

河口付近の異常水位に関する研究 (I)

矢野 勝正・中村 重久

STUDY ON ANOMARY OF WATER LEVEL AT RIVER-MOUTH AND DOWN-STREAM (I)

By Katsumasa YANO and Shigehisa NAKAMURA

Synopsis

There are many disasters caused by abnormal high water level and associated phenomena. To prevent these disasters, accumulation of the data, experimental study and analytical study are needed.

This study is an analytical one on anomary of water level at a model of river-mouth and down-stream. The analysis is carried out by method of successive approximation for three typical cases which seem to correspond to storm-surge, tsunami and swell or sea-waves. The results are shown graphically and some considerations are given in application to remedy against anomalies of water level at river-mouth and down-stream.

1. 緒 論

河口付近の異常水位はしばしば河口付近の施設、構造物を破壊し、人家、産業に被害を与える。とくに大きな河川の河口に発達した都市、工業地帯などではその被害が大きく、また農業に対する影響も無視できない。近年臨海工業用埋立地の造成が各地でみられ、そのような海岸の諸施設に沖からうちよせる波や異常水位ならびにそれに対する対策についてはかなり研究がすすめられているが、河口部における異常水位に関する研究はあまり多くないし、一般的所論もほとんどないと思われる。

淀川についてみれば、河口部の大阪市において地盤沈下を考慮にいれた上で高潮など異常水位の問題をとりあつかわなくてはならない。また木曽川などでは海から入ってくる高潮、津波などの異常水位と同時に上流からの洪水流も考慮しなくてはならない。このように実際の問題では多くの因子を考慮にいれなくてはならないが、ここでは海から入ってくる異常水位についてのみ考える。異常水位を分類して i) 気象条件による高潮、とくに台風による高潮, ii) 津波、とくに地震によって生じる津波, iii) 波長の短い波、風浪からさざ波の範囲の重力波とする。そしてその代表的な周期について解析し、河口でみられる異常水位がそれぞれどのような減衰のしかたで河を溯上伝播していくかを考察する。

2. 異常水位の資料について

海岸における異常水位、とくに気象潮ならびに波浪については多数の研究があり、異常水位の大きさについてもかなりの資料が蓄積されている¹⁾。またそのような資料は異常水位による被害への対策に役立っている²⁾。河川については、たとえば利根川河口³⁾あるいは淀川下流⁴⁾について、高潮の研究や対策が行なわれている。しかし、海から河へ入ってくる異常水位の溯上伝播について、一般に論じられているものはないように思われる。海岸における異常水位の大きさが河口における異常水位をあらわすものと考えられるならば、河口の水位変化に対する資料として用いることができる。

3. 運動方程式

異常水位の問題を理論的に取扱う場合、運動方程式は Navier-Stokes の運動方程式を用いる。河口付近の異常水位を考えるにあたっては、地球自転の効果はとくに考慮しなくてもよい。また水位変動、とくに波動の問題においては Navier-Stokes の運動方程式を変形して得られる Bernoulli の方程式を用いる例が多い^{5,6)}が、この場合渦度を含む項を無視している。

また潮汐の問題においては、Navier-Stokes の式を用い、簡単化された境界条件のもとに解いて得られた結果を用いて考察している例が多い^{7,8)}。あるいはより厳密な解を得るために摂動法を用いたり^{9,10)}、逐次近似法を用いている^{11,12)}。また簡単な式を用いて考察している例もある¹³⁾。

流れと波との相互作用については前述の例のほかに粘性を無視して解析した例¹⁴⁾、あるいは河口部において密度差を考慮した例もある^{15,16)}。またこのような水路に入る波や河口部における波の変形に関する実験もあるが^{17,18)}、このような研究はあまり多くない。ここでは Navier-Stokes の式を逐次近似法で解いて考察する。

いま、河口から流軸に沿って河の上流に向けて平均水面を x 軸、河口の平均水位から鉛直上方に z 軸をとる。河床勾配を I とし、河の水面は河流のみがある場合河床と平行で、水深 h は一定であるとする。また河口より河を溯上する水位変動の変位を ζ とする。このとき運動方程式および連続方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -fv^2 - g \left(I_0 + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [(\zeta + h)v] \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられるとする。ここに v は水の運動速度とし、(1)における摩擦抵抗項は流速 v の 2 乗に比例すると考える。これは前述の例では解析上の便宜から流速 v に比例するとして計算されていた^{11,19)}。また流速は河川流 $-v_0(x)$ および河口から入ってくる水位変動にもづく流速成分を $u(x, t)$ とし、

$$v = -v_0 + u \quad \dots\dots\dots (3)$$

であらわせるとする。いま、 $-\frac{\partial v_0}{\partial x} = \alpha$ とし、摩擦抵抗の動く方向と流れの方向とを考慮して摩擦抵抗項を $-f|v|v$ であらわす。このとき (1) および (2) は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (-v_0 + u) \left(\alpha + \frac{\partial u}{\partial x} \right) = -f| -v_0 + u |(-v_0 + u) - g \left(I_0 + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -(-v_0 + u) \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \left(\alpha + \frac{\partial u}{\partial x} \right) (\zeta + h) \quad \dots\dots\dots (5)$$

河口から溯上する水位の変化がない場合で、河流が定常とみなせる場合には (4) は次式のようになる。すなわち

$$v_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} = -f| -v_0 |(-v_0) - gI_0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

河流のみの効果 t を (4) からとり去るための一つの方法として (4) の各辺から (5) の各辺を引くことにする。ここに v_0 は一定であると仮定し、(4) および (5) は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (-v_0 + u) \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha u = -f(-2v_0u + u^2) - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -(-v_0 + u) \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \left(\alpha + \frac{\partial u}{\partial x} \right) (\eta + h) \quad \dots\dots\dots (8)$$

と書ける。

4. 逐次近似法による解

河口から波の形で溯上伝播する水位変動は、普通連続関数であると考えてさしつかえないから、 u および

ζ がどのような関数形であらわされるにしても連続関数であって, つぎのような級数展開形であらわすことができる。すなわち

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} u_m \exp[jm\sigma(t-\delta)] \dots\dots\dots (9)$$

$$\zeta = \sum_{m=1}^{\infty} \zeta_m \exp[jm\sigma(t-\delta)] \dots\dots\dots (10)$$

ここに m は正整数, j は虚数単位, また δ は初期条件によって定まる定数である。 u_m および ζ_m はそれぞれ時間 t に無関係で, x のみの関数と考える。海岸付近の波についてはスペクトル分析が行なわれ, 波の振幅あるいはエネルギーはある周波数の範囲にわたる連続スペクトルであることが知られている²⁰⁾。これから考えると (4) および (10) の表現は適切であるとはいえないかもしれない。しかし運動方程式を解く場合, このような表現をすることによって, 逐次近似法が適用できる。したがって (9) および (10) の表現と連続スペクトルの関連については別の機会にでも明らかにされねばならない。

