

4. スピングラスのクラスターと非平衡緩和

東工大理 上野陽太郎

§ 1. クラスターモデル (レビュー)

1) フラクタルクラスターモデル

主として $T > T_c$ を考え、次のことを仮定している。相関距離 ξ のスケールのクラスターによって系の振舞が支配される。 $L < \xi$ のクラスターの集合はフラクタル性をもち (大きさ $s \sim L^D$ (D : フラクタル次元)、分布 $n(s) \sim s^{-w} f(s/s_3)$)、その緩和時間 τ は動的スケーリングが成り立つ ($\tau(s) \sim s^y$, $y = z/D$)。これらを使って得られた線形緩和の時間減衰は $t^{-m} \exp(-(t/\tau_3)^{1-n})$ 形になるが、指数の温度依存性は Ogielski (§ 2 参照) のとは完全に不一致。実験はまだ温度依存性までは調べられていない。なお、このモデルを使って静的性質も一部調べられている。

1) Continentino and Mazollemoff Phys. Rev. B33 (1986) 351; Lundegren et al Phys. Rev. B34 (1986) 8164

2) Carre et al, Heiderberg Colloq. '86, P. 77

2) クラスター・パーコレーションモデル

これは前回及び前々回の研究会で発表したモデルで詳細はそれらを参照 (ref. 3)。仮定としては、ある平均的サイズをもった基本クラスターが単位となって、 T 減少と共に増加し、結合して大きな (連合) クラスターを作る。濃度と温度の間に $p - p_c \sim (T - T_c)^x$ 。パーコレーションの理論を利用すると、スピングラス転移とパーコレーション転移は weak scaling の成立範囲内で同じユニバーサリティクラスに属することが得られる。そのパラメータは x となる ($\nu = x/\nu_c$)。 $d \geq 6$ では $x = 1$ とすれば臨異指数は厳密解と完全に一致する。 $d = 3$ では $x = 2$ ならば $\beta = 0.82$, $\gamma = 3.32$, $\delta = 5.0$, $D = 2.5$ となる。これは静的スケーリング則を使って得られた Omari らの実験結果 ($\beta = 0.75$, $\gamma = 3.2$, $\delta = 5.7$)、更に静的及び動的スケーリングを使って得られた Beanvillain ら (ref. 2) の最近の結果 ($\beta = 0.85$, $\gamma = 3.6$, $\delta = 5.3$) とよく一致する。なお、モデルのよっては x が別の値をとる場合もありえよう。しかし、 δ 、 γ 、 D は x に依存しない。

なお、結果に変わりはないが、描像としては次のように直した方がよさそう。基本クラスターは高温で生成され、ほぼ系全体をおおう。それらの間の相互作用はフラストレーション (FR)

のために弱く、高温では結合していない。T減少と共にパーコレーション的に結合し連合クラスターを作っていく。また $T < T_g$ では $T > T_g$ とはパーコレーションの性質が失われると考えられる。§3でこのことに触れる。

3) 上野、物性研究 48 (1987) No. 1, P. 12

4) Omari et al J. Phys. (Paris) 44 (1983) 1069.

§2. 非平衡緩和 (レビュー)

緩和現象には老化 (aging) の性質が存在する (ref. 5)。熱残留磁化 σ_{TRM} の減衰を測定するとき、磁場冷却後Tを固定してHを0にするまでに待つ時間 t_w に緩和が依存するという現象である。したがってFC状態は熱平衡にない。これらは当然平衡緩和を測ろうとする場合にも生じる。Ocioらはこの効果を1~10 secまで調べて、 t と t_w の関数形を得て、 $t_w \rightarrow \infty$ のとき $\sigma_{TRM} \sim t^{-m}$ の形になることを得ている (ref. 6)。なお、Chamberlinらは拡張型指数関数形を得たが前者に比べて非常に短い時間で、しかも $t_w \rightarrow \infty$ のとき σ_{TRM} = 一定になる結果だから正しくない判断される。

老化の効果をなくす方法として、Granbergら (ref. 5) は高磁場をかけて確実な熱平衡のパラ相に移し、それからのSG相への非平衡緩和を1~10 secで詳細に調べた結果は

$$\sigma_{TRM} \sim \begin{cases} t^{-m} & T/T_g < 0.98 \\ t^{-m} \exp[-(t/\tau_p)^{1-n}] & 0.98 < T/T_g < 1 \end{cases}$$

