

漸近波線理論と差分法を用いた弾性波動のハイブリッドシミュレーション

伊豆原渉*・三ヶ田均**・真田佳典*³・芦田 譲*⁴

要 旨

現在、水平方向にも不均質な媒質の弾性波の波動場計算では差分法が頻繁に利用されている。差分法は、アルゴリズムが簡単であり複雑な地下構造にも対応できるという利点を持つ。しかし、浅部に伝播速度の低い構造を持つモデルや広大なモデルに対しての計算には、計算時間や計算機のメモリなどの問題が生じる。一方、波線理論の計算は複雑な構造に対しては適用が難しいが、簡単な構造に対しては計算時間も小さく、計算を効率的に行うことができる。

本研究では、先に上げたようなモデルに対しての差分法の波動伝播計算に関する問題を解決するために、浅部の簡単な構造に対して波線理論を弾性学に応用した漸近波線理論を利用し、それ以外の領域に差分法を用いるという二つの手法を用いたハイブリッドシミュレーションを行った。このシミュレーション手法は差分法と漸近波線理論の両手法の利点を生かすことができ、今後複雑化することが予想される資源探査にも応用できると考えられる。

キーワード： 漸近波線理論・差分法・ハイブリッドシミュレーション

1. はじめに

物理探査学において、様々な地下構造に対して合理的かつ正確に地震波の波動伝播を把握することは非常に重要なことである。複雑な地下構造に対する波動伝播の問題の理論解は現在でも知られていないが、近年では何らかの近似を用いてこれらをコンピュータによるシミュレーションで行うことが一般的になり、そのための種々の計算手法が開発されている。これらの計算手法はそれぞれ異なった長所と短所を持ち合わせており、目的や対象とする地盤構造などに応じて最良の手法を採用することが望まれる。

純数値的手法は弾性波動方程式を直接数値的方法で解くもので、差分法(FDM)や有限要素法(FEM)が代表的に挙げられる。中でも差分法は、アルゴリズムも簡単で良好な精度を持つことや、複雑な速度変化等任意の速度構造に対応できるなどの利点を持ち、比較的良好に使われ

る手法である(Virieux, 1986)。しかし、海水部分を持つ構造や伝播速度の低い層を浅部にもつ構造をモデリングする際のシミュレーションにこの手法を用いると、効率の面で不十分な点が出てくる。海水や浅部の伝播速度が深部の地層のそれよりも低い場合、グリッド分散を考慮することにより、差分計算のグリッドはそれにあわせて細かくとらなくてはならないため、グリッド数が増えてしまう。また、本研究では海水部分を持つ構造においての海底以下のシミュレーションに着目しており、海水部分の波動伝播の影響の評価は不必要である。それが大水深の場合にはこの計算時間が見過ぎしがたい。さらには、地下構造が大きくなるにつれて差分法でのフォワードモデリングは、計算機のメモリと時間をより必要とし、短時間でのシミュレーションが難しくなる。

高周波数の波、つまり波長が不均質性のスケールよりずっと小さい場合には、幾何光学の理論が適用される。これは、屈折法や走時曲線を用いた全地球的内部構造の

2007年4月9日原稿受付; 2009年5月26日受理

* 京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻ジオフィジクス分野

〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1-1-119

現在：シュルンベルジェ株式会社

〒229-0006 神奈川県相模原市淵野辺 2-2-1

** 京都大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻ジオフィジクス分野

〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1-1-119

*³(独)海洋研究開発機構(JAMSTEC) CDEX 科学計画室

〒236-0001 横浜市金沢区昭和町 3173-25

*⁴NPO 法人環境・エネルギー・農林業ネットワーク(EEFA)

〒600-8448 京都市下京区松原通新町西入藪下町 23 番地

第116回(平成19年度春季)学術講演会にて一部を発表

決定など、1970年代から80年代にかけて最も広く用いられてきた方法である(Cerveny, 2001)。差分法とは対照的に、波線理論によるモデリングは地下構造モデルが大きくなっても比較的短時間で計算が可能である。伝播距離に関しても波線理論は差分法よりも比較的大きな波数領域まで計算が可能であり、グリッド分散も存在しない。また、波線を伝わるP波、S波を選択できるということも波線理論の利点といえる。しかし波線理論の計算にも差分法同様欠点がいくつか挙げられる。アルゴリズムが差分法に比べて複雑であること、複雑な構造に対して適用が難しいこと、すべての波を表現できないことなどがある。波線理論は、波長を基準としたモデルの不均質さと伝播距離により適用範囲を定められる(Aki and Richards, 1980)。不均質性が波長と同程度になると、回折などの影響が大きくなり波線理論は適用が難しい。

本研究はこの二つの手法、波線理論と差分法に着目し、それらを結合したハイブリッドシミュレーションを行った。本研究の動機は、それぞれ単独の手法では効率が悪い、もしくは差分法では領域が大きすぎて計算できないモデルに対しても両手法をハイブリッドすることで効率的な計算が可能になる点である。また、従来の波線理論と差分法のハイブリッドシミュレーションでは二次元までの計算であったのに対し(Lecomte, 1996)、本研究では三次元で計算を行っている。本研究のハイブリッドシミュレーションでは、波線計算に漸近波線理論を用いた。漸近波線理論とは、地震波の伝播を扱う際に、波動理論を導入し振幅を扱うことが出来るよう拡張された波線理論のことである。漸近波線理論で求めた波動場は差分法の領域における入力波形として使用される。

