

活用志向の数学教育の理論と実践

大阪公立大学・国際基幹教育機構 川添 充

Mitsuru Kawazoe

Faculty of Liberal Arts, Sciences and Global Education,
Osaka Metropolitan University

1 はじめに

本稿のテーマは、大学レベルの数学教育研究のコミュニティで国際的にも近年注目されている「数学科以外の学生のための数学教育」に該当する。数学科以外での数学教育では、理工系も文系も数学を専門分野での研究上のツールとして、あるいは日常生活や社会における意思決定のためのツールとして使える力を身につけることが重要であると考えられる。このような見方に立って、筆者は10年以上前から「活用志向の数学教育」を実践してきた。ここでの「活用志向の数学教育」は数学と現実とのつながりを重視する数学教育を指しているが、筆者はとくに文系学生を含むクラスでの「活用志向の数学教育」として数理モデリングによる問題解決を軸にした授業設計と実践に取り組んできた。数理モデリング（数学教育の文献では「数学的モデリング」または「数学的モデル化」とよばれることが多い）による問題解決のプロセスは、現実における問題を数学的に捉えて数学の問題として定式化（モデル化）し、数学的に得られた結果の解釈を通して問題解決を図る思考過程として、しばしば図1のようなサイクル図で表される。サイクル図で表されているのは、モデル化による問題解決は一周回って終わりではなく、モデルの修正を繰り返してよりよい結果をめざすことが重要だからである。モデリングサイクルにはいくつかの異なる枠組みがあるが、図1に示すのはOECDがPISAで使用している枠組みである。

Figure 4.1 ■ A model of mathematical literacy in practice

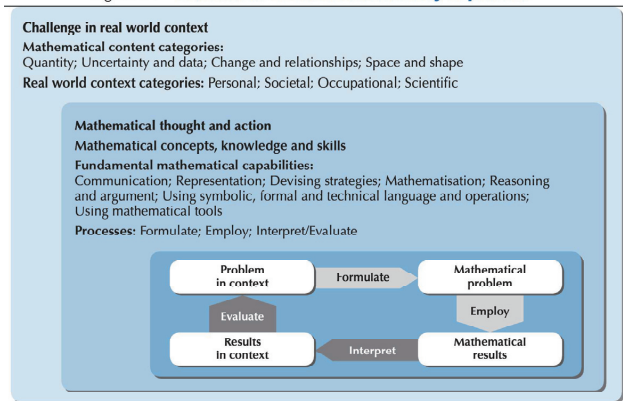


図 1: OECD PISA における数理モデリング・サイクル [22]

図2は数理モデリング教育の研究でよく使われるモデリングサイクルの図である。モデリングのプロセスが7つのフェーズに細かく分かれており、これに照らし合わせてみることで学習者によるモデリング活動を細かく分析することができる。

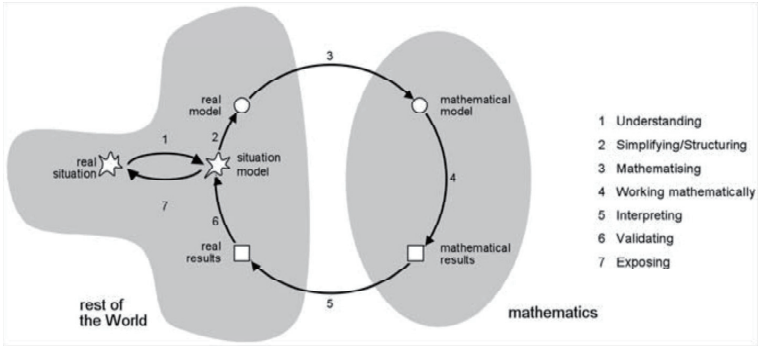


図 2: 数理モデリング・サイクル [4]

本稿では、筆者が設計・運営に関わった2つの科目の教育実践について報告する。1つめの科目は、大阪府立大学での「文系向け」必修数学科目「基礎数学I, II」(2012年度設置, 大阪公立大学では「数学リテラシー1, 2」に名称変更), 2つめの科目は、数理・データサイエンス教育科目の一つとして2022年度の大学統合を機に新しく設置された「数理・データサイエンス基礎A」である。「基礎数学I, II」については、その設計・実践および同様の授業を実践している他大学の教員との共同研究としておこなった活用志向の数学教育の授業デザインの理論化の取り組みとともに過去の論文等([9], [14], [15], [10], [12], [17], [13], [8], [11])で報告しているので、適宜文献に言及しつつ概要を述べる(2, 3節)。「数理・データサイエンス基礎A」についても一部国際学会で報告していたり報告予定であったりするが([18], [19]), 全体について公に報告したことはないので、ここで授業の概要について報告するとともに現在抱えている課題について言及したい(4節)。最後に、数理モデリング教育と数理・データサイエンス・AI教育の関係について私見を述べたい(5節)。

2 「文系向け」必修数学科目「基礎数学I, II」の設計・実践

「基礎数学I, II」は、2012年度から数学と統計学を文系学生に対して必修にするという大学の方針を受けて、数学の科目として設計したものである。設計に携わったのは筆者と認知心理学を専門とする教員の2名である。授業設計の際には、数学を専門とする教員(筆者)が数学的内容やその活用事例の収集・教材化、認知心理学を専門とする教員が文系学生が理解可能かどうかの視点からの点検と指導方法の改善提案をそれぞれ担当し、これをもとに2人で各回の授業案を作り上げていくという形でおこなわれた。この授業案を作り上げていく作業は、設置の1年半前から始まり、設置前年度に1年間かけておこなったパイロット授業の実践と並行しながら進められた。