(9) および (10) を (7) および (8) に代入すると

$$\begin{aligned} & \sum_m (jm\sigma u_m e^{jm\sigma(t-\delta)}) + (-v_0 + \sum_p u_p e^{jp\sigma(t-\delta)}) (\sum_q u_q e^{jq\sigma(t-\delta)}) + \alpha \sum_m u_m e^{jm\sigma(t-\delta)} \\ & = -f [-2v_0 \sum_m u_m e^{jm\sigma(t-\delta)} + (\sum_p u_p e^{jp\sigma(t-\delta)}) (\sum_q u_q e^{jq\sigma(t-\delta)})] - g \sum_m \frac{d\zeta_m}{dx} e^{jm\sigma(t-\delta)} \dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_m jm\sigma \zeta_m e^{jm\sigma(t-\delta)} = & -(-v_0 + \sum_p u_p e^{jp\sigma(t-\delta)}) \left(\sum_q \frac{d\zeta_q}{dx} e^{jq\sigma(t-\delta)} \right) \\ & - \left(\alpha + \sum_p \frac{du_p}{dx} e^{jp\sigma(t-\delta)} \right) \sum_q \zeta_q e^{jq\sigma(t-\delta)} + h \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここに p および q は正整数で

$$m = p + q$$

である。(11) および (12) でを含む指数の等しい項についてそれぞれ次のように式が成立すると考える。すなわち

$$jm\sigma - v_0 \frac{du_m}{dx} + \sum_{p,q} u_p \frac{du_q}{dx} + \alpha u_m = 2fv_0 u_m - f \sum_{p,q} u_p \cdot u_q - g \frac{d\zeta_m}{dx} \dots\dots\dots (13)$$

$$(jm\sigma + \alpha) \zeta_m - v_0 \frac{d\zeta_m}{dx} + h \frac{du_m}{dx} = - \left[\sum_{p,q} u_p \frac{d\zeta_q}{dx} + \sum_{p,q} \zeta_p \cdot \frac{du_q}{dx} + \alpha h \right] \dots\dots\dots (14)$$

が成立つと考える。この (13) および (14) を連立方程式として ζ_m のみの方程式に書きかえると

$$a \frac{d^2 \zeta_m}{dx^2} + b \frac{d\zeta_m}{dx} + c \zeta_m = \phi_m \dots\dots\dots (15)$$

ただし,

$$a = \left(1 - \frac{v_0^2}{gh} \right) \dots\dots\dots (16)$$

$$b = \frac{v_0}{gh} (\alpha + 2jm\sigma - 2fv_0) \dots\dots\dots (17)$$

$$c = \frac{-(jm\sigma + \alpha - 2fv_0)}{gh} (jm\sigma + \alpha) \dots\dots\dots (18)$$

$$\begin{aligned} \phi_m = & -\frac{1}{g} \frac{d}{dx} \left(f \sum_{p,q} u_p \cdot u_q + \sum_{p,q} u_p \cdot \frac{du_q}{dx} \right) + \frac{(jm\sigma + \alpha - 2fv_0)}{gh} \sum_{p,q} \frac{d}{dx} (u_p \cdot u_q) \\ & - \frac{v_0}{gh} \sum_{p,q} \frac{d^2}{dx^2} (u_p \cdot \zeta_q) - \frac{v_0}{gh} \frac{d}{dx} (\alpha h) - \frac{\alpha}{g} (jm\sigma + \alpha - 2fv_0) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

(15) の余関数をもとめるために, (15) において $\phi_m = 0$ とおいたときの特性方程式は

$$ak_m^2 + bk_m - c = 0 \dots\dots\dots (20)$$

ここに

$$k_m = \frac{1}{2a} (-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}) \dots\dots\dots (21)$$

(15) で $\phi_m=0$ の場合の解の一つ ζ_m^1 がわかっているとき, (15) の一般解は

$$\zeta_m = \zeta_m^1 \int (\zeta_m^1)^{-2} \exp(-\int b dx) \{ \int \exp(-\int b dx) \cdot \phi_m \cdot \zeta_m^1 dx + K_1 \} dx + K_2 \zeta_m^1 \quad \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる。ここに K_1 および K_2 は積分定数である。

5. 境界条件, 初期条件および摩擦係数

運動方程式を逐次近似法によって解くため, 前述したように (3), (9) および (10) で流速および水位変化をあらわした。このようにして解いた結果は一般に (22) であらわされるが, この解が河口から水位変動が溯上传播していく状態を一般にあらわすものとして与えられるためには, (22) のなかにふくまれる積分定数を定めなくてはならない。(22) は (10) であらわされる ζ_m にほかならないから, この二つの積分定数は二つの境界条件を与えることによって決定できる。すなわち, 河口 $x=0$ における水面条件として

$$u_{x=0} = \sum_m u_m(x=0) e^{jm\sigma(t-\delta)} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\zeta_{x=0} = \sum_m \zeta_m(x=0) e^{jm\sigma(t-\delta)} \quad \dots\dots\dots (24)$$

また潮汐波¹¹⁾および津波²⁰⁾において知られるように河口から入って溯上传播する水位変動は河口からの距離 x とともに減衰し, ある距離 L においてはほとんど水位変動の影響がみられなくなる。これから

$$\zeta_{x=L} = \sum_m \zeta_m(x=L) e^{jm\sigma(t-\delta)} \simeq 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$u_{x=L} = \sum_m u_m(x=L) e^{jm\sigma(t-\delta)} \simeq 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

を河の上流側における境界条件とすることができる。ところで (16) あるいは (22) をみると, その解において, 河口から入って溯上传播する水位変動が大きくなるような項はここでは考える条件を満たさないからこのような項は以下において考慮しない。流れに波が重なった場合, 波の振幅が大きくなるということがと論じられている例もあるが⁶⁾, 津波の場合²¹⁾などをみると, ここで必要な条件は河口からの距離とともに水位変動が減衰する場合である。また (15) からわかるように, ここで必要な条件を満たすと思われる項で水位変動の減衰があらわされるとすれば, その減衰は指数関数的であって, (25) および (26) で考えたような有限な x における境界条件の設定は不可能となる。それでここでは河の上流で, L が非常に大きな場合 (形式上 $L \rightarrow \infty$) を境界条件としてとり, その結果 (22) の解でみられる水位変動が河口における $1/100$ になるような x の値をもって水位変動の影響範囲と考えることにする。

また初期条件は (9) および (10) において, $t=0$ とした場合の河口から上流までの水面形および流速分布によって与えられることになるが, これらについては実際に資料もないし, 実際河川について連続的観測をすることも容易ではない。それでここでは $x=0, t=0$ における水位変化および流速を初期条件としてとることにする。すなわち

$$\zeta_{x=0, t=0} = \sum_m e^{-jm\sigma\delta} \cdot \zeta_m(x=0) \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$u_{x=0, t=0} = \sum_m e^{-jm\sigma\delta} \cdot u_m(x=0) \quad \dots\dots\dots (28)$$

すでに述べたように運動方程式において摩擦抵抗は流速の2乗に比例すると考えた。一般に河川においては流速は一定であり, 摩擦係数も同一河川の同一部に対しては一定であるとして十分であろう。ここで考えている領域では一定とみなせる河川流に河口から入ってくる水位変動にともなう不規則なあるいは周期的な流速の変化がみられる。したがって摩擦係数は一定ではない可能性がある。にもかかわらずここでは摩擦係数は一定であると考えて解析をすすめる。解析の結果において問題が生じるとすれば, その一因はここにあると考えられる。

