

ランダム磁場 Ising 模型のダイナミクスからの展開

京都大学 理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻

太田洋輝

Hiroki Ohta

Division of Physics and Astronomy, Kyoto University

1. ランダム磁場 Ising 模型のダイナミクス

ランダム磁場 Ising 模型は、Ising 模型の平衡臨界点に付随する普遍性クラスが空間的な乱れによってどのように変更されるかを研究する際の、単純な出発点と捉えることができる[1]。近年では、ランダム磁場 Ising 模型が平衡臨界点を超えて、“ガラス転移”に付随する普遍性クラスを示すという証拠が提出されている[2]。ここでは、“ガラス転移”とランダム Ising 模型の関係を解説することは筆者の力量を超えるので、そこには踏み込まずに、ランダム Ising 模型のエネルギー緩和過程での集団ダイナミクスについて、筆者の研究とそれに関する最新の研究結果を概観する。このような見方は、“ガラス転移”の研究の入り口の一つとなりうる。

ランダム磁場 Ising 模型のエネルギー緩和過程は、様々な物質で起こる雪崩現象や界面ダイナミクスに現れる統計法則と共通する普遍的統計法則を内在すると期待され、また何よりもその単純さから理論研究の出発点とされてきた歴史がある[3][4]。より具体的には、頂点と辺からなるグラフとその各頂点で 2 値(上、下)をとる離散(スピン)変数に対し、辺で繋がったスピン同士の積で表される通常の Ising 模型に加えて、平均 H と分散 R^2 を持つガウシアン分布に従うランダム磁場を考える。初期条件としては、全スピンの下向きとし、そこから次のようなダイナミクスを考える。 N 個のスピンからランダムに一つを選び、スピンの上向きにフリップして系の全エネルギーが下がる場合にだけ、そのスピンを上向きにし、そうでなければ下向きのままとして、この手続きを繰り返す。

2. 核生成ダイナミクスと界面ダイナミクス

上記の核生成ダイナミクスで厳密に知られていることは、グラフが完全グラフ(全結合)[4]、ランダムグラフ (Bethe 格子)[5]の時に、ある $R=R_c$ があって、それより小さい領域では、 H を十分小さい値(十分大きい負の値)から十分遅く

正の方向に増やしていった場合、磁化の値も単調に増えていき、 H_c (スピノダル点)で不連続に増加する。 R が R_c より大きい場合は、磁化は H の増加に対して連続に変化する。3次元格子の数値計算においても、同様な R_c の存在が示唆されている。ここで注意したいのは、完全グラフとランダムグラフでは、 H_c は R の関数として単調減少関数であり、3次元の数値計算もこの傾向を示唆している。ランダムグラフ上の場合には、初期に任意の H に固定した場合には、時間発展自体を厳密に解析することができる[6]。

上記の核生成ダイナミクスにおいて、スピンのフリップする条件に、辺で繋がった近傍の頂点に少なくとも一つの上向きスピンがあるという条件を加えて、これを界面ダイナミクスと呼ぶ[4]。それに伴って、初期条件でグラフの境界部分のスピンを上向きに固定する。この場合でも、グラフが Cayley tree の場合厳密に、ある R_c があって、それより R が小さい領域では、 H を十分小さいところから十分遅く増やしていくと、 H_c (デビニング点)で平坦な界面(界面の磁化は不連続な変化)が成長し始める。 R が R_c より大きい場合は、 H_c でまばらな界面(界面の磁化は連続に変化)が成長し始める。初期に任意の H に固定した場合のダイナミクスも厳密に解析できる[7]。核生成ダイナミクスとは異なり、 $H_c(R)$ は R_c より小さい領域で、 R の単調関数とはならない。

3. 稀なドロップレットがつなぐ新たな展開

上で導入した界面ダイナミクスを考える際に、核生成ダイナミクスに対して、界面ダイナミクスのルール導入と、グラフの境界部分への固定された上向きスピンの導入という2つの要素の追加を行った。それでは、二つ目の要素だけ、つまり核生成ダイナミクスに対し、上向き境界のような”大きな上向きドロップレット”がある初期条件から始めると何が起こるだろうか？実際このような大きな”ドロップレット”は相応に系のサイズが大きければ、系のどこかに一つは存在する。実際の3次元格子の数値計算で、この”稀なドロップレット”の効果が詳細に調べられ、系の振る舞いを劇的に変えることが報告されている[8]。例えば、 H_c (スピノダル点)は、”ドロップレット”がない場合の初期条件に比べ小さくなり、結果として $H_c(R)$ は R の単調増加関数になることが示唆されている。これはむしろ、界面ダイナミクスの $H_c(R)$ (デビニング点)に近い。また論文[8]の非自明な予想の一つが、有限次元系のスピノダル点の普遍性クラスは、任意の次元で、完全グラフとランダムグラフで現れるスピノダル点よりも、”稀なドロップレ

ト”に起因するデピニング転移のスケーリング則[9]と密接に関わり、さらには真性特異点を持つ Griffiths 特異性[10]と似た振る舞いを見せるということである。

実は、スピノダル転移は、“ガラス転移”を示す特別な系において、高温から温度を下げていった時の一番初めに会合する特異性の一つ(いわゆる MCT 転移)と同じ普遍性クラスを持つことが知られている[2]。このようにランダム Ising 模型は、ダイナミクスを考えることによって、平衡の臨界点を超えて、スピノダル転移、デピニング転移、Griffiths 特異性、そして“ガラス転移”の入り口につながっているようである。これらと拘束運動模型(Kinetically constrained models)や実空間の粒子模型との関係性など、様々な側面からの疑問が今後の研究課題として残っている。

参考文献

- [1] T. Nattermann, Spin Glasses and Random Fields, (1998).
- [2] S. Franz, G. Parisi, F. Ricci-Tersenghi, and T. Rizzo, Eur. Phys. J. E 34, 102 (2011).
- [3] M. Ji and M. O. Robbins, Phys. Rev. A 44, 2538 (1991).
- [4] K. A. Dahmen and J. P. Sethna, Phys. Rev. B 53, 14872 (1996).
- [5] D. Dhar, P. Shukla, and J. P. Sethna, J. Phys. A 30, 5259 (1997).
- [6] H. Ohta and S. Sasa, Europhys. Lett. 90, 27008 (2010).
- [7] H. Ohta, M. L. Rosinberg, and G. Tarjus, Europhys. Lett. 104, 16003 (2013).
- [8] S. K. Nandi, G. Biroli, and G. Tarjus, Phys. Rev. Lett. 116, 145701 (2016).
- [9] A. Rosso, P. L. e Doussal, and K. J. Wiese, Phys. Rev. B 80, 144204 (2009).
- [10] R. B. Griffiths, Phys. Rev. Lett. 23, 17 (1969).