「基礎数学I, II」の設計にあたって課題となったのは、どのような力を身につけることを目標とする科目とするのかということとともに、高校のいわゆる文系コース出身の学生の数学に対する苦手意識や彼らが数学という科目に対して持っているネガティブなイメージにどう対応するかということであった。科目の目標は、どんな力を身につけさせたいか、苦手意識や数学に対するネガティブなイメージをどう解消するかを考える中で、「現実の課題に対して数学を活用して思考できるようになるための基礎力を養うこと」と定めた。科目の目標を定めるのと同時に、数学の授業で教師の「ことば」がわからないとか、数学は役に立たないという学生たちにどうやったら数学を理解させ、数学の有用性を実感させることができるかという授業設計方針に係る課題についてもアイデアを煮詰めていった。筆者らのアイデアのポイントは、教員が教室で説明に使う「ことば」を数学が苦手な学生にも通じる「ことば」になるよう徹底的に見直して学生が数学のことばのイメージをつかめるようにすること、数学が活用される日常的場面を「数学化」する前の「生」の状態で提示してどんな数学が使えるか考えるところから始めるように授業をデザインすること（すなわち、数学の学習→応用の学習という順序を逆転させること）の2点であった（[16]の「まえがき」参照）。これら2つのポイントを踏まえながら授業実践を繰り返して、教材や授業デザインを固めていくとともに、教科書[16]の執筆も同時進行で進めた。その経緯は開講1年目の終わりに書いた記事[9]で簡単に紹介しているが、その後もデザイン原理を突き詰めていく作業を続け、以下の7つからなるデザイン原理をまとめるに至っている（[17], [14], [15], [10]）。

1. 数理モデリングの思考過程に沿って授業を設計する。
2. 数学が活用される場面およびそこで活用される数学は現実世界で学生が会いそうなものを選ぶ。
3. 数学のことばと日常のことばを結びつけて説明する。
4. 個人学習ではなくグループ学習を中心にする。
5. 同じ数学知識が活用される場면을複数の異なる文脈で提示する。
6. 一つの問題の複数の異なる数学化や互いに関連し合う文脈の問題の数学化を通して異なる数学知識同士を結びつける。
7. 学生の理解過程に沿った演習プリントを作成する。

上の原理1で「数理モデリングの思考過程に沿って」となっているが、この科目ではフルスペックの数理モデリング演習をおこなうことは意図していない。数理モデリングはあくまで数学と現実を結びつけて教える「仕掛け」として使っている面が強い。数理モデリングを数学を教える「仕掛け」として使うことは「Modelling as Vehicle」とよばれる。これに対して、モデリングの思考過程そのものを教育内容とすることは「Modelling as Contents」とよばれる。この授業は「Modelling as Vehicle」の側面が強いということになるが、通常の数学の問題にはない曖昧さを含んでいたり、そもそも数学を使って考えることができるかどうかすら明示的でなかったりする問題を扱う点では「Modelling as Contents」の側面も含んでいるといえる。ただ、こういった問題に教員の誘導に従って取り組んでいく流れとなっており、教員主導のビギナーズ向けモデリング入門演習にとどま

るものになっている。「基礎数学 I, II」の各授業の内容は図 3 の通りである。図 3 の「文字と式」から「確率」までが「基礎数学 I」（前期開講）, 「行列 (続)」から「多変数関数」までが「基礎数学 II」（後期開講）の内容である。

単元	応用例 (演習内容)
文字と式	線形計画法
数列	薬の体内残量、複利計算、ローン、現金の時間的価値
行列	表計算、人口移動、社会ネットワーク分析
関数	心的回転、生産関数、感染爆発と対数グラフ、電力需要の変動、潮位変動
確率	宝くじ、リスク分析、ベイズ推定
行列 (続)	格付遷移行列、推移行列 (OR, 生態学, 経済・経営)、主成分分析
微分	コブ・ダグラスの生産関数、ニュートンの冷却法則、限界利潤、経済的発注量、ロジスティック曲線
積分	医療検査機器による各種測定、標準正規分布、偏差値
多変数関数	標準肺活量、ローン返済、ラグランジュの未定乗数法

図 3: 「基礎数学 I, II」の内容

実際の授業はたとえば次のような問題を考えるところから始められる。

問題 某O大学ではキャンパスが広大であることからレンタサイクルサービスを開始することにした。正門脇の駐輪場とキャンパス奥の講義棟前の駐輪場にそれぞれレンタサイクル用指定駐輪場を設置し、この2カ所の駐輪場間では相互に乗り捨て自由としてサービスを開始することにした。事前のモニター調査の結果から、各駐輪場の自転車の1週間後の移動の状況が、下の表のようになると予想された (表中の数値は%)。

自転車を 100 台以上用意して本格サービスを開始するにあたり、2つの駐輪場にどう配分するのがよいだろうか。

もとの場所↓	移動先	
	正門脇	講義棟前
正門脇	70	30
講義棟前	20	80

図 4: 問題例 (1): レンタルサイクルの最適配分 ([16, p.149, p.160])