2. ハイブリッドシミュレーション

本章では漸近波線理論による波動場計算と差分法による波動場計算を組み合わせたハイブリッドシミュレーションについて、その流れと各手法とその両者の領域の境界条件について述べる。

ハイブリッドシミュレーションのフローを Fig.1 に示す。始めにシミュレーションのための震源とモデルの決定を行い、漸近波線理論に従い数値計算を行う。発射された波線の中で、差分法の計算領域の上面まで到達する波線に関する走時と振幅を求める。さらに、差分法の計算領域の上面に対応するすべてのグリッドに対して paraxial ray 近似を行い、それぞれのグリッドに対応する波形を得る。これらはそれぞれ差分法への入力波形となるが、この考え方はホイヘンスの原理（厳密にはホイヘンス-フレネルの原理）を基とする。模式図を Fig.2 に示す。Fig.2 は見やすくするため二次元であるが、実際の計算は三次元で行っている。このように差分法の計算領域の上面に対応するすべてのグリッドごとに波線計

算の波形を入力することにより、波線計算から差分領域の計算につながることになる。差分への入力に関して、本研究では粒子速度のみを入力波形とした。

2.1 漸近波線理論

2.1.1 走時、波線追跡

走時、波線追跡計算には、アイコナル方程式を用いる。直交座標系でのアイコナル方程式は

$$p_i p_i = \frac{1}{\alpha^2(x_i)} \quad (1)$$

である。添え字 i は各座標成分を表し、三次元であれば1から3(x, y, z 軸方向にあたる)をとる。 x_i は座標、 p_i はスローネスベクトルの要素で T を走時として $p_i = \partial T / \partial x_i$ である。 α は速度でP波ならP波速度、S波ならばS波速度が入る。本研究では式(1)を解く方法に、特性曲線法を使用する(Cerveny, 2001)。特性曲線法を利用することにより、式(1)は波線の長さを表す変数 s を用いて次のように表される。

$$\frac{dx_i}{ds} = v p_i, \quad \frac{dp_i}{ds} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\alpha} \right), \quad \frac{dT}{ds} = \frac{1}{\alpha} \quad (2)$$

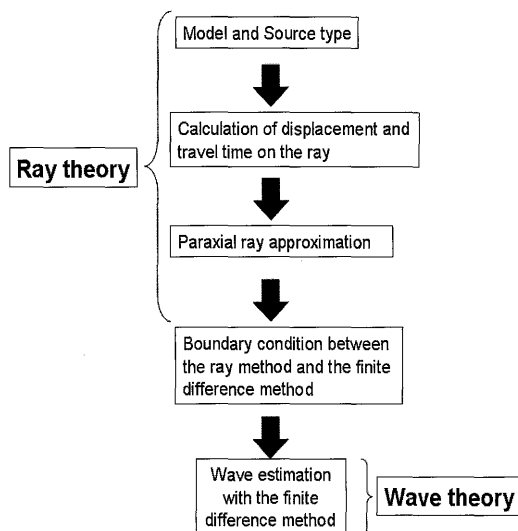


Fig.1. Hybrid simulation flow.

2.1.2 振幅計算

振幅計算にはトランスポート方程式を用いる。P波のトランスポート方程式は

$$2\nabla T \cdot \nabla \left(\sqrt{\rho \alpha^2} A \right) + \sqrt{\rho \alpha^2} A \nabla^2 T = 0 \quad (3)$$

となる。 T は走時、 ρ は密度、 α はP波速度、 A は波面に直交する変位ベクトルの大きさ、つまり波の進行方向の変位の振幅である。このトランスポート方程式を解くということは A を求めることであり、 A を波線の長さ s の関数とすると、点 s での A は参照する点を s_0 として式(3)から

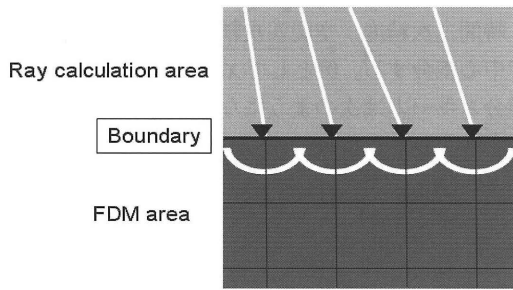


Fig.2. Boundary model between the ray tracing and the finite difference.

$$A(s) = \left[\frac{\rho(s_0)\alpha(s_0)J(s_0)}{\rho(s)\alpha(s)J(s)} \right]^{1/2} A(s_0) \quad (4)$$

と表される(Cerveny, 2001)。ここで、 J は波線座標から直交座標への変換ヤコビアンを表しており、波線上では geometrical spreading (幾何減衰) に相当する。 S 波のトランスポート方程式の場合は、式(3)、(4)の α を S 波速度に、さらに A を波面に平行な方向の変位の振幅とする。ただし、三次元の場合には波面に平行な方向で互いに垂直な二つの方向に対してそれぞれトランスポート方程式が成り立つので、式は二つになる。これらの式に表れる J (ヤコビアン) を求めるためには次に紹介する dynamic ray tracing が必要である。

2.1.3 Dynamic ray tracing

Dynamic ray tracing は、ある波線に関するいくつかの常微分方程式を解くことから、その波線上の位置やスローネスペクトルの微分係数を求める過程のことである。Dynamic ray tracing は、始め幾何減衰を定量的に計算するために提案されたが、今では Maslov-Chapman method (Chapman, 1985), Gaussian beam method (Cerveny, 1985), インバース問題などに応用されるようになり、漸近波線理論の中で幅広く活用されるようになってきている。本研究では、dynamic ray tracing によってトランスポート方程式の解を求める際に必要な幾何減衰と、次節で紹介する paraxial ray 近似に必要な変数を求める。

