

一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション

東大生研 村上 周三^{*1} (Shuzo Murakami)

東大生研 加藤 信介^{*2} (Shinsuke Kato)

鹿島建設(株) 庄子 幹雄^{*3} (Mikio Shoji)

鹿島建設(株) 石田 義洋^{*4} (Yoshihiro Ishida)

1. 序

本研究は一般曲線座標系を用いた乱流の数値シミュレーションを扱う。複雑な形状を有する室内の流れ場を対象として、精度良く、かつ実用的な乱流シミュレーション手法を開発し、その精度を検討した。

差分法、有限体積法による流れのシミュレーションにおいては、一般曲線座標系の導入により任意形状グリッドを用いた領域分割による計算が可能となる。室内の気流解析においては、解析対象は例えば屋根付き野球場等の大空間に見られるように曲面によって被われた複雑な形状をしていることも多く、一般曲線座標系に拡張した乱流の数値シミュレーションが有効になると考えられる。

本研究では一般曲線座標系に変換した速度、圧力、乱流エネルギー、エネルギー散逸の各方程式とその緩和法を示すとともに、複雑な形状の室内の気流解析へ適用した結果を示す。

2. 支配方程式

2.1 時間積分

表-1に一般曲線座標系に変換された支配方程式を示す^(*)。運動方程式(1.4)~(1.6)(表-1)を以下のように時間に関しfully-implicitスキームを適用して時間積分を行う。

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t \{-p_{,x}^{n+1} - HX^{n+1} + FX^{n+1}\} \quad (1)$$

$$v^{n+1} = v^n + \Delta t \{-p_{,y}^{n+1} - HY^{n+1} + FY^{n+1}\} \quad (2)$$

$$w^{n+1} = w^n + \Delta t \{-p_{,z}^{n+1} - HZ^{n+1} + FZ^{n+1}\} \quad (3)$$

u, v, w は x, y, z 方向の速度成分である。 $HX^{n+1}, HY^{n+1}, HZ^{n+1}$ は $(n+1)$ 時間ステップの移流項である。 $FX^{n+1}, FY^{n+1}, FZ^{n+1}$ は拡散項であり、 Δt は時間きざみである。

乱流エネルギー k およびエネルギー散逸 ϵ の輸送方程式に対しても同様にfully-implicitスキームを適用する。

2.2 境界条件

表-2は指数則に基づく速度の境界条件式、free-slip条件による乱流エネルギー k の境界条件式、長さスケールが壁からの距離に比例するという仮定による壁法則に基づくエネルギー

Table 1.1 Governing equations of the k-: Model with conservative expression based on generalized curvilinear coordinates

CONTINUITY EQUATION

$$\begin{aligned} &u_x + v_y + w_z \\ &= \{ \{ J(\xi_x u + \xi_y v + \xi_z w) \}_\xi + \{ J(\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w) \}_\eta + \{ J(\zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w) \}_\zeta \} / J \\ &= \{ (JU)_\xi + (JV)_\eta + (JW)_\zeta \} / J = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Transformation Relations between the Contravariant Vector and the Usual Vector of Velocity

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \quad V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \quad W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \quad (1.2)$$

$$u = x_\xi U + x_\eta V + x_\zeta W, \quad v = y_\xi U + y_\eta V + y_\zeta W, \quad w = z_\xi U + z_\eta V + z_\zeta W \quad (1.3)$$

MOMENTUM EQUATIONS

$$u_t + HX = -p_x + FX \quad (1.4)$$

$$v_t + HY = -p_y + FY \quad (1.5)$$

$$w_t + HZ = -p_z + FZ \quad (1.6)$$

Convection Terms of the Momentum Equations

$$HX = (uu)_x + (uv)_y + (uw)_z = \{ (JUu)_\xi + (JVu)_\eta + (JWu)_\zeta \} / J \quad (1.7)$$

$$HY = (uv)_x + (vv)_y + (vw)_z = \{ (JUv)_\xi + (JVv)_\eta + (JWv)_\zeta \} / J \quad (1.8)$$

$$HZ = (uw)_x + (vw)_y + (ww)_z = \{ (JUw)_\xi + (JVw)_\eta + (JWw)_\zeta \} / J \quad (1.9)$$

Pressure Gradients of the Momentum Equations

$$p_x = \{ (J\xi_x p)_\xi + (J\eta_x p)_\eta + (J\zeta_x p)_\zeta \} / J \quad (1.10)$$

$$p_y = \{ (J\xi_y p)_\xi + (J\eta_y p)_\eta + (J\zeta_y p)_\zeta \} / J \quad (1.11)$$

$$p_z = \{ (J\xi_z p)_\xi + (J\eta_z p)_\eta + (J\zeta_z p)_\zeta \} / J \quad (1.12)$$

Diffusion Terms of the Momentum Equations

$$\begin{aligned} FX &= \{ \nu_t (2u_x) \}_x + \{ \nu_t (u_y + v_x) \}_y + \{ \nu_t (u_z + w_x) \}_z \\ &= \{ \nu_t (u_x - v_y - w_z) \}_x + \{ \nu_t (u_y + v_x) \}_y + \{ \nu_t (u_z + w_x) \}_z \\ &= \{ J \nu_t \{ (GG)u_\xi + (GE)u_\eta + (GC)u_\zeta - (z_\zeta/J)v_\eta + (z_\eta/J)v_\zeta + (y_\zeta/J)w_\eta - (y_\eta/J)w_\zeta \} \}_\xi / J \\ &\quad + \{ J \nu_t \{ (GE)u_\xi + (EE)u_\eta + (EC)u_\zeta + (z_\zeta/J)v_\xi - (z_\xi/J)v_\zeta - (y_\zeta/J)w_\xi + (y_\xi/J)w_\zeta \} \}_\eta / J \\ &\quad + \{ J \nu_t \{ (GC)u_\xi + (EC)u_\eta + (CC)u_\zeta - (z_\eta/J)v_\xi + (z_\xi/J)v_\eta + (y_\eta/J)w_\xi - (y_\xi/J)w_\eta \} \}_\zeta / J \end{aligned} \quad (1.13)$$