図 4 は基礎数学 II で使用される教材のため、基礎数学 I で行列を学んでいることが前提となっている。授業は、どのように自転車を配分すればよいかを予想する活動をおこなった後で、予想にもとづいて仮の配分を考え、行列で台数の推移を表してその後の推移がどうなるかを観察する中で固有値・固有ベクトルの概念に出会うという流れで進む。授業の進め方の詳細は [17] で述べているので省略するが、ここでは、デザイン原理 5 をこの例を使って説明しておきたい。現実の問題を教材に使っての数理モデリングの授業は、現実の問題で学生の興味を引くことができる一方で、授業が「楽しかった」だけで終わるとか、授業で学んだ問題と同じ状況 (文脈) でしか数学 (図 4 の問題では行列・固有値・固有ベクトル) を活用できず汎用的な数学活用力につながっていかないといった批判がしばしばなされる。デザイン原理 5 は数学の知識が特定の文脈に固定されてしまうことを避けるためのものであり、標語的にいえば文脈付きで学んだ数学の知識を「脱文脈化」するための原理である。具体的には、図 4 と同じように推移行列とその固有値・固有ベクトル (さらに

は行列の対角化)が活用される全く別の文脈の問題として図5のような問題も扱うことで、同じ数学がさまざまに異なる状況(文脈)で活用できることに気づかせるとともに、異なる状況(文脈)でも同じ数学が使える場面に気付けるようになることを狙っている。

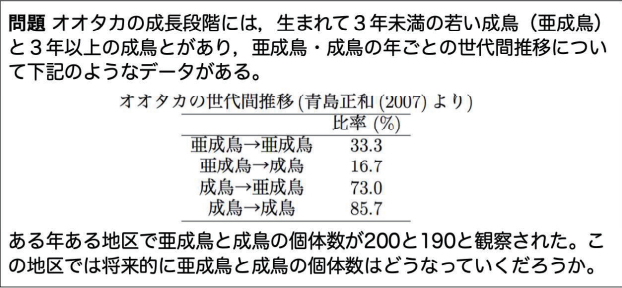


図 5: 問題例 (2): オオタカの個体数推移 ([16, p.159], [2])

数理モデリングの授業では、モデリングの状況とそこで活用される数学が強く結びつく一方で、授業で扱われる個々のモデリング問題が孤立したアラカルトのような状態になる危険性があり、そうなると、そこで活用される数学も互いに孤立し、関連性をもたないばらばらの知識になってしまう危険性がある。これを避けるための原理が原理6で、モデリング問題を互に関連させること、そして問題の数学的構造上の関連性をそこで活用される数学の関連性として学生に伝えることで、モデリングを通して学ぶ数学を互に関連させ数学の知識が構造化されていくことをねらっている。具体的にどのような問題で構造化を図るかのイメージを図6に示す。

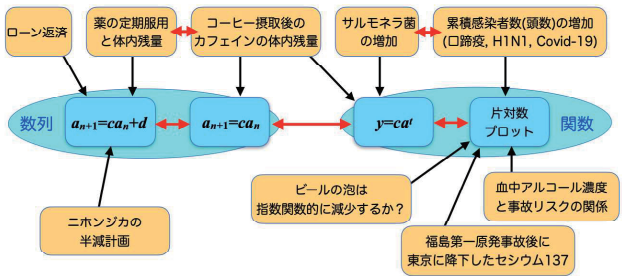


図 6: 脱文脈化と構造化

図6はデザイン原理4のイメージも含んでいるが、複数の文脈が与えられているもの(たとえば数列の漸化式 $a_{n+1} = ca_n + d$ に対して「ローン返済」「薬の定期服用と体内残量」「ニホンジカの半減計画」の3つの異なる文脈の問題が与えられている)は原理4(脱文脈化)に該当し、一つの問題に対する複数のモデル化という関係で異なる数学が結びつくもの(たとえば数列 $a_{n+1} = ca_n$ と関数 $y = ca^t$ が「コーヒー摂取後のカフェインの体内

残量」の離散的モデル化と連続的モデル化という異なるモデル化として関係づけられる)や問題同士の関係が活用される数学の関係として捉えられるもの(たとえば数列の漸化式 $a_{n+1} = ca_n + d$ と $a_{n+1} = ca_n$ の関係が「薬の定期服用と体内残量」と「コーヒー摂取後のカフェインの体内残量」の関係と対応している)は原理5(構造化)に該当する. このような概念図で個々の授業やコース全体での脱文脈化と数学知識の構造化の状況を把握することも授業デザインやコース設計での大事な作業となると考えている.

7つのデザイン原理にもとづく授業デザインの有効性の検証については, [17] や [14] で報告しているが, 数学への興味・関心や数学を用いて考える力の向上, 数学に対する苦手意識の減少などに関して肯定的な結果が得られている.

3 活用志向の数学教育の理論化

上に述べた授業は, 自分で設計して自分で実践している分には何の問題もないが, 他の教員にも担当してもらったり, さらに, 他の大学にも実践を広げていこうとする際には, 科目設計や指導の本質的な点は何かを正確に伝えることが必要になる. しかし, 容易に想像がつくことではあるが, それは非常に難しい. これについて, 同様の課題を抱える他大学の教員2名と共同で自分たちの授業(さらには授業で目指していること)の何が本質なのかを1年以上かけて議論して得た結果をまとめたのが [12] と [13] である. 本節では, [12] と [13] の内容について紹介したい.