基本的な dynamic ray tracing は 4 つの一階線形微分方程式からなる。それらは

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial q_I}{\partial \gamma} \right) = v \frac{\partial p_I^{(q)}}{\partial \gamma}$$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial p_I^{(q)}}{\partial \gamma} \right) = -v^{-2} v_{,IK} \frac{\partial q_K}{\partial \gamma}, \quad I=1, 2 \quad (5)$$

である。ここで、 s は波線の長さ、 q_I は ray-centered 座標、 $p_I^{(q)}$ は ray-centered 座標系のスローネスペクトル、 γ は波線座標、 v は粒子速度、 $v_{,IK}$ は速度の二回微分、 $v_{,IK} = \left(\partial^2 v(q_1, q_2, s) / \partial q_I \partial q_K \right)_{q_1=q_2=0}$ である。 I は波面に平行な面での互いに直行する二つの座標を表し、 $I=1, 2$ で成り立つので、式(5)は計 4 つとなる。ここで波線座標を γ_1, γ_2 とすると、 2×2 の変換行列

$$Q_{IK} = \left(\partial q_I / \partial \gamma_K \right)_{q_1=q_2=0}, \quad P_{IK} = \left(\partial p_I^{(q)} / \partial \gamma_K \right)_{q_1=q_2=0}, \quad I, K=1, 2$$

を用いて式(5)は

$$\frac{dQ_{IK}}{ds} = v P_{IK}, \quad \frac{dP_{IK}}{ds} = -v^{-2} v_{,IK} Q_{IK} \quad (6)$$

と変形される。この Q_{IK} の行列式 $\det Q$ が波線上のヤコビアン J の値、つまり幾何減衰の値となる。

また、本研究では、波線に沿って式(2)、(5)を初期値問題として解くことにより、走時や幾何減衰の波線計算を行う。式(2)、(5)の解法にはハミング法を用いる。また、式(4)の振幅計算は式(5)を解く事により求められる幾何減衰を用いて求められる。

2.1.4 Paraxial ray 近似

漸近波線理論による波動場評価は応用上大変有用であるが、波線上でしか評価できないため、震源と観測点を結ぶ波線をうまく見つけなければならないという欠点を含んでいる。媒質が複雑化した三次元のような場合においては、これはきわめて大変な作業である。そこで Cerveny らによって提案されたのが、漸近波線理論で計算される波動場を波線以外の領域に外挿する paraxial ray 近似である (Cerveny et al., 1984; Cerveny, 2001)。具体的には、波線上のある点に隣接した点の走時を波線上の点まわりの二次のテイラー展開で近似する。これにより波線が希望の点を通らなくても、その近くを通ってさえいれば、よい精度で波動場が計算できることになる。また、dynamic ray tracing による幾何減衰を考慮した波線上の振幅評価と、paraxial ray 近似を用いることとの計算量は全く同じである。

本研究では、波線領域と差分領域の境界においてこの paraxial ray 近似を利用する。模式図を表したのが Fig.3 である。波線領域と差分領域の境界面に到達した波線は、境界面上の差分計算のグリッド上 (点 A) に正確には到達しない。そこで paraxial ray 近似を用いて差分計算のグリッドに対応する走時と振幅を得る。その際に、境界面上に到達したすべての波線から各グリッドに最も近くに到達した波線を選択し、計算を行う。

2.2 差分法

本研究では、ハイブリッドシミュレーションの一つの手法として、時間が二次精度、空間が四次精度 (Levander,

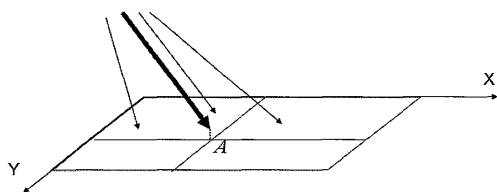


Fig. 3. Choice of a ray for paraxial ray approximation on the point A. The arrays in the figure are examples, which reach the boundary surface between areas of the ray calculation and the FDM. The thick ray, which is the nearest from the point A on the boundary surface, is chosen as a paraxial ray in order to calculate displacement and arrival time at the point A.

1988)のスタガード格子(Virieux, 1986)の差分法を用いる。

2.2.1 運動方程式とフックの法則

スタガード格子の差分法は、変位速度と応力とを半格子ずれた異なる格子点として定義する。変位速度と応力の関係を表すには運動方程式とフックの法則を用いる。直交座標系の三次元の運動方程式は

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial v_1}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} \\ \rho \frac{\partial v_2}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} \\ \rho \frac{\partial v_3}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3}\end{aligned}\quad (7)$$

である。ここで、 t は時間、 ρ は密度、 v_1, v_2, v_3 はそれぞれの座標(x, y, z 方向)の粒子速度、 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ は垂直応力、 $\sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}$ はせん断応力を表す。

フックの法則は等方性媒質の場合は

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial u_1 / \partial x_1 \\ \partial u_2 / \partial x_2 \\ \partial u_3 / \partial x_3 \\ \partial u_1 / \partial x_2 + \partial u_2 / \partial x_1 \\ \partial u_2 / \partial x_3 + \partial u_3 / \partial x_2 \\ \partial u_1 / \partial x_3 + \partial u_3 / \partial x_1 \end{pmatrix}\quad (8)$$