解析の複雑さをさけるために, ここで $\partial v_0 / \partial x \simeq 0$ と考える。このとき河川の流れが, 上流から河口へ向うことを考慮して (6) は

$$f v_0^2 - g I_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

と書ける。一方, 河川の流れを推算するのに, 水深 h が一定の場合

$$v_0 = C\sqrt{hI_0} \dots\dots\dots (30)$$

ここに C は Chézy の定数である。(29) および (30) から

$$f = \frac{g}{C^2 h} \dots\dots\dots (31)$$

を得る。ところで Chézy の定数と Manning の定数 n との関係は河幅にくらべて水深が小さい場合

$$C \approx \frac{1}{n} h^{1/6} \dots\dots\dots (32)$$

であらわされるから (31) は

$$f = gn^2 h^{-4/3} \dots\dots\dots (33)$$

となる。 n の値としては水理公式集²²⁾に示されている図より, 一般河川にみられる値と考えられる値 $n=0.04$ をとることにし, それぞれの場合平均水深について与えられる f を用いることにする。これを Table 1 に示す。海岸域における潮流に対する海底摩擦係数が 2×10^{-3} であるが²³⁾, いまの場合と摩擦係数を導出する過程が異なるから, そのまま比較するわけにはいかない。

Table 1. Friction Coefficient of River Flow at a Constant Depth.

h (m)	1	2	3	4	5	6	8	10
$f \times 10^{-3}$	15.68	6.36	3.62	2.47	1.84	1.44	0.98	0.73

6. 第 1 次 の 部 分 解

$m=1$ の場合 (15) おいて, u_p , u_q および ζ_q を含む項はない。また $a \approx 0$ と考えるとき, $\phi_1=0$ となつて

$$a \frac{d^2 \zeta_1}{dx^2} + b \frac{d \zeta_1}{dx} + c \zeta_1 = 0 \dots\dots\dots (34)$$

したがって $m=1$ に対する (22) を計算する必要はなく, (34) から解として

$$\zeta_1 = \zeta_1(x=0) \exp(k_1 x) \dots\dots\dots (35)$$

をとることができる。 k_1 は長さの逆数の次元をもつが, ここで

$$k_1 = -A_1 - i\varepsilon_1 \dots\dots\dots (36)$$

とあらわすと (10) の第 1 項は

$$\zeta_1 = \zeta_1(x=0) \exp[-A_1 x + j(\sigma(t-\delta) - \varepsilon_1 x)] \dots\dots\dots (37)$$

ここに $1/A_1$ は河口における異常水位が河川を溯上伝播して $1/e$ になる距離をあらわす。したがって, さきに考えた異常水位の影響範囲は $4/A_1$ によってあらわされる。また (37) であらわされる第 1 次の部分解であらわされる異常水位の成分の伝播速度は

$$c_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_1} \dots\dots\dots (38)$$

ここでは台風などによる高潮の典型的な周期として $\sigma=10^{-4}$, 津波の典型的周期として $\sigma=10^{-2}$, そして風浪あるいはうねりに近い重力波の典型的周期として $\sigma=10^0$ をえらび, それぞれの σ について, $1/A_1$ および c_1 と水深との関係を Fig. 1 および Fig. 2 に示す。これらの図において河川流 v_0 をパラメーターにとっている。

またここに得られた ζ_1 をつかって u_1 をもとめるには (14) において $a \approx 0$ の条件のもとに

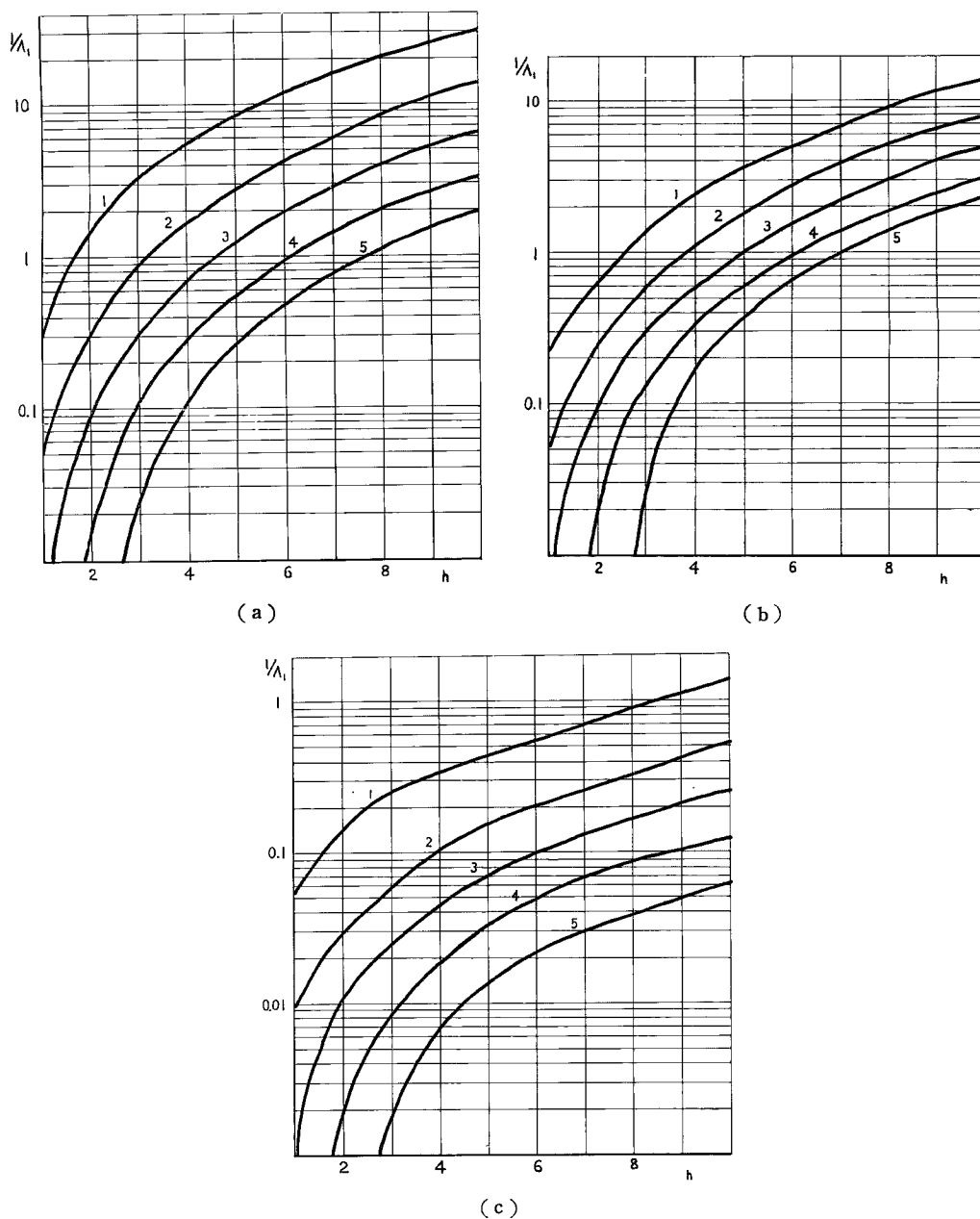


Fig. 1. Damping ratio of incidental disturbance of water level into river for the partial solution of 1st order, where damping ratio $1/A_1$ in Km and water depth h in m with numerical parameter of velocity of river flow in m/sec. a) case of $\sigma=10^{-4}$, b) case of $\sigma=10^{-2}$, c) case of $\sigma=10^0$.