数学教育研究の重要な理論の一つである「教授学的転置 (DT: Didactic Transposition)」理論や「教授の人間学理論 (ATD: Anthropological Theory of the Didactic)」では, 教室で教えられる知識は学問の世界で研究者が作り上げている学問知とは異なる(教える知識として調整されている)という認識にもとづいて, 「教えられる知識 (knowledge to be taught)」の本質に関する「認識論的分析」¹にもとづいて授業をデザインしたり分析したりすることが大切であると考えられている. また, 教授の人間学理論 (ATD) の提唱者である数学教育学者 Chevallard は, すべての知識は「何かをするために産まれた知識である」として, 「何のために産まれたか」がその知識の「存在理由 (raison d'être)」であり, 存在理由の伝達に伴った教育が大切であると説いている².

上で述べた「自分たちの授業(さらには授業で目指していること)の何が本質なのか」を考察することは, この「認識論的分析」に当たると考えることができる. 「活用志向の数学教育」で「教えられる知識」の本質とは何か. この問いに対して筆者らは, 現実の問題解決場面での数学の「機能」(何をするためのツールとして使われているか)こそが「活用志向の数学教育」における「教えられる知識」の本質を表すと考えた. そして, この考えにもとづいて, 現実の問題解決場面での数学の「機能」面から数学を捉える枠組みを提示するというアイデアに至った. [12] および [13] で示している枠組みは, 数学が活用され

¹その際, 学問知からどのような調整が働いて教えられる知識として整えられたかの分析が必要となるため, 学問知も含めた知識の本質の分析が必要なことはいうまでもない.

²Chevallard は, 伝統的な数学の授業では, 記念碑を巡るツアーのように教科書に載っている知識を順に巡っていくだけの存在理由を伴わない教育パラダイム (Chevallard はこのパラダイムを *monumentalism* とよんでいる) が支配的であるとして批判している ([5]).

る問題解決過程を「データを集め、変化を捉え、予測する」といったような「行為」の連鎖として捉える枠組み(図7)と、数学的「行為」に結びつく数学の「機能」から数学知識の本質を整理する枠組み(図8、図9)からなる³。

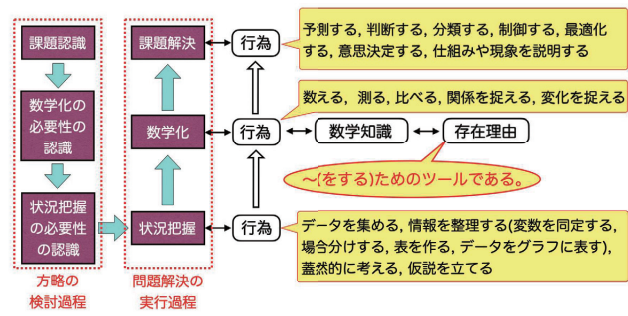


図 7: 問題解決過程の 6 つのフェーズと行為の連鎖 ([12], [13])

図8は、図7の「数学化」に現れる「行為」の分類、分類された行為のために用いられる数学知識、そして各知識が具体的にどんな役割（機能）を果たしているかを「存在理由」として整理した表である。図8には具体的な内容が入っているが、これはあくまでも筆者らが分析した結果を入れているだけのサンプルであり、大事なのは、「行為」「数学知識」「存在理由」をセットにして知識をとらえる枠組みである。

行為	数学知識	存在理由 (～のためのツールである。)
数える	組み合わせ 数列の和 (Σ)	数え上げる 離散的变化の総和を求める
測る	概算 積分 ($\int$) 確率, 割合	量を見積もる 連続的变化の累積を求める 可能性を数値化する
比べる	統計 微分	データ間の違いを調べる 最小値・最大値を調べる
変化を捉える	数列 関数 ベクトルと行列	離散的变化をモデル化する 連続的变化をモデル化する 複数量の離散的变化をモデル化する
関係を捉える	1 変数関数 多変数関数 ベクトルと行列	2 つの変数間の関係を記述する 変数間の 1 対多の関係を記述する 変数間の多対多の関係を記述する

図 8: 数学的行為の分類にもとづく数学知識の存在理由の整理 ([12], [13])

図9は、図7と図8の枠組みで捉えた具体的な知識たち同士の関連をとらえた知識の関連図である。ここでも、関連図の枠組み自体が重要であり、ここで与えている内容自体はサンプルである。

³数学が活用される場面での数学の「機能」に着目するのは筆者らが最初ではない。1980 年代の Bishop [3] や Mac Lane [20] の研究は数学の発生そのものを機能面から捉えようとしたものであるし、モデリングでの数学の役割への着目についても西村 [21] の研究や、Garfunkel & Montgomery [6] によるモデリング教育のガイドブックにみることができる。