Table 1.2 Governing equations of the k-ε Model with conservative expression based on generalized curvilinear coordinates
(Continued)

$$\begin{aligned}
 FY &= \{ \nu_t (u_y + v_x) \}_x + \{ \nu_t (2v_y) \}_y + \{ \nu_t (v_x + w_y) \}_z \\
 &= \{ \nu_t (u_y + v_x) \}_x + \{ \nu_t (v_y - u_x - w_z) \}_y + \{ \nu_t (v_x + w_y) \}_z \\
 &= [J \nu_t \{ (GG)v_\xi + (GE)v_\eta + (GC)v_\zeta + (z_\xi/J)u_\eta - (z_\eta/J)u_\zeta - (x_\zeta/J)w_\eta + (x_\eta/J)w_\zeta \}]_\xi / J \\
 &\quad + [J \nu_t \{ (GE)v_\xi + (EE)v_\eta + (EC)v_\zeta - (z_\xi/J)u_\xi + (z_\xi/J)u_\zeta + (x_\zeta/J)w_\xi - (x_\xi/J)w_\zeta \}]_\eta / J \\
 &\quad + [J \nu_t \{ (GC)v_\xi + (EC)v_\eta + (CC)v_\zeta + (z_\eta/J)u_\xi - (z_\xi/J)u_\eta - (x_\eta/J)w_\xi + (x_\xi/J)w_\eta \}]_\zeta / J
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

$$\begin{aligned}
 FZ &= \{ \nu_t (w_x + u_z) \}_x + \{ \nu_t (w_y + v_z) \}_y + \{ \nu_t (2w_z) \}_z \\
 &= \{ \nu_t (w_x + u_z) \}_x + \{ \nu_t (w_y + v_z) \}_y + \{ \nu_t (w_z - u_x - v_y) \}_z \\
 &= [J \nu_t \{ (GG)w_\xi + (GE)w_\eta + (GC)w_\zeta - (y_\xi/J)u_\eta + (y_\eta/J)u_\zeta + (x_\zeta/J)v_\eta - (x_\eta/J)v_\zeta \}]_\xi / J \\
 &\quad + [J \nu_t \{ (GE)w_\xi + (EE)w_\eta + (EC)w_\zeta + (y_\xi/J)u_\xi - (y_\xi/J)u_\zeta - (x_\zeta/J)v_\xi + (x_\xi/J)v_\zeta \}]_\eta / J \\
 &\quad + [J \nu_t \{ (GC)w_\xi + (EC)w_\eta + (CC)w_\zeta - (y_\eta/J)u_\xi + (y_\xi/J)u_\eta + (x_\eta/J)v_\xi - (x_\xi/J)v_\eta \}]_\zeta / J
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

TURBULENCE ENERGY k

Transport Equation of k

$$k_t + HK = FK + \nu_t S - \epsilon \tag{1.16}$$

Convection Term of k

$$HK = (ku)_x + (kv)_y + (kw)_z = \{ (JUk)_\xi + (JVk)_\eta + (JWk)_\zeta \} / J \tag{1.17}$$

Diffusion Term of k

$$\begin{aligned}
 FK &= (\nu_t k_x / \sigma_1)_x + (\nu_t k_y / \sigma_1)_y + (\nu_t k_z / \sigma_1)_z \\
 &= [J \nu_t \{ (GG)k_\xi + (GE)k_\eta + (GC)k_\zeta \} / \sigma_1]_\xi / J + [J \nu_t \{ (GE)k_\xi + (EE)k_\eta + (EC)k_\zeta \} / \sigma_1]_\eta / J \\
 &\quad + [J \nu_t \{ (GC)k_\xi + (EC)k_\eta + (CC)k_\zeta \} / \sigma_1]_\zeta / J
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

Production Term

$$\begin{aligned}
 \nu_t S &= \nu_t \{ 2u_x^2 + 2v_y^2 + 2w_z^2 + (u_y + v_x)^2 + (w_x + u_z)^2 + (v_x + w_y)^2 \} \\
 &= 2\nu_t \{ \{ (J\xi_x u)_\xi + (J\eta_x u)_\eta + (J\xi_x u)_\zeta \} / J \}^2 \\
 &\quad + 2\nu_t \{ \{ (J\xi_y v)_\xi + (J\eta_y v)_\eta + (J\xi_y v)_\zeta \} / J \}^2 \\
 &\quad + 2\nu_t \{ \{ (J\xi_z w)_\xi + (J\eta_z w)_\eta + (J\xi_z w)_\zeta \} / J \}^2 \\
 &\quad + \nu_t \{ \{ (J\xi_y u + J\xi_z v)_\xi + (J\eta_y u + J\eta_z v)_\eta + (J\xi_y u + J\xi_z v)_\zeta \} / J \}^2 \\
 &\quad + \nu_t \{ \{ (J\xi_x w + J\xi_z u)_\xi + (J\eta_x w + J\eta_z u)_\eta + (J\xi_x w + J\xi_z u)_\zeta \} / J \}^2 \\
 &\quad + \nu_t \{ \{ (J\xi_z v + J\xi_y w)_\xi + (J\eta_z v + J\eta_y w)_\eta + (J\xi_z v + J\xi_y w)_\zeta \} / J \}^2
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