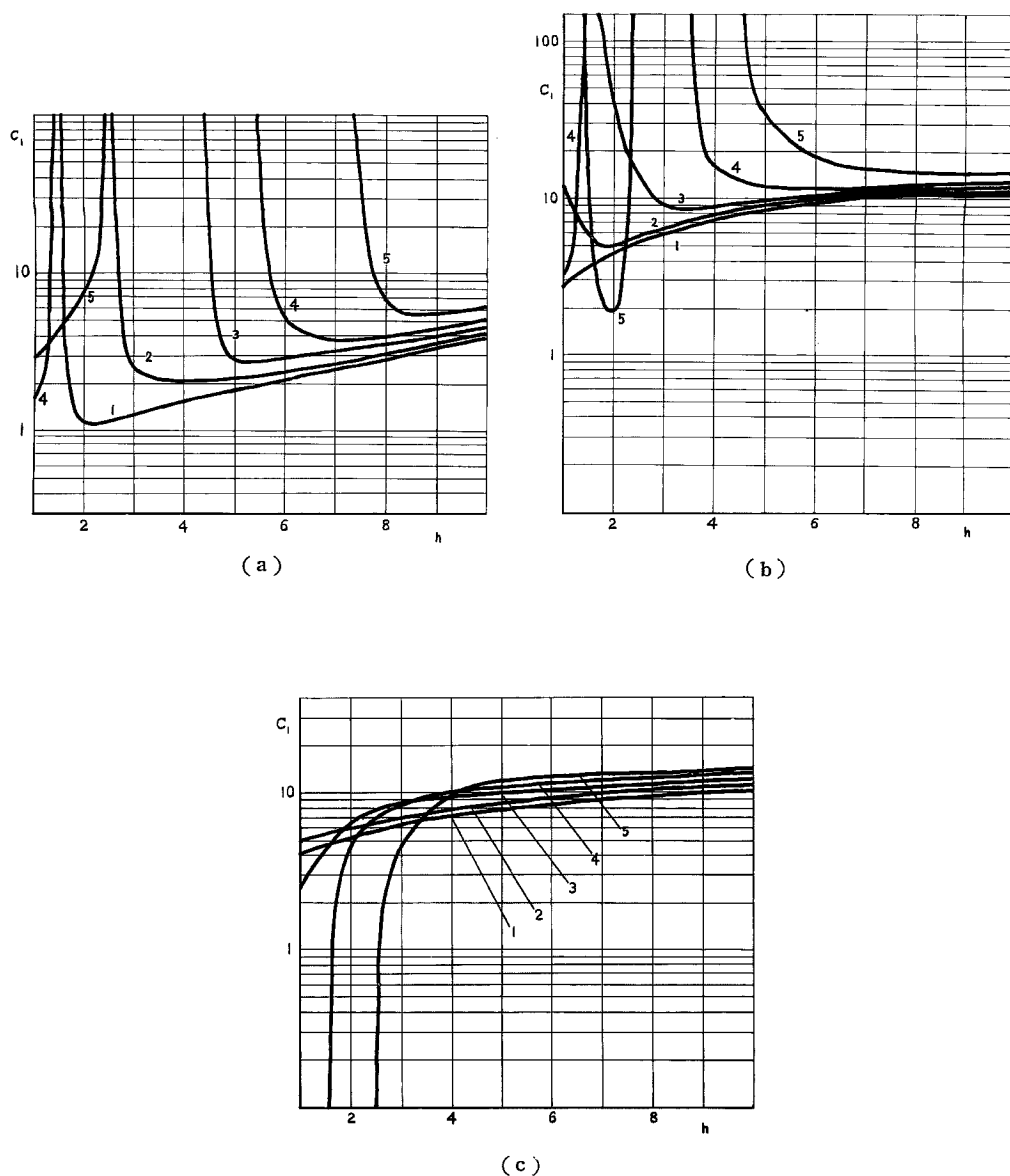


Fig. 2. Phase velocity of incidental disturbance of water level in tidal river for the partial solution of 1st order, where phase velocity C_1 in m/sec and water depth h in m with numerical parameter of velocity of river flow in m/sec. a) case of $\sigma=10^{-4}$, b) case of $\sigma=10^{-2}$, c) case of $\sigma=10^0$.

$$i\sigma\zeta_1 - v_0 \frac{d\zeta_1}{dx} + h \frac{du_1}{dx} = 0 \quad \dots\dots\dots(39)$$

したがって

$$u_1 = \frac{1}{h} \left(v_0 + \frac{j\sigma}{k_1} \right) \zeta_1 \quad \dots\dots\dots(40)$$

をもちいれたい。

7. 高次の部分解について

$m=2$ 以上の場合 (15) において ϕ_m は必ずしも 0 ではないから, (22) の解について境界条件を満たすものをもとめなくてはならない。

$m=2$ について ζ_2 を (22) を用いてもとめると

$$\zeta_2 = P \exp(-bx)(\zeta_1^1)^{-1} + Q \exp(2-bx) \exp(2k_1 x) + R \zeta_2^1 \quad \dots\dots\dots(41)$$

ここに ζ_2^1 は $m=2$ の場合, (15) において $\phi_m=0$ における解の一つである。 ζ_2^1 がここで必要な境界条件を満たす解であるためには $(\zeta_2^1)^{-1}$ を含む項の係数 P は 0 でなくてはならない。結局, 第 2 次の部分解として

$$\zeta_2 = Q \exp[-2(b+A_1)x + j(2\sigma(t-\delta) - \epsilon_1)] + R \exp[-A_2x + j(2\sigma(t-\delta) - \epsilon_2x)] \quad \dots\dots\dots(42)$$

がここで必要なものである。(36) で次数 $m=2$ のものを A_2 および ϵ_2 であらわす。また (22) の積分定数のうち, 一つは P として決定され, 他の一つは R として書きかえてある。(42) において Q は

$$Q = \frac{a\zeta_1^1(x=0)}{(-2b+2k_1-k_2)(-b+2k_1+k_2)} \quad \dots\dots\dots(43)$$

ただし

$$a = \frac{k_1}{gh^2} \left(v_0 + \frac{j\sigma}{k_1} \right) \left[\left(v_0 + \frac{j\sigma}{k_1} \right) \left(1 - \frac{4k_1v_0}{h} \right) + 4(j\sigma + fv_0) \right]$$