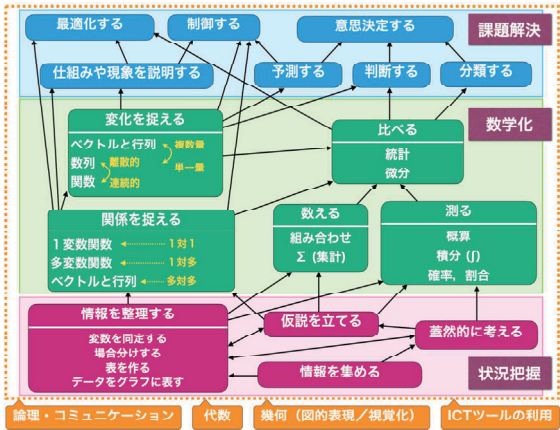


図 9: 問題解決過程と行為にもとづく数学知識の関連図 ([12], [13])

このような枠組みで数学知識をそれが活用場面でどのような役割（機能）を果たしているかとセットでとらえることで、単にある問題が「数列でモデル化された」で終わらず、その問題では「離散的な量の変化をとらえる必要があったので『離散的变化をモデル化する』機能をもつ『数列』によってモデル化された」というふうに、モデル化とそこで用いられる数学を高い視点からとらえることが可能になる。そしてこのような認識を教員がもつことが、活用される知識の本質を伝える授業設計を可能にすると筆者らは考えている。さらに、知識の存在理由を意識した授業デザインを支援するツールとして、図 10 のようなフローチャートを用いた授業デザインを提案している。

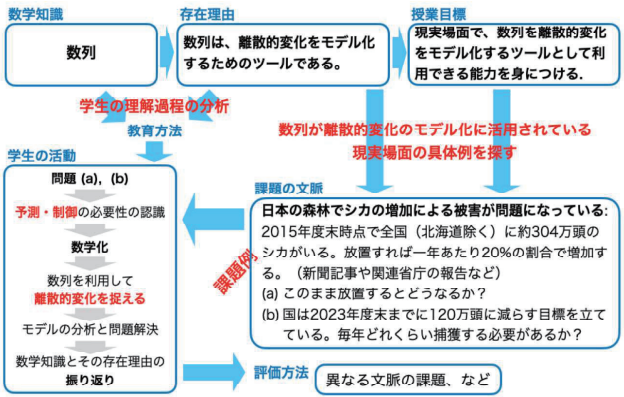


図 10: 授業設計フローチャート ([13])

4 「数理・データサイエンス基礎 A」の設計・実践

2022年度の大学統合によって大阪公立大学が誕生し、新大学の新しい教養科目として「数理・データサイエンス基礎 A, B, C」が設置された。A が数理, B が統計, C が AI に関連したプログラミングの科目という位置付けで, A の開発・実践を担当することになった筆者は数理モデリングをテーマとして科目設計をおこなった。基礎数学 I, II (現・数学リテラシー 1, 2) との授業設計上の違いは主に以下の点である。

1. フルスペックの数理モデリング演習をおこなう。
2. 活用させたい数学を課題ごとに定めたりはしない。(モデル化に用いる数学は自由。)
3. 「Modelling as Vehicle」の要素はなく, 「Modelling as Contents」に徹している。
4. 教員は助言役に徹する⁴。
5. ノート PC 必携でインターネットを利用したデータ・資料の検索・取得, 数理モデルを用いたシミュレーションなどの計算に利用することを前提とする⁵。

逆に「基礎数学 I, II」と同じ点は, グループ学習を基本とする点や, 数学が活用される日常的場面を「数理化」する前の「生」の状態で提示する点であるが, これらについても, 「数理・データサイエンス基礎 A」ではより強く徹底された形になっている。

「数理・データサイエンス基礎 A」の授業の具体的な特徴や進め方について述べよう。「基礎数学 I, II」ではモデリングは教員主導でおこなうが, 「数理・データサイエンス基礎 A」では探究的な活動が中心となるため教員による講義はほぼゼロである⁶。教員の主な役割は, 課題提示, 学生の活動に対するフィードバック, および学習活動の方向づけである。授業は, 複数回かけて一つのモデリング課題に取り組むようになっていて, 課題提示の回は課題提示と演習, 課題提示の翌週からは教員からのフィードバック 20~30 分を冒頭に行って残りの時間で演習という流れになっている。提出物は, 毎週提出するものとしてグループの作業記録と個人の振り返り, 課題のまとめとして課題ごとに提出するものとしてグループレポート, 個人の振り返り, グループとしての振り返りを課している。

「数理・データサイエンス基礎 A」は半期 2 単位 (全 15 回) の科目であり, 開講初年度である 2022 年度の全 15 回の内容構成は以下の通りであった⁷。

- イントロ, 数理モデリングの説明 (1 回)
- デジタルツールの使い方のガイダンス⁸ (1 回)

⁴教員は助言役に徹するため, 演習中はグループに介入する以外とくにはしない。むしろ教員が忙しいのは授業時間外である。適切な課題を探し, 演習で何が起こるか事前に分析し, 一課題あたり 4~5 週間にわたっておこなわれる演習期間中はグループからの提出物や学生の振り返りコメントを読んで翌週の授業冒頭でのフィードバックの内容を考えるといったことをひたすらおこなう。