Table 1.3 Governing equations of the k-ε Model with conservative expression based on generalized curvilinear coordinates
(Continued)

DISSIPATION RATE ε

Transportation Equation of ε

$$\epsilon_t + HE = FE + c_1 \epsilon \nu_t S/k - c_2 \epsilon^2/k \quad (1.20)$$

Convection Term of ε

$$HE = (\epsilon u)_x + (\epsilon v)_y + (\epsilon w)_z = \{ (JU\epsilon)_\xi + (JV\epsilon)_\eta + (JW\epsilon)_\zeta \} / J \quad (1.21)$$

Diffusion Term of ε

$$\begin{aligned} FE &= (\nu_t \epsilon_x / \sigma_2)_x + (\nu_t \epsilon_y / \sigma_2)_y + (\nu_t \epsilon_z / \sigma_2)_z \\ &= \{ J \nu_t \{ (GG)\epsilon_\xi + (GE)\epsilon_\eta + (GC)\epsilon_\zeta \} / \sigma_2 \}_\xi / J + \{ J \nu_t \{ (GE)\epsilon_\xi + (EE)\epsilon_\eta + (EC)\epsilon_\zeta \} / \sigma_2 \}_\eta / J \\ &\quad + \{ J \nu_t \{ (GC)\epsilon_\xi + (EC)\epsilon_\eta + (CC)\epsilon_\zeta \} / \sigma_2 \}_\zeta / J \end{aligned} \quad (1.22)$$

where

$$\begin{aligned} GG &= \xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2, & EE &= \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2, & CC &= \zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2, \\ GE &= \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z, & GC &= \xi_x \zeta_x + \xi_y \zeta_y + \xi_z \zeta_z, & EC &= \eta_x \zeta_x + \eta_y \zeta_y + \eta_z \zeta_z, \\ J &= \begin{vmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\zeta \\ y_\xi & y_\eta & y_\zeta \\ z_\xi & z_\eta & z_\zeta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{vmatrix}^{-1} \\ \xi_x &= (y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) / J, & \xi_y &= -(x_\eta z_\zeta - x_\zeta z_\eta) / J, \\ \xi_z &= (x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) / J, & \eta_x &= -(y_\xi z_\zeta - y_\zeta z_\xi) / J, \\ \eta_y &= (x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi) / J, & \eta_z &= -(x_\xi y_\zeta - x_\zeta y_\xi) / J, \\ \zeta_x &= (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) / J, & \zeta_y &= -(x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi) / J, \\ \zeta_z &= (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) / J \\ x_\xi &= J(\eta_y \zeta_z - \zeta_y \eta_z), & x_\eta &= -J(\xi_y \zeta_z - \zeta_y \xi_z), & x_\zeta &= J(\xi_y \eta_z - \eta_y \xi_z), \\ y_\xi &= -J(\eta_x \zeta_z - \zeta_x \eta_z), & y_\eta &= J(\xi_x \zeta_z - \zeta_x \xi_z), & y_\zeta &= -J(\xi_x \eta_z - \eta_x \xi_z), \\ z_\xi &= J(\eta_x \zeta_y - \zeta_x \eta_y), & z_\eta &= -J(\xi_x \zeta_y - \zeta_x \xi_y), & z_\zeta &= J(\xi_x \eta_y - \eta_x \xi_y) \end{aligned} \quad (1.24)$$

DEFINITION OF ν_t

$$\nu_t = k^{1/2} l = c_D k^2 / \epsilon \quad (1.25)$$

EMPIRICAL CONSTANTS

$$\sigma_1 = 1.0, \sigma_2 = 1.3, c_D = 0.09, c_1 = 1.44, c_2 = 1.92 \quad (1.26)$$

Table 2 Boundary conditions of velocity and Turbulence Properties

Constant ξ SurfaceGradients of Velocity Components by the Power Law Distribution

$$u^{t\epsilon\eta} = (u, v, w) \cdot (x_t, y_t, z_t) / (x_t^2 + y_t^2 + z_t^2)^{1/2} \quad (2.1)$$