であたえられる。

この (42) は ζ_2 が二つの成分波から成り, 河口における異常水位の成分波 Q および R は河川を $1/2(b+A_1)$ および $1/A_2$ なる距離を溯上して振幅が $1/e$ となる。さらにそれぞれの成分波の伝播速度は $c_Q=2\sigma/\epsilon_1$ および $c_R=2\sigma/\epsilon_2$ である。 $m=1$ において考えたような三つの σ について $1/A_2$ および Q_R と水深 h との関係は Fig. 3 および Fig. 4 に示す。また $c_Q=2c_1$ であり, A_1 は $m=1$ において与えられたものである。 R を決定するには (43) で与えられる Q と, $t=0, x=0$ における境界条件

$$\zeta_{2t=0} = (Q+R) \exp(-2j\sigma\delta) \quad \dots\dots\dots(44)$$

より決定されるもので

$$R = -Q + \zeta_{2t=0} \cdot \exp(2j\sigma\delta) \quad \dots\dots\dots(45)$$

である。ところで (43) であらわされる Q は

$$Q = \Phi \exp(j\varphi) \quad \dots\dots\dots(46)$$

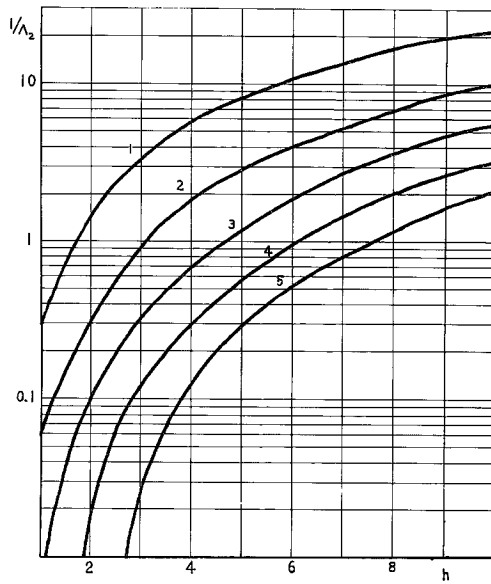
であらわされ, Φ および φ は, h および σ の関数である。前に示した σ のそれぞれについて Φ および φ と h との関係を Fig. 5 および Fig. 6 に示す。ただし v_0 をパラメーターにとる。このようにして得られた ζ_1, u_1 および ζ_2 と連続方程式とから u_2 が導かれる。すなわち

$$j2\sigma\zeta_2 - v_0 \frac{d\zeta_2}{dx} + h \frac{du_2}{dx} = -\frac{d}{dx}(u_1 \cdot \zeta_1) \quad \dots\dots\dots(47)$$

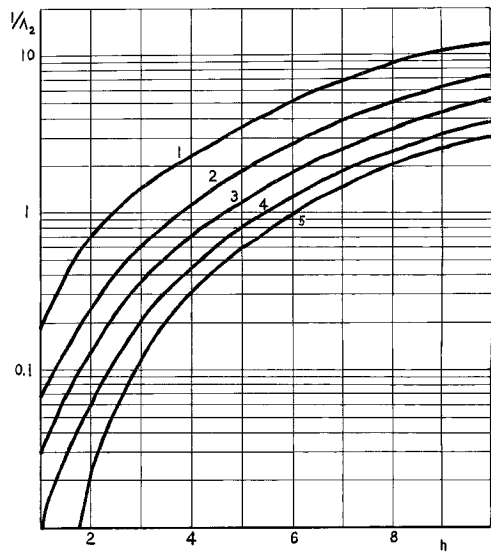
これから

$$u_2 = -2j \frac{\sigma}{h} \int \zeta_2 dx + \frac{v_0}{h} \zeta_2 - u_1 \cdot \zeta_1 + r \quad \dots\dots\dots(48)$$

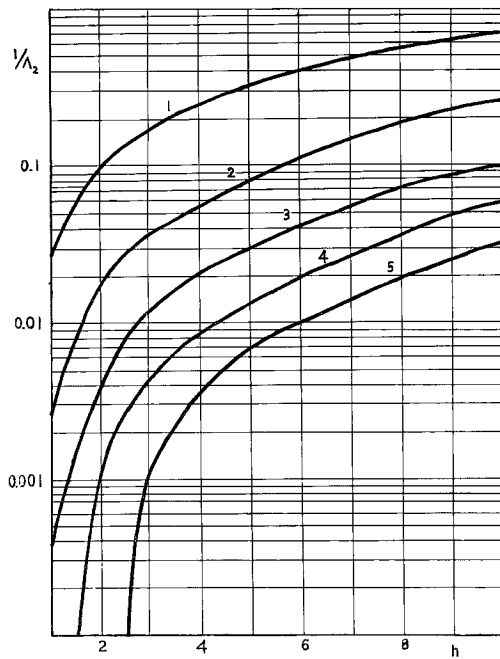
(48) において u_2 として変動成分のみを考えているから, 積分定数は $r=0$ である。



(a)



(b)



(c)

Fig. 3. Damping ratio of incidental disturbance of water level into river for the partial solution of 2nd order, where damping ratio $1/A_2$ in Km and water depth h in m with numerical parameter of velocity of river flow in m/sec. a) case of $\sigma=10^{-4}$, b) case of $\sigma=10^{-2}$, c) case of $\sigma=10^0$.

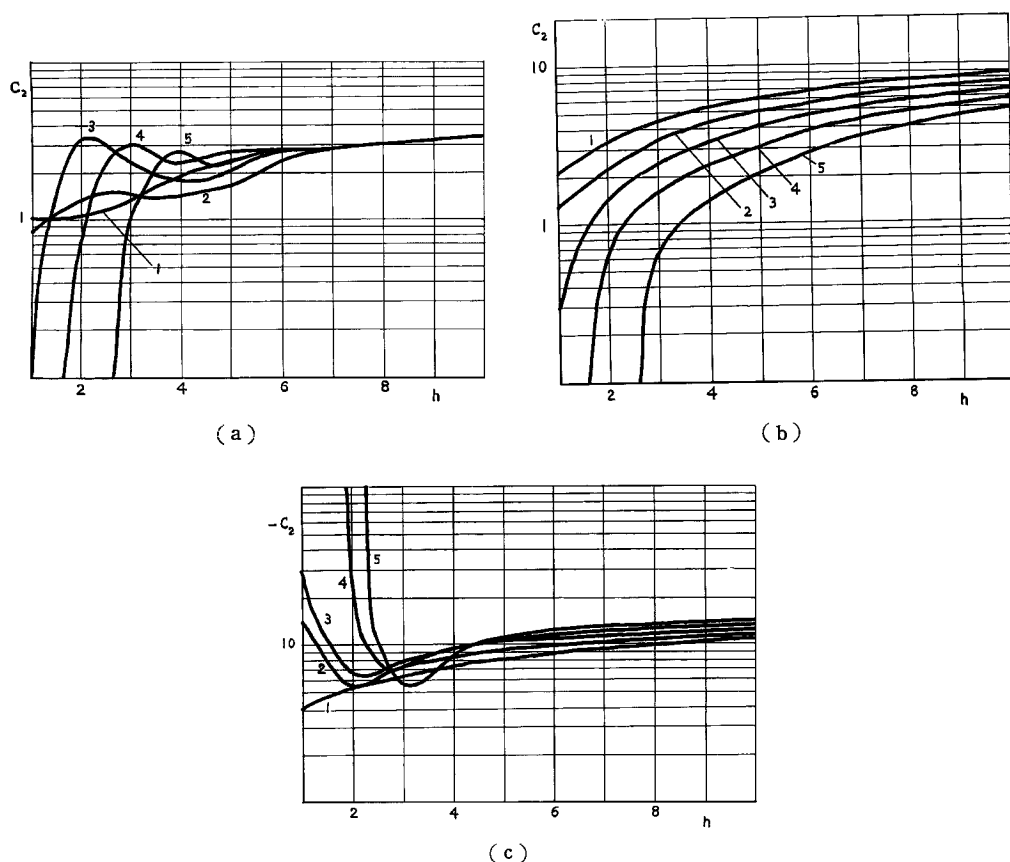


Fig. 4. Phase velocity of incidental disturbance of water level in tidal river for the partial solution of 2nd order, where phase velocity C_2 in m/sec and water depth h in m with numerical parameter of velocity of river flow in m/sec. a) case of $\sigma=10^{-4}$, b) case of $\sigma=10^{-2}$, c) case of $\sigma=10^0$.