指数 (m, n) の及び τ_p のT依存性は図の通り。

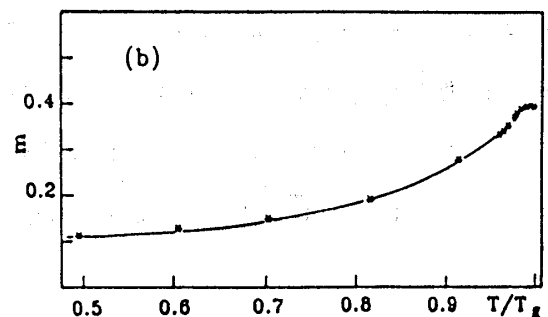
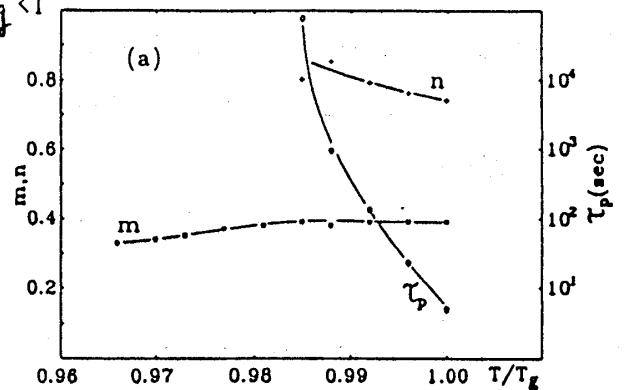
ここで、注意することは $\tau_p = \infty$ は $T \sim 0.98 T_g$ で生じている。伊藤ら (ref. 7) も $T < T_g$ で t べき緩和を得ているが、老化の効果は考慮していない。また、Ogielski (ref. 8) はMCで熱平衡での自己相関緩和 $q(t)$ を調べて非平衡緩和と同じ形を得ている。ただし、 $T < T_g$ では t べきのみ。

5) Granberg et al : Heiderberg Coll. '86, p. 40

6) Ocio et al : J. Phys. (Paris) Lett. 46 (1985)

L-1101; Europhys. Lett. B35 (1987) 2075

7) Ito et al : Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 483



8) Ogielski: Phys. Rev. B32 (1985) 7384.

§ 3. 非平衡緩和のモデル

基本的考えは、

(i) 遅い緩和（あるいは平衡）はローカルから始まり、全体へ拡って行く。経過時間 t に対して平衡のスケール L が決まる。

(ii) 強い相関をもって緩和した以上、 L のスケールの平衡状態は 1 つの秩序をもつ。 $t \rightarrow \infty$ で $L \rightarrow \infty$ まで遅い緩和が続くならば、それは SG 相。 $L < \infty$ ならばバラ相。

(iii) SG 相ならば、どのスケールにおいても FR は存在。各スケールでの緩和はその中のほとんどの部分がそれに参加にすることが要請されるので、その平衡状態は境界条件に非常に敏感であると考えられる。これから基底状態は最大 $O(N)$ の縮退をもつと考えられる。以下 $H = 0$ でのバラ相からの緩和を考える。

1) $T \ll T_0$ のとき

この温度では熱平衡では殆ど全ての基本クラスターが結合してると考えられるので、すべての基本クラスターが非平衡緩和に寄与すると仮定する。平均サイズ L_0 の基本クラスターが複数コ存在する小さな領域（スケール $L_1 = b L_0$ ）において、それらの周辺に比べて内部のエネルギーが高ければ、先づこの L_1 のスケールの緩和が始まる。1 コの基本クラスターが反転する時間を t_0 とすれば、その緩和時間は $t_1 = a t_0$ となる。その後 $L_2 = b L_1$ のスケールの緩和が生じるが、緩和が進むにつれて、 L_1 のスケールの平衡も周辺の状況が変化するので、 L_1 のスケールの再配列から始めなければならない。結局 $t_2 = a t_1 = a^2 t_0$ 。同様して $L_i = b L_{i-1}$ に対して $t_i = a^i t_0$ 。だから

$$L(t) \sim t^{\alpha_L}, \quad \alpha_L = \ln b / \ln a', \quad a' = a(1-\Delta) \quad (1)$$