$$u^{t\epsilon\zeta} = (u, v, w) \cdot (x_\eta, y_\eta, z_\eta) / (x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2)^{1/2} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} & (u_\xi^{t\epsilon\eta})_{i,j,k} \\ &= \{ (m/h) (u^{t\epsilon\eta})_{i,j,k} \} / (GG)^{1/2} - \{ (GE) (u_\eta^{t\epsilon\eta})_{i,j,k} + (GC) (u_\xi^{t\epsilon\eta})_{i,j,k} \} / (GG) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} & (u_\xi^{t\epsilon\zeta})_{i,j,k} \\ &= \{ (m/h) (u^{t\epsilon\zeta})_{i,j,k} \} / (GG)^{1/2} - \{ (GE) (u_\eta^{t\epsilon\zeta})_{i,j,k} + (GC) (u_\xi^{t\epsilon\zeta})_{i,j,k} \} / (GG) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} & (u_\xi)_{i,j,k} \\ &= \{ -(y_\eta \xi_z - z_\eta \xi_y) (x_t^2 + y_t^2 + z_t^2)^{1/2} (u_\xi^{t\epsilon\eta})_{i,j,k} \\ & \quad + (y_t \xi_z - z_t \xi_y) (x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2)^{1/2} (u_\xi^{t\epsilon\zeta})_{i,j,k} \\ & \quad + J \xi_x (C^\epsilon)_{i,j,k} \} / \{ J(GG) \} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} & (v_\xi)_{i,j,k} \\ &= \{ (x_\eta \xi_z - z_\eta \xi_x) (x_t^2 + y_t^2 + z_t^2)^{1/2} (u_\xi^{t\epsilon\eta})_{i,j,k} \\ & \quad - (x_t \xi_z - z_t \xi_x) (x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2)^{1/2} (u_\xi^{t\epsilon\zeta})_{i,j,k} \\ & \quad + J \xi_y (C^\epsilon)_{i,j,k} \} / \{ J(GG) \} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} & (w_\xi)_{i,j,k} \\ &= \{ -(x_\eta \xi_y - y_\eta \xi_x) (x_t^2 + y_t^2 + z_t^2)^{1/2} (u_\xi^{t\epsilon\eta})_{i,j,k} \\ & \quad + (x_t \xi_y - y_t \xi_x) (x_\eta^2 + y_\eta^2 + z_\eta^2)^{1/2} (u_\xi^{t\epsilon\zeta})_{i,j,k} \\ & \quad + J \xi_z (C^\epsilon)_{i,j,k} \} / \{ J(GG) \} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$C^\epsilon = -\{ \eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta + \zeta_x u_t + \zeta_y v_t + \zeta_z w_t \} \quad (2.8)$$

Free Slip Condition of k

$$\begin{aligned} & \int_{S_1} \{ \{ J \nu_t (\xi_x k_x + \xi_y k_y + \xi_z k_z) \} / \sigma_1 \} d\eta d\xi \\ &= \int_{S_1} \{ \{ J \nu_t (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)^{1/2} (\partial k / \partial N) \} / \sigma_1 \} d\eta d\xi = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Wall Law of ϵ

$$\epsilon_{i,j,k} = \{ C_D^{3/4} / (\kappa h) \} k_{i,j,k}^{3/2} \quad (2.28)$$

where N is a normal distance measured from the physical boundary surface, h is a normal distance between the physical surface and the computational one and κ is the Karman constant, 0.4.

ギー散逸 ε の境界条件式である。これらの境界条件式は物理的な境界である壁面のごく近傍を解析対象から外し、境界上の節点 (i, j, k) は、壁面から長さ h だけ法線方向に内側(流体側)の位置にあるものと設定して導入されている。この設定により計算境界面上の速度も運動方程式を用いて計算することが可能となる^{x1)}。

2.3 圧力方程式

本解析法はレギュラーグリッドシステムを採用したコントロールボリューム法により離散化しているが、圧力のポアソン方程式の導入においては、格子点(レギュラーグリッドシステムの速度定義点)で評価する運動方程式とは別に、各コントロールボリュームの界面の midpoint(すなわちスタガードグリッドシステムの速度定義点に対応する点)で運動方程式を評価し、この点の速度が連続式を満足するように圧力方程式を定式化している^{x1)}。

一般にレギュラーグリッドシステムを用いると圧力の空間振動が発生し易いと言われているが、表-3の式(3.1)に示されるように、圧力のポアソン方程式は参照される変数定義点の一つ置き(いわゆる蛙飛び)となっておらず、通常の拡散方程式の差分化と同様の離散式となっている。したがって、本解析法は圧力の大きな空間振動は発生しないアルゴリズムと