である。ここで、 u_1, u_2, u_3 は変位、 λ, μ はラメ定数である。

2.2.2 差分スキーム

式(8)の変位を用いた式を粒子速度を用いた式に変形し、時間二次精度、空間四次精度のスタガード格子差分法で中心差分する。例として x 軸方向の粒子速度を求める差分スキームは次のようになる。

$$\begin{aligned}U_{i,j,k}^{n+1/2} &= U_{i,j,k}^{n-1/2} \\ &+ \frac{1}{P_{i,j,k}} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ \frac{1}{24} (\Sigma_{i+3/2,j,k}^n - \Sigma_{i-3/2,j,k}^n) \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{8} (\Sigma_{i+1/2,j,k}^n - \Sigma_{i-1/2,j,k}^n) \right\} \\ &+ \frac{1}{P_{i,j,k}} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left\{ \frac{1}{24} (\Theta_{i+3/2,j,k}^n - \Theta_{i-3/2,j,k}^n) \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{8} (\Theta_{i+1/2,j,k}^n - \Theta_{i-1/2,j,k}^n) \right\} \\ &+ \frac{1}{P_{i,j,k}} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left\{ \frac{1}{24} (\Xi_{i+3/2,j,k}^n - \Xi_{i-3/2,j,k}^n) \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{8} (\Xi_{i+1/2,j,k}^n - \Xi_{i-1/2,j,k}^n) \right\}\end{aligned}\quad (9)$$

ここで、 U は x 軸方向の粒子速度、 P は密度、 Δt はタイムステップ間隔、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は x, y, z 軸方向のグリッド間隔である。 Σ, Θ, Ξ は応力成分であり、それぞれ $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}$ を表す。さらに、それぞれの文字に関して上付き添え字は時間、下付き添え字は位置を表す。つまり、 $U_{i,j,k}^{n+1/2}$ は時間 $n+1/2$ の位置 (i, j, k) の x 軸方向の粒子速度ということになる。このような差分スキームにより、 x, y, z 軸方向の粒子速度と応力(垂直とせん断)を交互に求めていく。

2.3 波線領域と差分領域の境界条件

以下、波線領域と差分領域の境界について説明を述べる。本来、波線領域と差分領域の境界において物理的整合性を保たせるためには、すべての変位と応力成分が連続でなければならない。本研究では、波線計算によって求められた結果を差分法へ入力する際に、波線計算による変位(差分法入力時は粒子速度)のみを差分法計算領域の境界面にあたるグリッドに入力する。Fig. 4に境界面のスタガード格子の様子を示す。Fig. 4において、黒丸が粒子速度、白丸が応力の位置を示す。 U, V, W はそれぞれ X, Y, Z 方向の粒子速度、 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ はそれぞれ x, y, z 方向の垂直応力、 $\sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}$ は XY, YZ, ZX 方向のせん断応力を示す。一つの格子を例にとると、まず点 U における粒子速度を波線計算とparaxial ray近似を用いて計算する。その粒子速度を X, Y, Z 方向に分解し、差分法においてそれぞれ U, V, W (黒丸)に求められた時系列の粒子速度データを入力する。それを境界面にあたるすべての格子において計算する。つまり、差分領域からみると、境界面における粒子速度の格子点(黒丸)に波線計算の粒子速度が入り、それ以外の点に関しては通常の差分計算をしていることになる。応力に関しては、差分スキームの中で粒子速度から応力が求められるので、そ

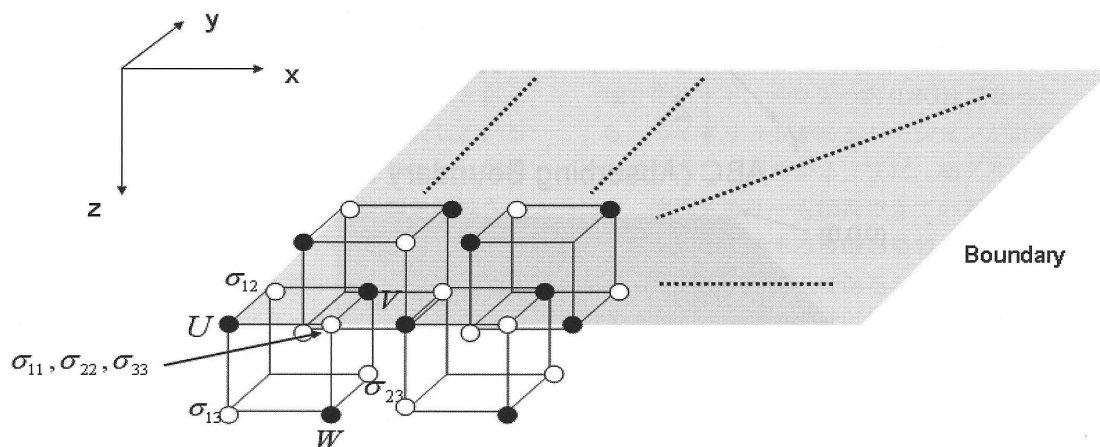


Fig.4. Configuration of staggered grid on the boundary between calculation areas of the FDM and the ray tracing. The black circles, which mean particle velocity, are used for input into the FDM from the ray tracing.