なお、 a' は環境の変化を考慮したもの。すなわち各段階において、エネルギーは低くなるので、当然 t_0 も小さくなる。基本クラスターが反転するためには強く結合した内部に界面を作る必要があるので、 t_0 への寄与はそれが主で、周囲との相互作用エネルギーは従となる。したがって t_0 は一段階進むにつれて、因子 $\Delta (< 1)$ だけ減少すると考えられる。エネルギーの緩和は、 L_1 のスケールで $E_1 = c E_0$ ($c < 1$) と仮定すれば、

$$E(t) \sim t^{-\alpha_E}, \quad \alpha_E = |\ln c| / \ln a', \quad (2)$$

エネルギーは格子へ流れる部分と周囲へ拡散する部分がある。後者は直接緩和には寄与しないが、緩和が自己相似的に生じるためには不可欠である。

残留磁化の緩和。磁化 M は熱平衡で凍結に参加する基本クラスター1コ当たりについて測るとする。全体の磁化はその濃度 p_∞ に等しい。なお、基本クラスターは平均的磁気モーメント M_0 を持つとする。 L_1 スケールの緩和によつて $M_1 = f M_0$ すれば同様にして

$$M(t) \sim t^{-\alpha_m} \quad \alpha_m = |\ln f| / \ln a' \quad (3)$$

再度繰り返すが、上の自己相似的プロセスが維持されるためにはどの段階においてもスケール全体の再配列が生じなければならない。したがってスピングラスは環境の変化に非常に敏感でなければならない。

2) $T \lesssim T_0$ のとき

高温から T_0 まではパーコレーション的に増大して来たクラスターの集合は、 $T < T_0$ ではFRの効果が大きくなり、その性質を失う。この温度領域では $\xi = \infty$ の性質を保持したまま ∞ クラスターの濃度が増加すると仮定する。これらはFRの効果のためと上述の緩和課程が途中のスケールで変化することは(実験結果から)起きていないことのためであるが、これは熱平衡の緩和が $q(t) \sim t^{-m}$ であることから合理的であろう。

b = 一定にして、他の量の変換性を考える。 T の増加と共に p_∞ は減少するから L_1 のスケールに含まれる基本クラスターの数も減少するので、緩和に要する時間 t_1 は低温より短くて済む、即ち $a(T) < a$ 。したがって

$$\alpha_\ell(T) = \ln b / \ln a'(T), \quad a'(T) = a(T)(1 - \Delta) \quad (4)$$

$\alpha_\ell(T)$ は T の増加に関数となる。磁化やエネルギーについては、単位クラスター当りのスケール因子 f や c は一定と考えられるので、

$$\alpha_e(T) = |\ln c| / \ln a'(T), \quad \alpha_m(T) = |\ln f| / \ln a'(T) \quad (5)$$

共に T の増加関数となるが、異常性はなく緩やかに変化する。

3) $T \gtrsim T_0$ のとき

Sコの基本クラスターからなる連合クラスターの磁化の非平衡緩和は、 $L = S^{1/b}$ まで $T > T_0$ と同じプロセスの緩和が生じるとすれば

$$m_S(t) \sim s t^{-\alpha_m^0} \exp(-t/\tau(S)), \quad \alpha_m^0 = \alpha_m(T_0) \quad (6)$$

式(1)を使うと $\tau(s) \sim s^{1/k}$ ($k \equiv D \alpha_l^0$, $\alpha_l^0 = \alpha_l(T_0)$)。クラスターの分布は、 $n_s \sim s^{-w} \exp(-s/s_3)$ を使うと ($w=2+1/\delta$)、全体の磁化は

$$M(t) = \int ds n_s m_s(t) = t^{-\alpha_m^0} \int d \ln \tau G(\tau) \exp(-t/\tau) \quad (7)$$