⁵「基礎数学 I, II」では関数電卓やスマートフォンで WolframAlpha を使う程度となっている。

⁶ただし, 初回のみ, 数理モデリングについて例を使って講義する。

⁷2023 年度はイントロとデジタルツールの使い方をまとめて 1 回とし, 課題 1 を全 4 回, 課題 2 と課題 3 をそれぞれ全 5 回としている。

⁸Word や Google ドキュメントへの数式の埋め込み方, WolframAlpha, R, Mathematica などの計算支援ツールの使い方, Microsoft Teams の使い方の解説が主な内容である。

- 演習 1: ニホンジカ半減計画 (4 回)
- 演習 2: 新開発のがん検査法 (5 回)
- 演習 3: スマートフォン OS シェア推移動向 (4 回)

演習 1 は 4 回目の前日がグループレポート提出締め切りで 4 回目が振り返りの回、演習 2 は 5 回目の前日がグループレポート提出締め切りで 5 回目が振り返りの回となっていて、演習 3 は 4 回目終了後にグループレポート提出締め切りを設定し、振り返りは後日課題としておこなわれた。各演習の具体的なモデリング課題は以下の通りである。

課題 1 朝日新聞 2015 年 12 月 24 日の社説 [1] を読んで、次の課題に取り組むこと^a。環境省・農林水産省はシカ・イノシシを 2023 年度までに 2011 年度の半数に削減することを目標にしており、各自治体が捕獲に取り組んでいる。

- ① 記事の時点で、期限内の目標達成のためにどのような具体的方策が考えられるか、数値目標を入れた計画を立ててみよう。
- ② 2022 年現在に確認できる情報を調べ、①で立てた計画と照らし合わせて今後の見通しについて考察せよ。

^a社説の要点は以下の通り（授業では社説全文を読ませた）：日本各地でニホンジカ・イノシシが増えすぎて農業被害が深刻である；2011 年度時点での推定個体数はニホンジカ 325 万頭、イノシシ 88 万頭；シカは放っておくと年 20% の割合で増える。この社説はインターネット上では公開されていないが、同様の内容の記事を [26] で読むことができる。

課題 2 以下のネットニュース [7] で紹介されている検査は、どれくらい実用性のあるものとして期待できるのか？

「50 種類以上のがんを検出できる画期的な血液検査がいよいよ大規模テストの段階へ」
<https://gigazine.net/news/20210628-50-types-cancer-blood-test/>

課題 3 スマートフォンの OS のシェア推移の直近のデータから現在の推移傾向を表す数理モデルをつくり、近い未来を予測できるか調べよ。（スマートフォン OS のシェアの今後の推移を数理モデルで予測できるか？）

課題 1 は、シカの頭数の推移を $a_{n+1} = ca_n + d$ というタイプの漸化式でモデル化できるが、繁殖による増加と狩猟（捕獲）による減少のデータからどのようにモデル化するかで異なるモデルができるし、増加と減少を割合でとらえると等比数列によるモデルができる。また、毎年のシカの頭数の推測値のデータからデータの推移傾向のモデルを作るアプローチも可能である。

課題 2 は、「実用性」をどう解釈するかによるが、授業では教員の誘導によって検査の「正確性」に着目させて「正確性」を数学的にどう捉えるかということで演習が進んだ。医学分野で検査の正確性を表す種々の指標（感度、特異度、陽性的中率、陰性的中率、真陽性率、真陰性率、偽陽性率、偽陰性率、陽性尤度比、陰性尤度比など）があることから、それらを調べて用いたり、それらをもとに独自の指標を考えたりする演習となる。

演習3は、単純化して考えればマルコフ連鎖でアプローチすることができる課題であるが、マルコフ連鎖と考えなくても、推移行列によるモデル化や連立漸化式によるモデル化が可能である。この演習も演習1と同じく直近のシェア推移のデータからデータの推移傾向のモデルを作るアプローチも可能である。

どの演習も、インターネット上から現実のデータを取得し、現実のデータにもとづいて考える演習となるため、データがどう作られているかを把握しデータの意味を正しく解釈する必要があるとともに、現実のデータにつきものの誤差や欠損などと向き合うことになる。とくに演習3はそもそもシェアの推移に関するデータが調査会社によって大きく異なるという現実と向き合うことになり、大いに苦しむことになる演習である。

上述の課題に取り組む前に、学生には授業の進め方および科目の達成目標について以下のように説明した。

- 授業の進め方

- － グループによる演習中心で進める。
- － 課題に取り組むにあたっては、インターネット上の情報や本など何でも調べてよい。インターネット上の情報は日本語以外のものも積極的に活用することが望ましい。
- － 計算などの数学的処理はパソコンなどを積極的に使用してほしい。手計算はしなくてよい。計算に頭を使うのではなく、式を立てたりグラフを書いたり式やグラフを解釈したりすることに頭を使ってもらいたい。
- － この授業の課題には「唯一の正解」というものはない。いろんな解釈、いろんな結論があってよい。大事なのはそこにいたる思考プロセス。結果よりプロセスが大事。

- 達成目標

- － 科目としての大きな目標: 課題や対象や使う数学が変わっても数学的モデリングがおこなえるようになること（授業で扱える課題は3～4程度）。数理モデリングの考え方を身につけることが目標。
- － 評価の方針: 課題に対する結論の良し悪しではなく、結論に至るまでのプロセスが、数理モデリングの思考プロセスとしてどの程度できているかで評価する。具体的には、数理モデルで考えようとしているか、数理モデルをつくる過程を客観的に振り返ることができているか（単純化・近似・仮定の設定、モデルの評価・改善を意識的におこなうことができているか）が評価の対象。