$m=3$ 以上の部分解については計算が複雑であるが、上と同様な方法によってもとめることができる。ところで $\zeta(x, t)$ および $u(x, t)$ の級数展開 (9) および (10) で、 $x=0$ における境界条件に対する卓越周期を σ にえらんだとき、次数 m が大きくなるとその成分 $\zeta_m(x, t)$ および $u_m(x, t)$ の絶対値は小さくなるから、ある次数以上の項は事実上無視してもさしつかえない。これまでの研究では $m=3$ 以上の部分解が無視できるという考えにもとづいている。厳密解は

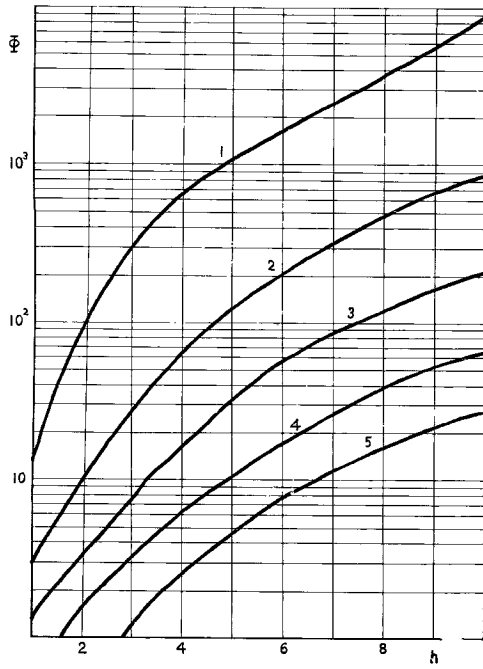
$$v = -v_0 + u = -v_0 + \sum_{m=1}^{\infty} u_m \exp[jm\sigma(t-\delta)] \quad (49)$$

$$\zeta = \sum_{m=1}^{\infty} \zeta_m \exp[jm\sigma(t-\delta)] \quad (50)$$

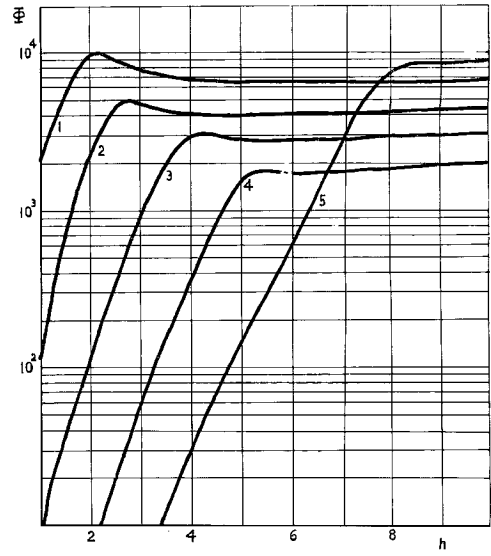
となるが、 $m=2$ までとることにすると

$$v = -v_0 + u_1 \exp[j\sigma(t-\delta)] + u_2 \exp[2j\sigma(t-\delta)] + \varepsilon(u_3) \quad (51)$$

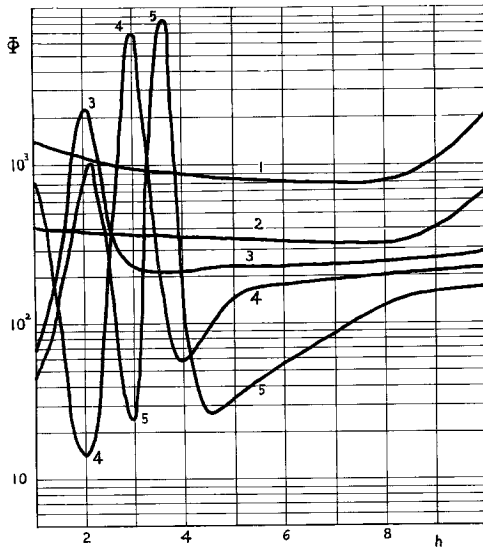
$$\zeta = \zeta_1 \exp[j\sigma(t-\delta)] + \zeta_2 \exp[2j\sigma(t-\delta)] + \varepsilon(\zeta_3) \quad (52)$$



(a)

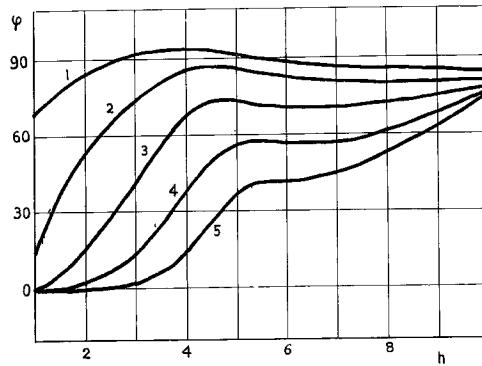


(b)

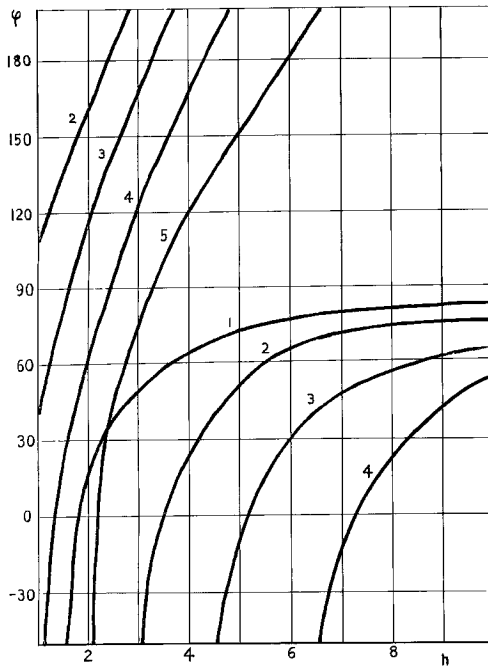


(c)

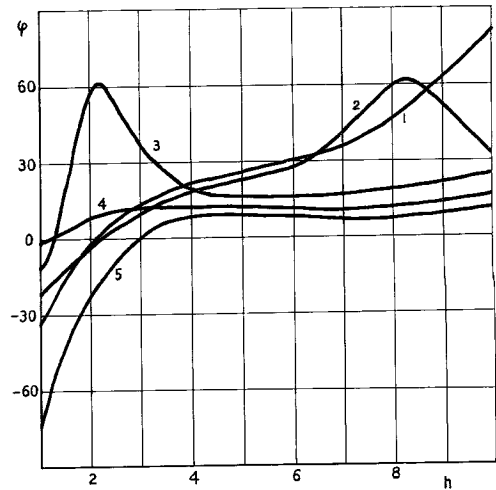
Fig. 5. Amplitude of Q in equation of (46), Φ , where h denotes water depth in m with numerical parameter of velocity of river flow in m/sec.



