714 (1929).
- 3) F. D. Murnaghan, "Theory of Group Representations" (1938).
- 4) J. E. Rosenthal and G. M. Murphy, Rev. Mod. Phys. **8**, 317 (1936).
- 5) 近代物理学全書 (共立出版) "分子論" 附録参照.

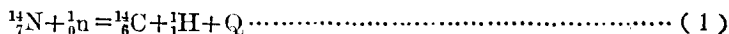
(昭和 24 年 7 月 12 日 受理)

2. 遅い中性子による ^{14}N の核反応について

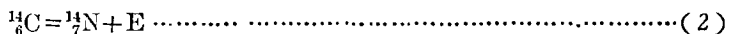
反応エネルギーの精密測定

石割 隆太郎, 湯浅 一 經

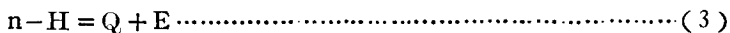
遅い中性子による ^{14}N の核反応



によつて出来る $^{12}_6\text{C}$ は β -線を放射して再び $^{14}_7\text{N}$ にもどる。



但し E は β -放射能のエネルギーを表はす。この Cycle から中性子と水素との質量差 $n-H$ が



として求められる事は, Bonner 及び Brubaker¹⁾ により指摘され, その後 Stephens²⁾ によつて論ぜられている。

$^{14}_7\text{N} + ^1_0\text{n}$ の反応エネルギー Q は既に直接或は間接の方法で二三の測定が行はれているが³⁻⁵⁾ 未だ十分確定的な値は得られて居ない。一方 $^{12}_6\text{C}$ の β -線の最大エネルギーは最近相當に信頼度の高い結果が得られているので⁹⁻¹²⁾, 我々は反応(1)のエネルギー Q を精密に測定し, (3)の關係により $n-H$ の値を検討する事を行つた。

實驗方法 素窒ガス入りの電離函を Thermal Neutron にさらし, 生じた Proton 及び $^{12}_6\text{C}$ の作るイオンの捕集による電壓脈動を比例増巾器で増巾し, フラウン管上の振れを寫眞に撮影しその統計をとり, 一方 ThC' よりの一様な α -線による振れの統計とを比較検討することにより, エネルギー Q を求める方法をとつた。

使用した電離函は直径 11.3 cm, 深さ 1.5 cm で, 之に加える電壓, 増巾器の時間常数の選擇には, 精度を高める爲に特別の注意を拂つた。一般に電離函内のガスが Proton を放出する場合, そのエネルギーは一定であつても増巾器出力の脈動の大きさは一定とはならず, Proton 發生の場所及び方向により大きさが異なり, 振れの分布は或る廣がり呈する。この廣がりの程度