

重力多体系における祖視化と「緩和」の関係

京大・物理 山城稔暢

重力多体系の緩和過程については様々な研究があるが、重力多体系の様に時間反転可能な系（保存系）においては、そもそも「緩和」ということの意味が自明でないことに注意しなくてはならない。「緩和」過程という言葉の内には様々な力学的状態から進化を始めた系が、その力学的性質（ハミルトニアンおよび保存量）に対応した固有の「緩和」状態（力学平衡および熱平衡状態）へ収束していくという描像が含まれていた。ところが、様々な力学的状態が唯一つの「緩和」状態へ収束していくという現象は不可逆な過程であり、時間反転可能な保存系においては厳密には起こり得ないはずである。この矛盾は次のように説明される。

N 体系の力学的状態は $6N$ 次元位相空間（ Γ -空間）の一点（または一粒子位相空間（ μ -空間）における N 個の点）を指定すれば完全に決まる。重力多体系は保存系であるから、Liouville の定理に従って系の進化に沿った Γ -空間の体積が保たれ、一つの力学的状態（進化軌道）の近傍の一定体積に含まれる他の力学的状態（進化軌道）の数は常に一定である。この事はある進化軌道の近傍に新たに入ってくる軌道と近傍から出ていく軌道は同数である事を意味する。多体系のような大自由度系の力学進化は一般にカオス的で、系の僅かな力学的状態の違いが時間とともに急速に拡大していくことが知られている。すなわち、ある進化軌道の非常に小さい近傍に注目すると、そこでは軌道の出入りが極めて激しいと考えられる。こうして離合する無数の軌道の内、近づいていくものだけを集めれば前述の「緩和」現象を見る事が出来るし、離れていくものだけを集めれば「分岐」現象を観測する事になる。以上の議論から、前述の「緩和」現象を見る為には無数の力学的状態の内、接近していく軌道上にあるものだけを選択するプロセスが不可欠である事が分かる。いわゆる祖視化はそのようなプロセスに当たると期待される。実際、我々は Γ -空間のすべての変数を無限の精度で観測できる訳ではないから、実際上重要なのは、一部の興味ある変数に対して有限の精度で観測（祖視化）した場合の軌道の離合や「緩和」・「分岐」現象の関係である。もし、「祖視化」した上で異なる力学的状態を集めるというプロセスが、接近する軌道上にある力学的状態だけを集めるという事に対応していれば「祖視化」された系の進化が常に「緩和」過程

であってもなんら不思議はない。系の時間反転可能性は「祖視化」によって見かけ上破られているのである。

以上のように保存系の「緩和」現象は「祖視化」のプロセスと本質的な関係があり、「祖視化」の仕方を変えれば「緩和」の起こり方も変わると思われる。事実、重力多体系の数値シミュレーションにおいてはビリアル比（全運動エネルギーの二倍と重力エネルギーの比）、（ μ -空間の）配位空間における粒子分布および粒子のエネルギー分布のそれぞれに着目した場合の緩和時間が著しく異なる事が明らかになっている。これは着目する変数（祖視化の仕方）をそれぞれビリアル比、粒子の位置、粒子のエネルギーと変更した場合の緩和の発生が異なる事を示している。ところが、これまでの重力多体系の研究は Γ -空間における軌道の離合や「緩和」、「分岐」現象に限られており、「祖視化」とこれらの現象の関係はあまり調べられていない。このような問題を調べるためには、

- 1) Γ -空間における（進化）軌道の離合が Γ -空間の $6N$ 個の変数においてどの様に実現されるか調べる必要がある。もし、 Γ -空間の $6N$ 個の独立変数の内、あるものについては軌道の離合が激しく、あるものについては緩慢である、といった事実があるとすれば、激しい軌道の離合を生じる変数だけを観測する方が、そうでない変数を観測するよりも「緩和」（または「分岐」）が活発に起きる事になるであろう。このことは、重力多体系において「祖視化」の仕方を変える事によって「緩和」の速さが異なる事実を説明するであろう。
- 2) 次に Γ -空間における軌道間の距離と離合の関係を知らなくてはならない。保存系ではリウルの定理により進化軌道は交わる事がないので、極めて近接した二つの軌道はかなり大きな確率で離れていくと予想される。一方、二つの進化軌道の距離として許される最大値に近い値を取る軌道の場合は次の瞬間かなりの確率で接近し始めると思われる。このことは我々の着目するスケールに依存して、系が「緩和」したり、逆に「分岐」現象を起こしたりする可能性を示唆する。
- 3) 以上の二点を総合して「祖視化」の仕方（どの変数で、どのスケールで観測するか）と系の「緩和」の関係を定量化する事によって、重力多体系における緩和の意味を明確にし、しばしば数学的・抽象的に過ぎる「緩和」過程の議論を数値シミュレーションの結果等のより現実に近い問題と関係付ける事が出来よう。