$$G(\tau) = \tau^{k/\delta} \exp[-(\tau/\tau_3)^k] \quad (8)$$

これを $t \ll \tau_3$ と $t \gg \tau_3$ の場合で計算し、それらの結果を内そうするようにすると

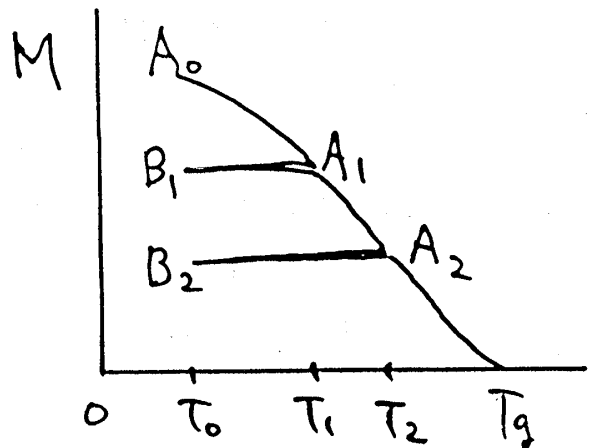
$$M(t) \sim t^{-m} \exp[-(t/\tau_3)^{1-n}] \quad (9)$$

$$m = \alpha_m^0, \quad 1-n = k/(1+k), \quad \tau_3 \sim (T-T_0)^{-2}$$

Granbergらの実験結果 (§2の図)と比較すると、 T_0 を $\tau_0 = \infty$ の点であると解釈すれば、全温度領域における関数形だけではなく、 $T > T_0$ では m と n は T 依存性が殆どない ($m \approx 0.4$, $1-n \approx 0.2$) こと、 $T < T_0$ で m が T のゆるやかな増加関数等定性的によく一致する。これから判断すると T_0 の決定には動的の方がより正確のように思える。

§4. メモリー現象

松浦らによって見つけられた右図のような熱残留磁化のメモリー現象がある (ref. 11)。
これは我々のクラスターモデルのよって簡単に説明できる。簡単化して話す。 ∞ クラスターに属する部分は (glassyの部分) はべきで非常に遅い緩和であるからこれらの実験の間には条件が変わらない限り、緩和しないと見なせる。そうでない部分 (パラの部分) は早く緩和する。 A_0 では glassy の部分はすべて非平衡にある。 $A_0 \rightarrow A_1$ はその一部は解けてパラの部分になり M は減少する。 $T_1 \rightarrow T_0$ にすると解けた部分は再凍結するが今度は平衡状態のまま凍結する。再昇温するときにも T_1 までは磁化ゼロの部分が解けるだけだから $A_1 \rightarrow B_1$ 間は M = 一定である。 A_1 からは先と同じプロセスに従う。最後に T_0 まで行けば $p_\infty = 0$ となり、 $M =$



0となる。

11) Matsuura et al: プレプリント (LT-18)

§ 5. 磁場中のスピングラス

3次元ではSG相は微小磁場によってランダム磁場効果のために破壊され存在しないということが最近主張されている (ref. 12)。しかし、それらは次の点から無理であると考えられる。

実験的には、a) $H \neq 0$ での遅い緩和の存在 (ref. 6, その他)。もし破壊されても遅い緩和が起きるとすれば何によってSGと区別するかを明らかにしなければならない。b) $H \neq 0$ での平衡緩和における $\tau = \infty$ になる温度 (AT線)の存在 (ref. 3, 13)。その他の臨界現象。c) フェロ (あるいはアンチフェロ) 相とSG相の共存。

理論的には次の点から。フェロ相は位相と振幅に関する秩序。従って位相だけをこわすことは微小なエネルギーでも可能。SG相は振幅だけに関する秩序。したがってこれを破壊するにはおしつぶさなければならず、弱い磁場では無理。彼らの証明は最初の状態の位相を壊す条件だけから判断しているので、不十分。

12) Fisher and Huse, Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 1601; Bray & Moore, *ibid*, 58 (1987) 57

13) Bontemps et al: J. Mag. Mag. Mat. 54-57 (1986) 1

§ 6. まとめ

スピングラスを特徴づける性質としては、弱い結合力、強い縮退、柔らかい応答、遅い緩和等があって、それらはお互いに深く関係しているように思える。これらの多彩な性質をもつスピングラスに対するクラスターモデルからの接近は、まだあいまいな点や改良すべき点があるが、以前のよりずっと核心に近づくつつあるように感じられる。