Table 3.1 Poisson Equation and Generation Term

POISSON EQUATION OF PRESSURE

$$\begin{aligned}
& L_2 \{ \{J(GG)\}_{i+1/2, j, k} (p_{i+1, j, k} - p_{i, j, k}) \\
& \quad + \{J(GE)\}_{i+1, j, k} (p_{i+1, j+1, k} - p_{i+1, j-1, k})/4 \\
& \quad + \{J(GE)\}_{i, j, k} (p_{i, j+1, k} - p_{i, j-1, k})/4 \\
& \quad + \{J(GC)\}_{i+1, j, k} (p_{i+1, j, k+1} - p_{i+1, j, k-1})/4 \\
& \quad + \{J(GC)\}_{i, j, k} (p_{i, j, k+1} - p_{i, j, k-1})/4 \} \\
& - L_1 \{ \{J(GG)\}_{i-1/2, j, k} (p_{i, j, k} - p_{i-1, j, k}) \\
& \quad + \{J(GE)\}_{i-1, j, k} (p_{i-1, j+1, k} - p_{i-1, j-1, k})/4 \\
& \quad + \{J(GE)\}_{i, j, k} (p_{i, j+1, k} - p_{i, j-1, k})/4 \\
& \quad + \{J(GC)\}_{i-1, j, k} (p_{i-1, j, k+1} - p_{i-1, j, k-1})/4 \\
& \quad + \{J(GC)\}_{i, j, k} (p_{i, j, k+1} - p_{i, j, k-1})/4 \} \\
& + L_4 \{ \{J(GE)\}_{i, j+1, k} (p_{i+1, j+1, k} - p_{i-1, j+1, k})/4 \\
& \quad + \{J(GE)\}_{i, j, k} (p_{i+1, j, k} - p_{i-1, j, k})/4 \\
& \quad + \{J(EE)\}_{i, j+1/2, k} (p_{i, j+1, k} - p_{i, j, k}) \\
& \quad + \{J(EC)\}_{i, j+1, k} (p_{i, j+1, k+1} - p_{i, j+1, k-1})/4 \\
& \quad + \{J(EC)\}_{i, j, k} (p_{i, j, k+1} - p_{i, j, k-1})/4 \} \\
& - L_3 \{ \{J(GE)\}_{i, j-1, k} (p_{i+1, j-1, k} - p_{i-1, j-1, k})/4 \\
& \quad + \{J(GE)\}_{i, j, k} (p_{i+1, j, k} - p_{i-1, j, k})/4 \\
& \quad + \{J(EE)\}_{i, j-1/2, k} (p_{i, j, k} - p_{i, j-1, k}) \\
& \quad + \{J(EC)\}_{i, j-1, k} (p_{i, j-1, k+1} - p_{i, j-1, k-1})/4 \\
& \quad + \{J(EC)\}_{i, j, k} (p_{i, j, k+1} - p_{i, j, k-1})/4 \} \\
& + L_6 \{ \{J(GC)\}_{i, j, k+1} (p_{i+1, j, k+1} - p_{i-1, j, k+1})/4 \\
& \quad + \{J(GC)\}_{i, j, k} (p_{i+1, j, k} - p_{i-1, j, k})/4 \\
& \quad + \{J(EC)\}_{i, j, k+1} (p_{i, j+1, k+1} - p_{i, j-1, k+1})/4 \\
& \quad + \{J(EC)\}_{i, j, k} (p_{i, j+1, k} - p_{i, j-1, k})/4 \\
& \quad + \{J(CC)\}_{i, j, k+1/2} (p_{i, j, k+1} - p_{i, j, k}) \} \\
& - L_5 \{ \{J(GC)\}_{i, j, k-1} (p_{i+1, j, k-1} - p_{i-1, j, k-1})/4 \\
& \quad + \{J(GC)\}_{i, j, k} (p_{i+1, j, k} - p_{i-1, j, k})/4 \\
& \quad + \{J(EC)\}_{i, j, k-1} (p_{i, j+1, k-1} - p_{i, j-1, k-1})/4 \\
& \quad + \{J(EC)\}_{i, j, k} (p_{i, j+1, k} - p_{i, j-1, k})/4 \\
& \quad + J(CC)_{i, j, k-1/2} (p_{i, j, k} - p_{i, j, k-1}) \}
\end{aligned}$$

$$= \tilde{D}/\Delta t,$$

(3.1)

where underlined terms are vanish when all of $L_1 \sim 6$ equal unity.

Table 3.2 Poisson Equation and Generation Term (Continued)

Generation Term

$$\tilde{D} = -\int_{S_1} \{J\tilde{U}\} d\eta d\xi + \int_{S_2} \{J\tilde{U}\} d\eta d\xi - \int_{S_3} \{J\tilde{V}\} d\xi d\zeta + \int_{S_4} \{J\tilde{V}\} d\xi d\zeta - \int_{S_5} \{J\tilde{W}\} d\xi d\eta + \int_{S_6} \{J\tilde{W}\} d\xi d\eta \quad (3.2)$$

Discrete Expression of Generation Term for Full Control Volume

$$\tilde{D} = \{(J\tilde{U})_{i+1,j,k} - (J\tilde{U})_{i-1,j,k} + (J\tilde{V})_{i,j+1,k} - (J\tilde{V})_{i,j-1,k} + (J\tilde{W})_{i,j,k+1} - (J\tilde{W})_{i,j,k-1}\} / 2 \quad (3.3)$$

Discrete Expression of Generation Term for One-half Control Volume

$$\tilde{D} = \{(J\tilde{U})_{i+1,j,k} - (J\tilde{U})_{i,j,k}\} / 2 + \{(J\tilde{V})_{i,j+1,k} - (J\tilde{V})_{i,j-1,k} + (J\tilde{W})_{i,j,k+1} - (J\tilde{W})_{i,j,k-1}\} / 4 \quad (3.4)$$

Definition of L_i

$$L_1 = I_1(I_3 + I_4)(I_5 + I_6)/4, \quad L_2 = I_2(I_3 + I_4)(I_5 + I_6)/4, \quad L_3 = I_3(I_1 + I_2)(I_5 + I_6)/4, \\ L_4 = I_4(I_1 + I_2)(I_5 + I_6)/4, \quad L_5 = I_5(I_1 + I_2)(I_3 + I_4)/4, \quad L_6 = I_6(I_1 + I_2)(I_3 + I_4)/4, \\ I_i = 0 : \text{if the surface } S_i \text{ coincides with the boundary,} \\ = 1 : \text{if the surface } S_i \text{ does not coincide with the boundary.} \quad (3.5)$$

Definitions of $\tilde{U}$, $\tilde{V}$ and $\tilde{W}$

If each surface of the control volume does not coincide with the boundary,

$$\tilde{U} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z) \cdot \{(u, v, w)^n + \Delta t(-HX + FX, -HY + FY, -HZ + FZ)^{n+1}\} \text{ (constant } \xi \text{ surface),} \\ \tilde{V} = (\eta_x, \eta_y, \eta_z) \cdot \{(u, v, w)^n + \Delta t(-HX + FX, -HY + FY, -HZ + FZ)^{n+1}\} \text{ (constant } \eta \text{ surface),} \\ \tilde{W} = (\zeta_x, \zeta_y, \zeta_z) \cdot \{(u, v, w)^n + \Delta t(-HX + FX, -HY + FY, -HZ + FZ)^{n+1}\} \text{ (constant } \zeta \text{ surface).} \quad (3.6)$$