れにより境界条件が満たされると考えた。

また、本研究のハイブリッドシミュレーションの境界での計算では、波線計算の結果を差分法に入力するため、上方に向かう波も同時に発生してしまう。その影響をなくすため、ハイブリッドシミュレーションの差分計算の領域の上方に吸収境界をもうけることにより、波線データ入力時に発生する上方に向かう波を減衰させる。

3. 数値計算

3.1 適用モデル

ハイブリッドシミュレーションの有用性を示すために、弾性波伝播の適用例を示し、差分法の数値計算結果との比較を行う。なお、今回は粘性項について考慮しない。

震源には点震源、線震源、面震源などが考えられるが、今回は物理探査でもよく使用するダイナマイトやエアガンなどの人工震源を想定した点震源を使用する。また、今回の震源は水中に位置するので、爆発震源を使用する。震源波形として中心周波数 20Hz のリッカーウェーブレットを用いる。

計算モデルを Fig.5 に、その伝播速度と密度を Table. 1 に示す。ここに示した図は、比較のための差分法のモデルである。本研究では、計算の精度を検証することを考えて海底下に一層を持つ簡単な海の構造を仮定する。数値分散や安定条件を考慮することにより、グリッド間隔は 5m (最小波長 70m の 1/10 以下)、時間ステップは 0.5ms で時間ステップ数は 1500 ステップとした。モデルの側面にはすべて吸収境界(Cerjan et al.,1985)を 20 グリッド設ける。

Table 1. P-wave velocity, S-wave velocity and density of the calculation model.

	P-wave velocity (m/s)	S-wave velocity (m/s)	Density (g/cc)
Ocean	1500	0	1.0
Layer	2500	1442	2.5

なお、Fig.5 の図には吸収境界は含まれていない。ハイブリッドシミュレーションの場合は、モデル下部に示した小さい直方体内を差分法で解き、それ以外の部分は波線計算により解く。

今回のモデルにおいて、差分法の領域に入射する波は海底面を透過する P-P 波と P-S 波であるので、波線計算をそれぞれで行い、差分法入力の前に両方の波を統一した時系列の粒子速度データを得た。ハイブリッドシミュレーションの差分法の側面には同様にすべて吸収境界を設けた。

海底から 200m 下方に波線計算と差分法の境界面を設け、その面に対しては 2.3 節の理論に基づいて計算を行う。その境界面の 10m 下方の震源直下の位置から X 軸方向に 20m 間隔で受振器を 13 個並べる。そして差分法のみ計算とハイブリッドシミュレーションを行い、精度と計算時間の比較を行う。また、今回のモデルは波線計算領域に不連続面を有する。この境界では構造による境界条件(流体 - 固体や固体 - 固体)を満たすように、反射や透過率が決定される(Cerveny, 2001)。これらは波線計算の際に利用される。

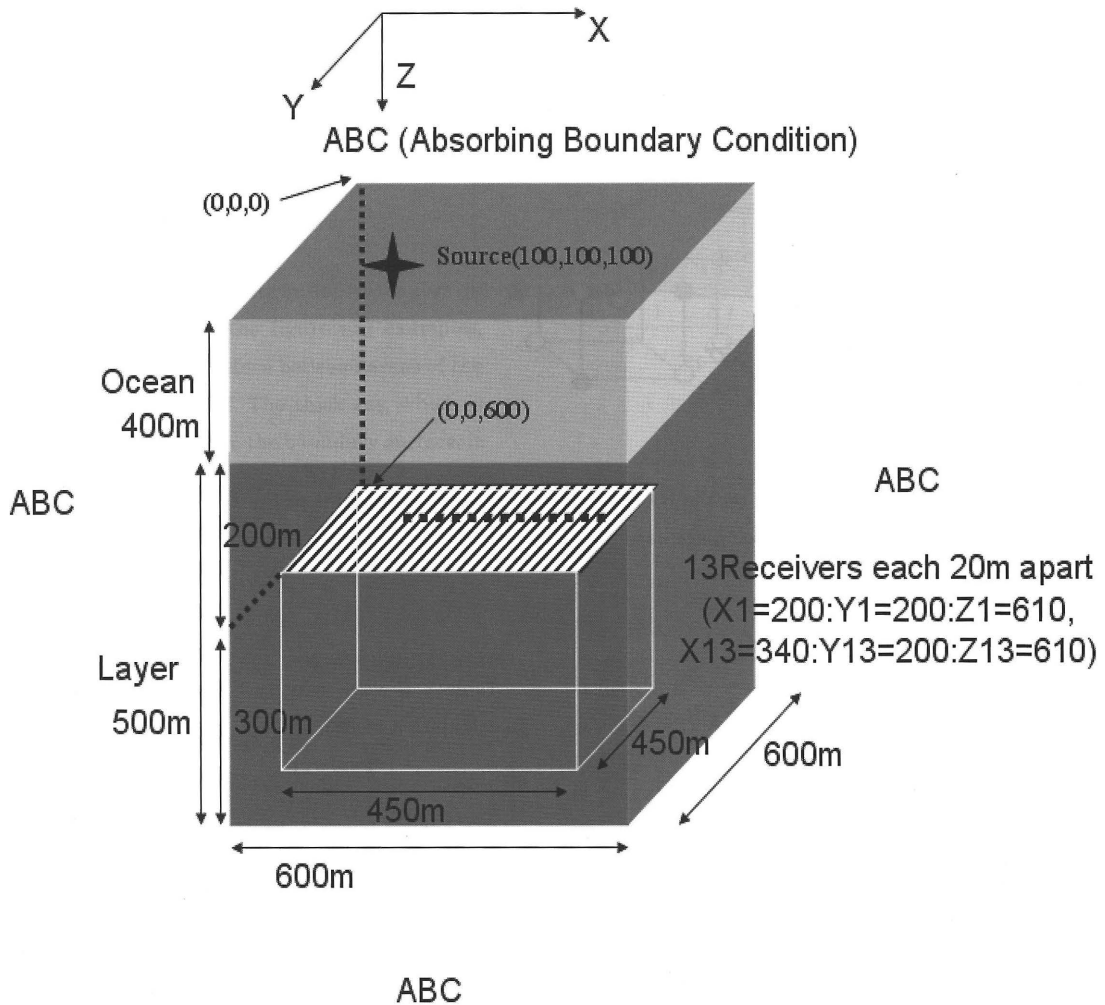


Fig.5. Three-dimensional calculation model for wave propagation.