2022年度は前期と後期にそれぞれ1クラスずつ、異なるキャンパスで授業をおこなった。前期のクラスの受講生の構成は、経済学部が1/2、商学部1/4程度で残りが法学部や理学部、工学部、医学部などであった。後期のクラスは、工学部が70%を占め、残りの多くも情報系の学生で、心理学などの学生はごくわずかであった。前期のクラスは文系主体、後期のクラスは理工系主体のクラスであったということができる。どちらのクラスでも、4人1組（クラス全体の人数の関係で前期は3人グループもいくつかできた）に分か

れ、上述の課題1～3に取り組んだ。グループ分けは所属学部などが均等に散らばるようにおこない、かつ、課題ごとにグループ分けをやりなおしてなるべく同じメンバーが同じ班にならないように調整した。この授業での学生の具体的なモデリング活動については、[18]や[19]でまとめているのでここでは省略するが、前期のクラスのほうがモデルの多様性という観点からはモデルの種類が限定的ではあったものの、数理モデリングの活動（近似や単純化、仮定の設定、モデルの修正など）についてはどちらのクラスでも活発な活動がみられたということだけは述べておく。

ここでは、授業設計者としての教員側の視点から活用志向の数学教育の側面についての課題を述べておきたい。フルスペックの数理モデリングの授業を1年間実践して感じたことは、数理モデリング演習として本格的になればなるほど、学習の中心が数学そのものから離れていくということである。「基礎数学I, II」では数学の活用場面を使いつつもターゲットとしている数学知識の活用場面での使われ方という形で数学に眼を向けさせていたが、フルスペックの数理モデリングではどんな数学を使うかは完全に自由であることから、個々の数学知識が主たる学習の焦点となることは少なく、データへの向き合い方だったり、数学の問題に帰着するために単純化したり理想化したり近似したりする感覚を身につけることだったり学習の中心となる。もちろんこれらが学習の中心となることは、とくに学生のほとんどが数理モデリングを初めて経験するという状況では当然であり、モデリング能力の育成という観点からは望ましくもあるのだが、一方で、モデリングに用いる数学の「機能」に着目させることが学生の数理モデリング能力をさらに高めることになるという思いもあり、モデリングの振り返りの段階でモデリングにおける数学の「機能」に着目させるような工夫ができないか考えているところである。

5 数理モデリングと数理・データサイエンス・AI教育

最後に、本稿で述べた数理モデリング教育と現在推進されている「数理・データサイエンス・AI教育」との関係について述べておきたい。「数理・データサイエンス基礎A」は数理・データサイエンス・AI教育の数理的な基礎という位置付けで設置された科目ではあるが、数理・データサイエンス教育強化拠点コンソーシアムによって作成された数理・データサイエンス・AI教育のリテラシーレベル・応用基礎レベルのモデルカリキュラム([23], [24])やスキルセット([25])には、「統計的モデル」という語はあるが数理モデル（あるいは数学的モデル）という語は見当たらない。また「モデリング」の用語も数理モデリング（あるいは数学的モデリング）よりも「統計的モデリング」の意味で用いられているように見受けられる。ただし、スキルセットの「統計基礎」の項目においてキーワードとして、「数理・データサイエンス基礎A」の演習2, 3でモデル化に用いられることになる「ベイズの定理」や「マルコフ連鎖」が挙げられている。統計基礎の項目だけでなく数学基礎の項目においても数理モデルや数理モデリングの記述があってもよいように思うが、数学基礎における線形代数や微積分の項目の記述は数学的内容のリストアップで終わっており、リストアップされた知識が数理・データサイエンス・AI教育としてどのような応用につながっていくのかという記述がないように見受けられる。たとえば、4節の演習1でモデル化に用いられる数列について、スキルセットではデータの表現形式として統計

とのつながりを持つことには触れているものの、そのほかは等比数列・等差数列といった基本的な数列の種類と収束・極限に関するキーワードが並べられているだけで、数列が離散的变化のモデル化に用いられるという視点での記述はない。スキルセット ([25]) の「学修目標」の記述でも同様のことが言える。この点について、3節で述べた枠組みを用いて「数学基礎」にリストアップされたキーワードと活用場面での「機能」を結びつけることで、スキルセットの記述に活用面での視点を補完し、数学基礎の教育を活用志向の教育として展開できるのではないかと考えている。