If each surface of the control volume coincides with the boundary respectively,

$$\tilde{U} = U(\text{constant } \xi \text{ surface}), \\ \tilde{V} = V(\text{constant } \eta \text{ surface}), \\ \tilde{W} = W(\text{constant } \zeta \text{ surface}). \quad (3.7)$$

なっている^{*1)}。

2.4 保存スキーム

表-1を見ると分かるように、各支配方程式の移流項、拡散項等は、全て保存形で一般曲線座標系に変換されている。保存形による式の表示及び離散化は数値計算上非常に重要である。運動量等が保存されないスキームで時間積分を行うと誤差の蓄積、計算不安定等が発生することがある。

離散化においては、支配方程式を節点(差分格子点)(i, j, k)を囲むコントロールボリュームで積分する。簡便のために x -方向の運動方程式の中の移流項を取り上げて保存スキームを検討する。

移流項をコントロールボリューム $V_{i,j,k}$ で積分する。

$$\begin{aligned}
 & \int_{V_{i,j,k}} HX dV \\
 &= \int_{V_{i,j,k}} \{ (JUu)_x + (JVu)_y + (JWu)_z \} / J (Jd\xi d\eta d\zeta) \\
 &= \int_{V_{i,j,k}} \{ (JUu)_x + (JVu)_y + (JWu)_z \} d\xi d\eta d\zeta \\
 &= \int_{S_{i+1/2,j,k}} (JUu) d\eta d\zeta - \int_{S_{i-1/2,j,k}} (JUu) d\eta d\zeta \\
 &\quad + \int_{S_{i,j+1/2,k}} (JVu) d\xi d\zeta - \int_{S_{i,j-1/2,k}} (JVu) d\xi d\zeta \\
 &\quad + \int_{S_{i,j,k+1/2}} (JWu) d\xi d\eta - \int_{S_{i,j,k-1/2}} (JWu) d\xi d\eta \quad (4)
 \end{aligned}$$

但し、 $S_{i+1/2}$ 等はコントロールボリュームの界面である。

同様にして、節点(差分格子点)($i+1, j, k$)を囲むコントロールボリュームで積分すると

$$\begin{aligned}
& \int_{v_{i+1,j,k}} HX dV \\
&= \int_{s_{i+3/2,j,k}} (JUu) d\eta d\xi - \int_{s_{i+1/2,j,k}} (JUu) d\eta d\xi \\
&+ \int_{s_{i,j+1/2,k}} (JVu) d\xi d\eta - \int_{s_{i,j-1/2,k}} (JVu) d\xi d\eta \\
&+ \int_{s_{i,j,k+1/2}} (JWu) d\xi d\eta - \int_{s_{i,j,k-1/2}} (JWu) d\xi d\eta \quad (5)
\end{aligned}$$

となる。

式(4),(5)を比べると、下線部の項の絶対値が一致しており、符号が反対である。これは合い接する二つのコントロールボリュームの境界面において移流フラックスが連続であることを表しており、二つのコントロールボリュームの移流項の積分値を加えればこれらの境界になっている界面の移流フラックスは相殺されることを示している。

全てのコントロールボリュームに渡る積分値を加えれば、各界面のフラックスは消えて、境界面のみのフラックスが残ることになる。

これを式で表せば

$$\begin{aligned}
\int_v HX dV &= \sum_i \sum_j \sum_k \int_{v_{i,j,k}} HX dV \\
&= \int_{s_{fmax}} (JUu) d\eta d\xi - \int_{s_{fmin}} (JUu) d\eta d\xi \\
&+ \int_{s_{ymax}} (JVu) d\xi d\eta - \int_{s_{ymn}} (JVu) d\xi d\eta \\
&+ \int_{s_{zmax}} (JWu) d\xi d\eta - \int_{s_{zmin}} (JWu) d\xi d\eta \quad (6)
\end{aligned}$$

となる。

但し、 $S_{\xi \max}, S_{\xi \min}, S_{\eta \max}, S_{\eta \min}, S_{\zeta \max}, S_{\zeta \min}$ はそれぞれ $\xi =$ 一定, $\eta =$ 一定, $\zeta =$ 一定の境界面を表す。

拡散項についても全く同様の議論がなりたつ。

以上から、保存スキームによって離散化すれば、計算領域全体に渡る運動量の和は境界面からの流入・流出フラックスの和に等しく、時間積分の全過程において一定に保たれることが分かる。即ち、運動量が保存されるわけである。

従って、保存スキームを用いることにより、計算安定性が保証され、解の精度が向上することになる。

3. 緩和法

緩和法は通常の手法と同様である。速度の緩和については、緩和過程で反変ベクトルを利用して境界固定値を持つ第一種境界条件の組み込みを簡潔に行う。

3-1. 速度の緩和式

緩和ステップ($l+1$)の速度は表-4、式(4.1)~(4.3)となる。 ω^u は加速緩和係数であり、 c^u, c^v, c^w はそれぞれ u, v, w の修正量である。表-4、式(4.4)に c^u, c^v, c^w の定義式を示す。修正量は反変ベクトルを用いて簡潔に境界条件を組み込んでいる。