3.2 結果と考察

ハイブリッドシミュレーションの精度を確認するために、差分法のみとの結果と比較をする。Fig.6 と Fig.7 には、差分法とハイブリッドシミュレーションの両手法による Z 方向の粒子速度のスナップショット（ハイブリッドシミュレーションの差分計算領域における XZ, YZ 平面を表示。座標は震源を(100,100,100)とする）、Fig.8 から Fig.10 には粒子速度の受振記録（X,Y,Z 方向）を示す。まず、Fig.6 と Fig.7 を見れば、両手法により安定に計算が行われ、P 波、S 波ともに差分法とハイブリッドシミュレーションによる計算でほぼ同様の波動伝播が表されていることがわかる。Fig.8 から Fig.10 の受振記録からも、差分法とハイブリッドシミュレーションによる同様の波動伝播が確認できる。Fig.9 は震源に対して S H 方向になるので、振幅はほとんど 0 になる。

しかし、Fig.6, 7, Fig.8, 10（破線の楕円部）に差分法とハイブリッドシミュレーションで異なる部分がみられ

る。これはモデルの側面の吸収境界が十分に効果を発揮しないことによる反射波である。差分計算の吸収境界は差分法とハイブリッドシミュレーションで同じものを用いているが、差分計算の領域を考えたとき、差分法のほうが側面からの反射が早いためにこの不一致が起こったと推察できる。また、それ以外の細かい振幅や波形の違い（Fig.8 一番上の receiver の SV 波のピーク値の違い等）の原因としては、波線計算から差分法への入力手法の不完全性があげられる。本研究では、差分法では空間方向に四次精度を用いているのに対し、波線計算と差分法の境界では 1 グリッドのみを考慮しているため、波線領域から差分法への橋渡しが完全に正確にはなされていないことが考えられる。

また、解決すべき問題として、波線計算と差分法との境界での物理的整合性の正確さについてもう一つ述べておきたい。今回の結果により、波線計算から差分法への入力方法が境界条件をある程度充たしたものであること

は確認されたが、波線計算と差分法を結合させる際の物理的整合性を正確に持たせるためには、境界面を無限遠まで広げ、その面全域において積分する、もしくは、差分法の領域を囲うすべての面において積分することが必要である。本研究では Fig.6 から Fig.10 で比較している断面や点よりも大きい領域において計算すること（境界面をなるべく大きくとること）で、その影響を軽減させているために結果に差異は見られないが、差分計算領域の上面だけでなく側面の方からも波が発生するような複雑な構造や、より正確なハイブリッドシミュレーションを行うためには、この点について留意しておく必要がある。

次に、計算にかかった時間、つまり計算の効率性について考察する。全モデル領域を差分法で計算した場合の計算時間は約 42 分であり、ハイブリッドシミュレーションの計算時間は約 18 分であった（波線計算は約 2 分）。使用した計算機のスペックは、CPU は Intel (R) Xeon

(R) CPU 3.00GHz, Memory size 2.0GB, 実際の計算量は差分法で $161 \times 161 \times 221$ グリッド、メモリー約 1.5GB, ハイブリッドシミュレーションで $131 \times 131 \times 121$ グリッド、メモリー約 0.8GB であった。この結果から、ハイブリッドシミュレーションが計算時間を短縮できていることがわかる。また、総グリッド数が少ないため、使用メモリーも節約できている。震源から発射した波線の数追跡する波線の種類ごと（P-P 波、P-S 波）に 5000 本以上であるが、計算の効率がよいため、差分法に比べると非常に短い時間で計算が行われている。

4. まとめ

本研究では、波線理論に波動理論を取り入れて振幅計算を可能とする漸近波線理論と、従来よく利用されている差分法を用いて、二つの手法を組み合わせたハイブリッドシミュレーションを三次元で行い、ハイブリッドシ

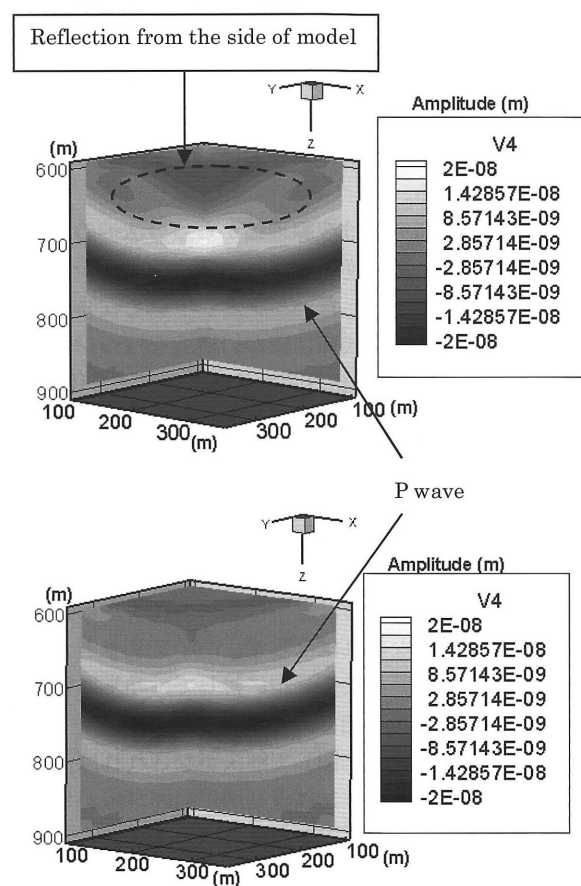


Fig.6. Snapshot of vertical component (Z) of displacement with 0.40s by FDM (above) and Hybrid (bottom).