参考文献

- [1] 朝日新聞, [社説] 野生動物による被害：人との関係を結び直すには, 2015 年 12 月 24 日朝刊.
- [2] 青島正和, オオタカの廉価な個体群動態解析, 日本環境アセスメント協会第 4 回技術交流会, 2007. <https://jeas.org/modules/backnumber/hokoku/tec/h19/pdf/071206-05.pdf>
- [3] A. J. Bishop, *Mathematical Enculturation*, Kluwer Academic Publisher, 1988. <https://doi.org/10.1007/978-94-009-2657-8> (日本語訳: 「数学的文化化 算数・数学教育を文化の立場から眺望する」 湊三郎 訳, 教育出版, 2011)
- [4] W. Blum and D. Leiß, How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? In C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): education, engineering and economics* (pp. 222–231). Chichester. 2007.
- [5] Y. Chevallard, Steps towards a new epistemology in mathematics education. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the IVth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 22–30). Barcelona: Fundemí IQS. 2006.
- [6] S. Garfunkel and M. Montgomery (Eds.), *Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education (GAIMME)*, COMAP&SIAM (1st ed., 2016; 2nd ed., 2019).
- [7] GigaZine ニュース, 「50 種類以上のがんを検出できる画期的な血液検査がいよいよ大規模テストの段階へ」, 2021 年 6 月 38 日. <https://gigazine.net/news/20210628-50-types-cancer-blood-test/>
- [8] G. Gotoh, M. Kawazoe, and H. Ochiai, Epistemic states of university mathematics teachers in mathematical modelling education, The 14th International Congress on Mathematical Education (ICME-14), 11–18 Jul. 2021, Shanghai, China (Oral Presentation).

- [9] 川添充, 「基礎数学」のできるまで, 大阪府立大学高等教育開発センターニュース『FORUM』, 第19号 (2013年3月29日発行), p. 6, 2013. http://www.fd-center.osakafu-u.ac.jp/omu-content/uploads/sites/1140/2015/06/forum_vol19.pdf
- [10] M. Kawazoe, A practical report on mathematical modelling education for humanities and social sciences students, *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, **15**(2), pp. 141–153, 2022. <https://doi.org/10.24529/hjme.1512>
- [11] M. Kawazoe, How to assess students' learning in mathematics literacy education: An attempt to use students' comments for assessment, In: U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.). (2019), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2542–2543). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME. <https://hal.science/hal-02422646/document>
- [12] 川添充・五島譲司・落合洋文, 数学的リテラシー教育のための認識枠組み: 大学での授業実践の分析を通して, 日本数学教育学会第51回秋期研究大会発表集録, pp. 177–180.
- [13] 川添充・五島譲司・落合洋文, 数学的リテラシー教育における授業デザインのための認識枠組みの構築について, 川添充・編「科研費研究成果報告「高水準の数学的リテラシー」概念下の教育デザイン・実施・継続的改善とその理論」(pp. 55–68), 2019. <http://www.las.osakafu-u.ac.jp/~kawazoe/kaken2016/Kaken2016-2018-report.pdf>
- [14] M. Kawazoe and M. Okamoto, A practical study of a design of university mathematics courses for the humanities and social sciences students, In T. Dooley & G. Guedet (Eds.). (2017). *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME10, February 1–5, 2017) (pp. 2302–2303). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME. <https://hal.science/hal-01940058/document>
- [15] 川添充・岡本真彦, 文系学生のための数学活用力を育む授業デザインとその実践, 水町龍一・編著「大学教育の数学リテラシー」(pp. 184–194), 東信堂, 2017.
- [16] 川添充・岡本真彦, 思考ツールとしての数学 第2版, 共立出版, 2021. (第1版は2012年発行)
- [17] 川添充・岡本真彦・大内本夫・数見哲也・吉富賢太郎, 文系大学生のための意味の理解をともなった数学授業に関するデザイン研究, 日本数学教育学会高専・大学部会論文誌 Vol.20 No.1 (December 2013), pp. 69–84.
- [18] M. Kawazoe and K. Otaki, Teaching mathematical modelling along with didactic resources, The 13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13), 10–14 Jul. 2023, Budapest, Hungary (Paper Presentation).

- [19] M. Kawazoe and K. Otaki, Modelling tasks for non-STEM university students and the characteristics of their modelling process, The 21st International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA21), 10–15 Sep. 2023, Awaji Island, Japan. (発表予定)
- [20] S. Mac Lane, *Mathematics — Form and Function*, Springer, 1986. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4872-9> (日本語訳:「数学 — その形式と機能」 彌永昌吉 監修/赤尾和男・岡本周一 共訳, 森北出版, 1992)
- [21] 西村圭一, 数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究, 東洋館出版社, 2012.
- [22] OECD, *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematical, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition*, PISA, OECD Publishing, 2017. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264281820-en>
- [23] 数理・データサイエンス教育強化拠点コンソーシアム, 数理・データサイエンス・AI (リテラシーレベル) モデルカリキュラム, 2020. http://www.mi.u-tokyo.ac.jp/consortium/pdf/model_literacy.pdf
- [24] 数理・データサイエンス教育強化拠点コンソーシアム, 数理・データサイエンス・AI (応用基礎レベル) モデルカリキュラム, 2021. http://www.mi.u-tokyo.ac.jp/consortium/pdf/model_ouyoukiso.pdf
- [25] 数理・データサイエンス教育強化拠点コンソーシアムカリキュラム分科会, 大学におけるデータサイエンス教育に関するスキルセット及び学修目標 (第2次報告), 2021. http://www.mi.u-tokyo.ac.jp/consortium/pdf/model_curriculum_2021_2nd.pdf
- [26] The Japan Times, [Editorials] Wild animal population control. (May 1, 2014). <https://www.japantimes.co.jp/opinion/2014/05/01/editorials/wild-animal-population-control/>

Faculty of Liberal Arts, Sciences and Global Education
 Osaka Metropolitan University
 Osaka 599-8531
 JAPAN
 E-mail: kawazoe@omu.ac.jp

大阪公立大学・国際基幹教育機構 川添 充