3-2. 乱流エネルギー k 、エネルギー散逸 ε の緩和式

乱流エネルギー k の緩和式を表-4、式(4.10)、エネルギー

Table 4.1 Relaxation Equations

RELAXATION EQUATIONS FOR VELOCITY COMPONENTS

$$^{n+1}u_{i,j,k} = ^n u_{i,j,k} + \theta^u c^u \quad (4.1)$$

$$^{n+1}v_{i,j,k} = ^n v_{i,j,k} + \theta^v c^v \quad (4.2)$$

$$^{n+1}w_{i,j,k} = ^n w_{i,j,k} + \theta^w c^w \quad (4.3)$$

Correction Values

$$\begin{aligned} c^u &= (x_\xi e^u I^i + x_\eta e^v I^j + x_\zeta e^w I^k) / \{1 + (\Delta t / J_{i,j,k}) PVT_{i,j,k}\} \\ c^v &= (y_\xi e^u I^i + y_\eta e^v I^j + y_\zeta e^w I^k) / \{1 + (\Delta t / J_{i,j,k}) PVT_{i,j,k}\} \\ c^w &= (z_\xi e^u I^i + z_\eta e^v I^j + z_\zeta e^w I^k) / \{1 + (\Delta t / J_{i,j,k}) PVT_{i,j,k}\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Error Values of Contravariant Vector Components

$$e^u = \xi_x e^u + \xi_y e^v + \xi_z e^w, \quad e^v = \eta_x e^u + \eta_y e^v + \eta_z e^w, \quad e^w = \zeta_x e^u + \zeta_y e^v + \zeta_z e^w \quad (4.5)$$

Error Values of Velocity Vector Components

$$\begin{aligned} e^u &= -^n u^{n+1} + u^n + (\Delta t / J) \int_V \{-^n p_x^{n+1} - ^n HX^{n+1} + ^n FX^{n+1}\} dV \\ e^v &= -^n v^{n+1} + v^n + (\Delta t / J) \int_V \{-^n p_y^{n+1} - ^n HY^{n+1} + ^n FY^{n+1}\} dV \\ e^w &= -^n w^{n+1} + w^n + (\Delta t / J) \int_V \{-^n p_z^{n+1} - ^n HZ^{n+1} + ^n FZ^{n+1}\} dV \end{aligned} \quad (4.6)$$

Definition of I^i , I^j , and I^k

If a surface of the control volume coincides with the boundary:

$$I^i = 0 \text{ (constant } \xi \text{ surface),}$$

$$I^j = 0 \text{ (constant } \eta \text{ surface),}$$

$$I^k = 0 \text{ (constant } \zeta \text{ surface),}$$

If a surface of the control volume does not coincide with the boundary:

$$I^i = 1 \text{ (constant } \xi \text{ surface),}$$

$$I^j = 1 \text{ (constant } \eta \text{ surface),}$$

$$I^k = 1 \text{ (constant } \zeta \text{ surface),} \quad (4.7)$$

Table 4.2 Relaxation Equations (Continued)

Diagonal Term of Coefficient Matrices of Simultaneous Equations
for u, v, w, k and ε

PVT_{i, j, k}

$$\begin{aligned}
 &= (\{J_{vt}(GG)\}_{i, j, k} + \{J_{vt}(GG)\}_{i+1, j, k}) I^{i+1/2}/2 \\
 &+ (\{J_{vt}(GG)\}_{i, j, k} + \{J_{vt}(GG)\}_{i-1, j, k}) I^{i-1/2}/2 \\
 &+ (\{J_{vt}(EE)\}_{i, j, k} + \{J_{vt}(EE)\}_{i, j+1, k}) I^{j+1/2}/2 \\
 &+ (\{J_{vt}(EE)\}_{i, j, k} + \{J_{vt}(EE)\}_{i, j-1, k}) I^{j-1/2}/2 \\
 &+ (\{J_{vt}(CC)\}_{i, j, k} + \{J_{vt}(CC)\}_{i, j, k+1}) I^{k+1/2}/2 \\
 &+ (\{J_{vt}(CC)\}_{i, j, k} + \{J_{vt}(CC)\}_{i, j, k-1}) I^{k-1/2}/2
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

(cf. eqs. (2.23) in Table 2.1)

If $\{(i \pm 1/2).GT.0.\text{ and } (i \pm 1/2).LT.i_{max}\} I^{i \pm 1/2} = 1$

$$\text{If } \{(i-1/2).LT.0\} I^{i-1/2} = 0. \text{ If } \{(i+1/2).GT.i_{max}\} I^{i+1/2} = 0. \tag{4.9}$$

RELAXATION EQUATION FOR k

$$\begin{aligned}
 &{}^{n+1}k_{i, j, k} = {}^nk_{i, j, k} \\
 &+ \omega^k \{ -{}^nk^{n+1} + k^n + (\Delta t/J) \int_v \{ -{}^kHK^{n+1} + {}^kFK^{n+1} \} dV + \Delta t \{ {}^k\nu_i^{n+1} S^{n+1} - {}^k\varepsilon^{n+1} \} \}_{i, j, k} \\
 &\quad / \{ 1 + (\Delta t/J_{i, j, k}) (PVT_{i, j, k}/\sigma_1) \}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