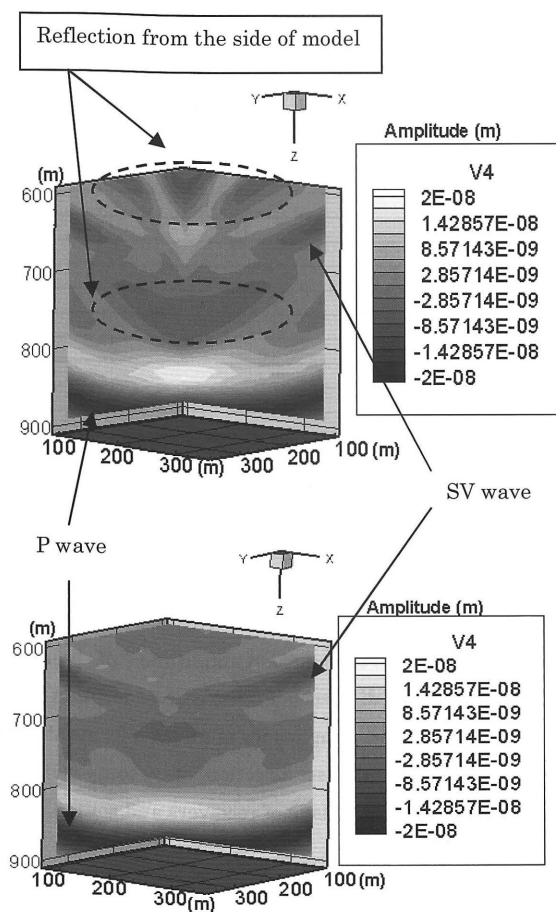


Fig.7. Snapshot of vertical component (Z) of displacement with 0.45s by FDM (above) and Hybrid (bottom).

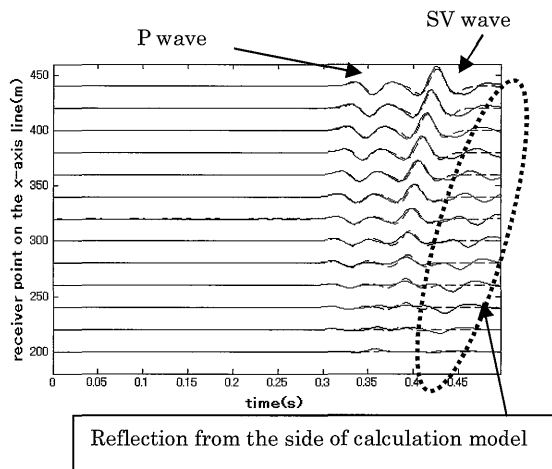


Fig.8. Comparison of horizontal component (X) of displacement at receiver location with FDM (lined) and Hybrid simulation (dashed). All waveforms are normalized by the peak amplitude of vertical component (Z) of displacement at receiver location with Hybrid simulation.

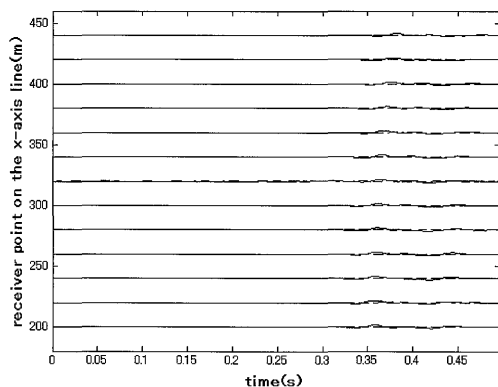


Fig.9. Comparison of horizontal component (y) of displacement at receiver location with FDM (lined) and Hybrid simulation (dashed). All waveforms are normalized by the peak amplitude of vertical component (z) of displacement at receiver location with Hybrid simulation. Amplitudes of all waveforms should be nearly zero because direction of y component is perpendicular to the plane of receivers and source.

ミュレーションの効率のよさを確認した。また、波線計算と差分法の境界での境界条件を考慮にいたした入力方法についての考察を行い、三次元でのハイブリッドシミュレーションの正確さも確認した。

本研究により、漸近波線理論と差分法を用いたハイブリッドシミュレーションの実現のための基盤が構築され

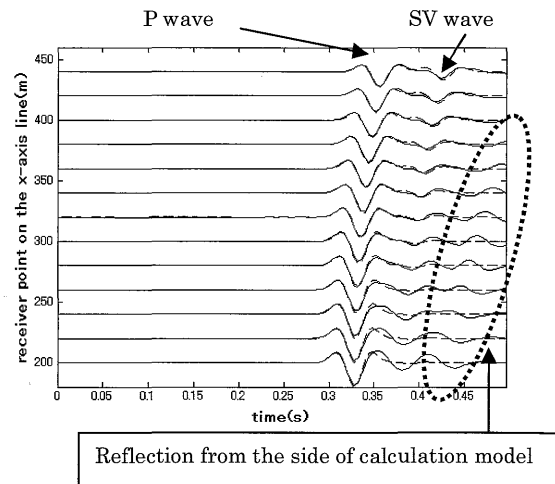


Fig.10. Comparison of vertical component (z) of displacement at receiver location with FDM (lined) and Hybrid simulation (dashed). All waveforms are normalized by the peak amplitude of vertical component (z) of displacement at receiver location with Hybrid simulation.