(a)



(b)



(c)

Fig. 6. Phase lag of Q in equation of (46), φ , where h denotes water depth in m with numerical parameter of velocity of river flow in m/sec.

である。ここに ε は次数 $m=3$ 以上の高次の部分解を無視したために生じる誤差である。

8. 考察および結論

以上の解析の結果からつぎのようなことが結論され、あるいは問題点として指摘できると思われる。

1) 解析の結果から $1/A_1 \sim 1/A_2$ だから異常水位の河川溯上にとまなう減衰域を決定する因子としては、河口における $[|\zeta_1| + |\zeta_2|]$ あるいは最大限にみつもって $\sum_m |\zeta_m|$ に対して $1/A_1$ をとればよいと思われる。このとき異常水位の影響範囲を $[|\zeta_1| + |\zeta_2|]$ あるいは $\sum_m |\zeta_m|$ の $1/100$ となる河口からの路離で定義することにすればその距離は $4/A_1$ になる。

2) $c_1 \geq c_2$ であるから, 異常水位の伝播速度は最大限 c_1 で伝わりと考える。水位変動にともなう流速の変化もみられる。

3) ここでおこなった解析の結果によれば, 数学的に $v_0^2/gh=1$ では解が不連続になる。これは砕波時に相当するとも考えられるが, 現実の高潮など異常水位が伝わりとき砕波することはあっても, 現象は連続である。したがって $v_0^2/gh=1$ の周辺の解は実用的ではないと思われる。

4) 高潮, 津波における計画波高のみつもの一つの方法として上の, 1) および 2) の考え方を適用することができる。風浪あるいはうねりといった周期の短い重力波では河床および堤防側壁においてみられる周期的摩擦による侵食が重要な因子となると考えられる。

5) ここにおこなった解析で, 完全に河口付近における異常水位に関する問題は解決されたとは思われない。今後, 現地資料, 実験的研究などを加えて残された問題点を明らかにしていきたい。

謝 辞

この研究をすすめるにあたって有益な討論をいただいた岩垣雄一教授に心から感謝の意をあらわす。またこの研究は昭和39年度文部省試験研究費による研究の一部である。

附録 運動方程式における慣性項と摩擦項について

運動方程式 (1) を逐次近似法によって解くことは, すなわち (15) を必要な次数 m まで解くことにはならない。この (15) の各項の係数 a, b, c および ϕ_m は (16)~(19) で与えられ, それぞれ運動方程式における慣性項および摩擦項の効果が含まれている。この効果は流速成分または水位変化 ζ の主な周期に支配されると考えられる。 $\alpha=0$ なる仮定のもとで, (a) 摩擦項が無視できる場合には (16)~(19) は次のようになる。すなわち ($m=p+q \geq 2$ なる整数に対して)

$$\begin{aligned} a &= \left(1 - \frac{v_0^2}{gh}\right) \\ b &= \frac{2j\sigma v_0}{gh} \\ c &= \frac{m^2 \sigma^2}{gh} \\ \phi_m &= -\frac{1}{g} \frac{d}{dx} \sum (u_p \cdot \frac{du_q}{dx}) + \frac{j\sigma}{gh} \sum \frac{d}{dx} (u_p \cdot u_q) - \frac{v_0}{gh} \sum \frac{d^2}{dx^2} (u_p \cdot \zeta_q) \end{aligned}$$

また (b) 慣性項が無視できる場合には

$$\begin{aligned} a &= \left(1 - \frac{v_0^2}{gh}\right) \\ b &= \frac{2v_0}{gh} (j\sigma - fv_0) \\ c &= -\frac{j\sigma}{gh} (j\sigma - 2fv_0) \\ \phi_m &= -\frac{1}{g} \frac{d}{dx} (f \sum u_p \cdot u_q) + \frac{j\sigma - 2fv_0}{gh} \sum \frac{d}{dx} (u_p \cdot u_q) \\ &\quad - \frac{v_0}{gh} \sum \frac{d^2}{dx^2} (u_p \cdot \zeta_q) \end{aligned}$$

ところで, さらに慣性項と摩擦項との相対的重要性をみるのには, (19) であらわされる ϕ_m のうち慣性項および摩擦項に関係した項を対比するとよい。 $f \sim O(10^{-2} \sim 10^{-3})$ に対して (19) であらわされる ϕ_m の第 1 項において摩擦項に関係した項と慣性項に関係した項との比は

$$\frac{f \sum u_p \cdot u_q}{\sum u_p \cdot \frac{du_q}{dx}} \sim O(10^{-1} \sim 10^{-2}); \sigma=1$$

$$O(10 \sim 1); \sigma=10^{-2}$$

$$O(10^3 \sim 10^2); \sigma=10^{-4}$$

また, $f \sim O(10^{-2} \sim 10^{-3})$ および $v_0 \sim O(1 \sim 5)$ に対して (19) であらわされる ϕ_m の第2項において摩擦項に関係した項と慣性項に関係した項との比は

$$\frac{2fv_0}{jms} \sim \frac{1}{m} O(10^{-1} \sim 10^{-3}); \sigma=1$$

$$\frac{1}{m} O(10 \sim 10^{-1}); \sigma=10^{-2}$$

$$\frac{1}{m} O(10^3 \sim 10); \sigma=10^{-4}$$

となる。この関係は (15) の係数 b および c についても同様である (ただし $a=0$)。上の二つの関係から, $\sigma=1$ の場合慣性項の効果が大きく, $\sigma=10^{-2}$ の場合慣性項の効果と摩擦項の効果は同じ程度であり, $\sigma=10^{-4}$ の場合摩擦項の効果が顕著であることがわかる。(c) $v_0 \rightarrow 0 (a \neq 0)$ の場合, (16)~(19) は次のようになる。すなわち

$$a=1$$

$$b=1$$

$$c = -\frac{(jms + a)^2}{gh}$$

$$\phi_m = -\frac{1}{g} \frac{d}{dx} \left(f \sum u_p \cdot u_q + \sum u_p \cdot \frac{du_q}{dx} \right) + \frac{(jms + a)}{gh} \sum \frac{d}{dx} (u_p \cdot u_q) - \frac{a}{g} (jms + a)$$

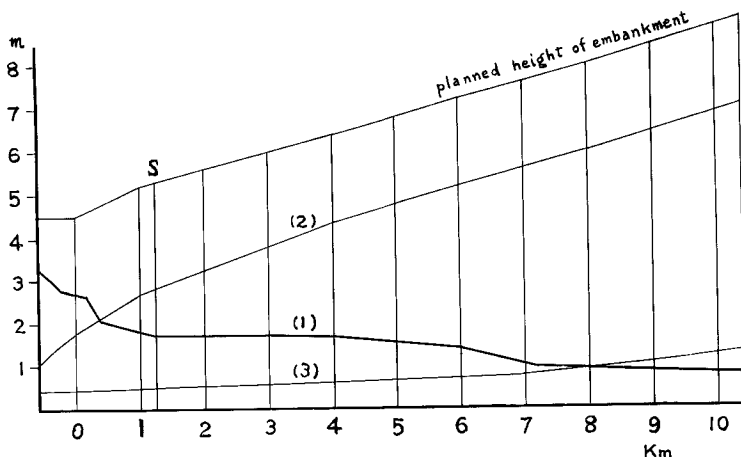


Fig. 7. Profile of damping of tsunami in the Agano River²¹⁾.