たが、2.3 節で取り上げた波線理論と差分法の境界面での物理的整合性の実現については、より深い研究がなされるべきである。

さらに、本研究では波線理論から差分法への入力のみを考慮したが、その逆のアプローチ、差分法から波線理論への入力、を考慮したハイブリッドシミュレーションを行うことにより、浅部に細かい構造を持つシミュレーションや、その両方を組み合わせることにより(Lecomte, 1996), 受振器が地表や海上にある場合の物理探査のためのモデリングや坑井を利用した VSP(Vertical Seismic Profiling), OBC(Ocean Bottom Cable)などにも応用が利く。また、差分法の効率化に関しては、異なる格子サイズを用いるなどの手法も考えられるが(林, 1999), 大水深を持つ構造に対する計算では結果的に海水部分の計算を差分法で行わなければならない、ハイブリッドシミュレーションはこういったモデルに対して、非常に効率的に計算を行うことが可能である。

上記に挙げた課題に関して解決がなされれば、ハイブリッドシミュレーションはより適用範囲が広がり、非常に有用なツールとなるであろう。

謝 辞

本研究におきましては、二人の査読者の方に丁寧な査読をしていただき、貴重なご指摘を頂きました。感謝の意をここに記します。

参 考 文 献

- Aki, K. and Richards, P.G. (1980): Quantitative Seismology, W.H. Freeman, 749.
- Cerjan, C., Kosloff, D., Kosloff, R., and Reshef, M. (1985): A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic-wave and elastic-wave equations (short note), *Geophysics*, **50**, 705-708.
- Cerveny, V. (1985): Gaussian beam synthetic seismograms, *J. Geophys.*, **58**, 44-72.
- Cerveny, V. (2001): "Seismic ray theory", Cambridge University Press.
- Cerveny, V., Klimes, L., and Psencik, I. (1984): Paraxial ray approximations in the computation of seismic wave field in inhomogeneous media, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **79**, 89-104.
- Cerveny, V., Klimes, L., and Psencik, I. (1988): Complete Seismic-Ray Tracing in Three-Dimensional Structures, in "Seismological Algorithms", ed. D. J. Doornbos, Academic Press, 89-168.
- Chapman, C.H. (1985): Ray theory and its extensions WKBJ and Maslov seismograms, *J. Geophys.*, **58**, 27-43.
- 林宏一・Burns Daniel R. (1999): 地形を考慮した差分法による粘弾性波動場モデリング, 物理探査学会第 101 回学術講演会講演論文集, 37-41.
- Lecomte, I. (1996): Hybrid modeling with ray tracing and finite difference, *66th Annual Meeting of Society of Exploration Geophysicists*, Denver, Col., 699-702.
- Levander, A. R. (1988): Fourth-order finite-difference P-SV seismograms, *Geophysics*, **53**, 1425-1436.
- Robertsson, J. O. A., Levander, A., and Holliger, K. (1996): A hybrid wave propagation simulation technique for ocean acoustic problems, *J. Geophys. Res.*, **101**, No. B5, 11225-11241.
- Virieux, J. (1986): P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity stress finite-difference method, *Geophysics*, **51**, 889-901.
- 蓬田清 (1989): 横方向不均質媒体における波動場の最新の計算法 — ガウシアンビームを中心として —, 地震 第 2 輯 第 42 卷, 117-129.

Hybrid wavefield estimation using asymptotic ray theory and finite difference method

Wataru Izuhara *, Hitoshi Mikada**, Yoshinori Sanada*³ and Yuzuru Ashida*⁴

ABSTRACT

A finite difference method (FDM) is a very useful method in seismic wavefield estimation in laterally varying structures. Although the FDM has some advantages in its simple algorithm and applicability for complex medium, the calculation may become costly due to enlarged model space when there are zones of low velocity. The application of ray theory can calculate faster than the FDM in non-complex structures and there might be a method to exploit the advantages of both the FDM and ray theory.

We demonstrate the hybrid estimation combining the asymptotic ray theory and the finite difference method to solve these problems in FDM, which has both advantages in two different approaches. In this simulation, the ray theory is applied for non-complex part of medium and the FDM is for complex part of medium. This approach can be effective for explorations of resources, which are going to become more complicated in future.

Keywords: asymptotic ray theory, finite difference method, hybrid wavefield estimation

Manuscript received April 9, 2007; Accepted May 26, 2009.

* Dept. Civil & Earth Resources Engineering, Kyoto University
Graduate School of Engineering
C1-1-119, Kyoto-daigaku-katsura, Nishigyo-ku, Kyoto,
615-8540, Japan

At present: Schlumberger K.K.

2-2-1 Fuchinobe, Sagamihara-city, Kanagawa, 229-0006, Japan

** Dept. Civil & Earth Resources Engineering, Kyoto University
Graduate School of Engineering
C1-1-119, Kyoto-daigaku-katsura, Nishigyo-ku, Kyoto,
615-8540, Japan

*³ Science and Planning Department, The Center for Deep Earth
Exploration, Japan Agency for Marine-Earth Science and
Technology

3173-25, Showa-machi, Kanazawa-ku, Yokohama-city,
Kanagawa, 236-0001, Japan

*⁴ Environment, Energy, Forestry and Agriculture Network
(EEFA)

23, Yabushita-tyo, Shimogyo-ku, Kyoto, 600-8448, Japan

A part of this paper was presented at the 116th SEGJ spring
conference, 2007.