- (1) Level of residual mark on the embankment along the River which is taken as envelope of amplitude of tsunami caused to the Niigata Earthquake, on 16 June 1964.
- (2) Planned high water level.
- (3) Planned low water level.

Level or height is in m referred to datum level and distance from the River mouth in Km. 'S' is the location of Matsugasaki Station where the record of the tsunami is obtained.

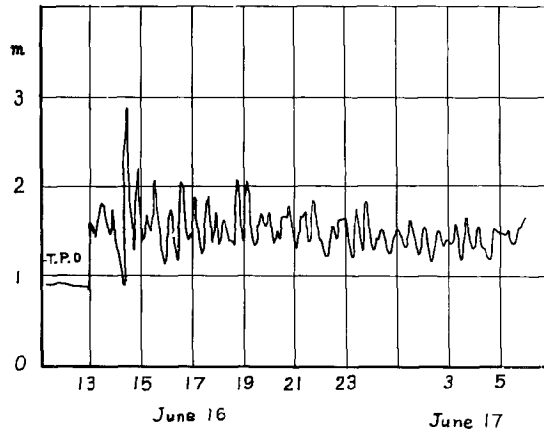


Fig. 8. Record of the tsunami caused to the Niigata Earthquake, on 16 June 1964, at Matsugasaki Station near at the mouth of the Agano River²¹⁾. The water level is referred to datum level.

このとき特性方程式 (20) は

$$\kappa_m^2 - c = 0$$

したがって特性解は

$$\kappa_m = \pm \frac{1}{\sqrt{gh}} (m\sigma - ja)$$

この場合 σ が小さいほど a の効果が相対的に大きくなる。上式では κ_m が負号をとるとき x の増大とともに ζ_m は小さくなり、正号をとるときはその逆となる。 ζ_m の関数形は境界条件から (22) の二つの積分定数を定めることによって与えられる。水位変動の x に対する減衰のみを考えると、その支配的因子は σ であって、 σ が大きいほど x に対する減衰はいちじるしい。さらに、この場合成分波の伝播速度は $-m\sigma/a$ で与えられ、 $a < 0$ のとき進行波の性質 (x の正方向へ) を示す。また、 $v_0 \rightarrow 0$, かつ $a \rightarrow 0$ のとき振幅 ζ_m の x に対する変化は σ , f および 慣性項とで定まり、この例は流量の小さい河川における潮汐のような長周期波にみられる。(d) 運動方程式を逐次近似法で解く場合に考えた条件を満し、解いて得られた解が適用できると思われる記録が阿賀野川において得られている²¹⁾のでこれを Fig. 7 および 8 に示す。

参 考 文 献

- 1) 宇野木早苗: 日本沿岸の気象潮と波浪の大きさ, 第7回海岸工学講演会講演集, 1960, pp. 231-236.
- 2) 細井正延, 富永正照, 三井 宏, 岸 力: 伊勢湾台風における被害と対策について, 同上 1960, pp. 185-194.
- 3) 岸 力, 富永正照, 大出 哲: 利根川河口の気象と潮位偏差, 海岸工学講演会講演集, 1956, pp. 27-32.
- 4) 那智俊雄: 三軒家水門について—高潮対策事業—, 第6回海岸工学講演集, 1959, pp. 12-19.
- 5) Stoker, J.J.: On radiation conditions, Comm. Pure and Appl. Math., Vol. IX, 1956, pp. 577-595.
- 6) M.S. Longuet-Higgins and R.W. Stewart: The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents, J. Fluid Mech., 10, 1961, pp. 529-549.
- 7) Baines, W.D.: Tidal currents in constricted inlets, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., 1958, pp.

545-561.

- 8) Kivisild, H.R. : Hydraulic studies in estuaries, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., 1958, pp. 562-572.
- 9) Kreiss, H. : Some remarks about non-linear oscillations in tidal channels, Tellus, 1, 1957, pp. 53-68.
- 10) 浜田徳一, 加藤 始 : 流れの中の有限振幅波の計算, 第10回海岸工学講演会講演集, 1963, pp. 1-6.
- 11) 岡本元次郎 : 河川における潮汐, 地球物理, 4-1, 1940, pp. 62-80.
- 12) 防災研究協会 : 明石川右岸海岸埋立にともなう海岸および河口調査報告書, 1964, pp. 100-109.
- 13) J. Valembois et A. Daubert : The calculation of currents in the Caroute Canal between the Etang de Berre and the Mediterranean Sea, Jour. I.A.H.R. 1-1, 1962, pp. 20-29.
- 14) 浜田徳一, 加藤 始 : 流れをさかのぼる波についての一計算, 第 8 回 海岸工学講演会講演集, 1962, pp. 25-29.
- 15) Kashiwamura, M. : Variation of surface-velocity in a tidal river, J. Oceanogr. Soc. Japan, 19-1, 1963, pp. 1-5.
- 16) 浜田徳一, 加藤 始 : 二層流と波, 第 9 回海岸工学講演会講演集, 1963, pp. 61-63.
- 17) 樋口明生 : 境水道の水位変動に関する模型実験について, 第 6 回海岸工学講演会講演集, 1959, pp. 29-35.
- 18) 室田 明 : 河口部における波の変形の実験的研究, 第19回土木学会年次学術講演会講演概要, 1964, p. II-57.
- 19) 野満隆治, 瀬野錦蔵 : 新河川学, 1959, pp. 86-92.
- 20) 樋口明生, 土屋義人, 柿沼忠男 : 名古屋港および泉佐野海岸における波浪観測について, 京大防災研究所年報 No. 7, 1964, pp. 420-433.
- 21) 建設省北陸地建, 新津工事事務所 : 新潟地震による河川堤防被害(阿賀野川)について, 1964, pp. 24-29.
- 22) 土木学会編 : 水理公式集, 昭和38年度増補改訂版, 1963, pp. 4-11.
- 23) 中村重久 : 防波堤開口部の潮流にともなう海底摩擦および垂直渦動粘性係数について, 第11回海岸工学講演会講演集. 1964, pp. 94-97.
- 24) 樋口明生, 中村重久 : 名古屋港および明石川付近における潮流の二, 三の特性について, 京大防災研究所年報, No. 8, 1964. (印刷中)