RELAXATION EQUATION FOR ε

$$\begin{aligned}
 &{}^{n+1}\varepsilon_{i, j, k} = {}^n\varepsilon_{i, j, k} \\
 &+ \omega^\varepsilon \{ -{}^n\varepsilon^{n+1} + \varepsilon^n + (\Delta t/J) \int_v \{ -{}^nHE^{n+1} + {}^nFE^{n+1} \} dV + \Delta t \{ c_1 {}^n\varepsilon^{n+1} {}^n\nu_i^{n+1} S^{n+1} / {}^nk^{n+1} \\
 &\quad - c_2 ({}^n\varepsilon^{n+1})^2 / {}^nk^{n+1} \} \}_{i, j, k} \\
 &\quad / \{ 1 - \Delta t \{ c_1 {}^n\nu_i^{n+1} S^{n+1} / {}^nk^{n+1} - c_2 {}^n\varepsilon^{n+1} / {}^nk^{n+1} \} + (\Delta t/J_{i, j, k}) (PVT_{i, j, k}/\sigma_2) \}
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

RELAXATION EQUATION FOR PRESSURE

$$\begin{aligned}
 &{}^{n+1}p_{i, j, k} = {}^np_{i, j, k} \\
 &+ \omega^p \{ \int_v \{ p_{ix}^{n+1} + p_{iy}^{n+1} + p_{iz}^{n+1} - (u_x^n + v_y^n + w_z^n) \} / \Delta t \\
 &\quad - (-HX_x^{n+1} - HY_y^{n+1} - HZ_z^{n+1} + FX_x^{n+1} + FY_y^{n+1} + FZ_z^{n+1}) \} dV \}_{i, j, k} / PVP_{i, j, k}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

where $\omega^u, \omega^k, \omega^\varepsilon, \omega^p$ are over/under relaxation factors.

散逸 ε の緩和式を、表-4、式(4.11)に示す。

移流項、拡散項、生産項は表-1の変換された式を代入して離散化する。 ω^k, ω^p は加速(減速)緩和係数である。

3-3. 圧力の緩和式

圧力の緩和式は表-4、式(4.12)となる。式(4.12)中の積分項は、具体的には表-3、式(3.1)に示す離散化されたポアソン方程式を用いる。 $PVP_{i,j,k}$ は表-4、式(4.8)に $\nu_i=1$ を代入すれば得られる。 ω^p は加速(減速)緩和係数である。

3-4. 計算手順

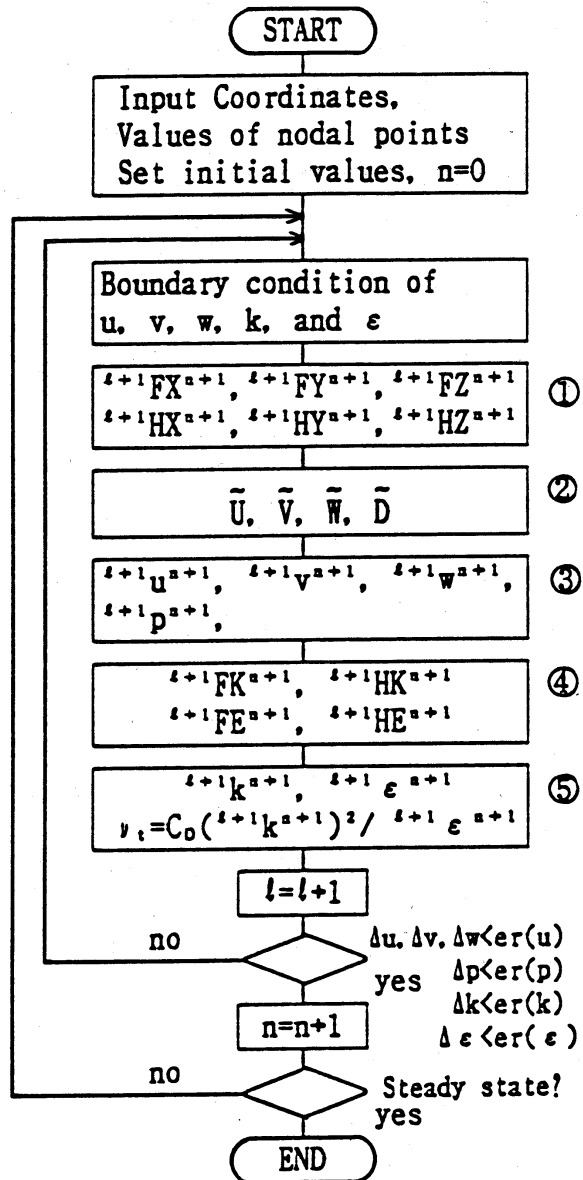
図-1に計算手順を示すフローチャートを示す。

本解析法では、速度、圧力、乱流エネルギー、エネルギー散逸の時間積分値は全て同じ緩和ループの中で計算される(図-1参照)。緩和計算では、ベクトル計算機の性能を十分に引き出すために、逐次緩和は採用せず、単なる加速緩和とした。

4. 複雑な形状の体育館への適用

本手法の妥当性の検討に関しては、既報²⁾に示した。ここでは、複雑な形状のモデルへの適用を通して本手法の有用性の検討を行う。

計算対象とした体育館は、実際の計画案を基に筆者等がモデル化した(仮想の)ものであり¹⁾、図-2に示すように複雑



- ① Diffusion term and convection term of momentum eqs.
cf. eqs. (1.7)~(1.9), (1.13)~(1.15)
- ② Generation term of Poisson eq.
cf. eqs. (3.2), (3.4), (3.5)
- ③ Relaxation of u, v, w and p
cf. eqs. (4.1)~(4.6), (4.12)
- ④ Diffusion term and convection term of k and ε
cf. eqs. (1.17), (1.18), (1.21), (1.22)
- ⑤ Relaxation of k and ε
cf. eqs. (4.10), (4.11)

Fig. 1 Flow chart of time marching procedure

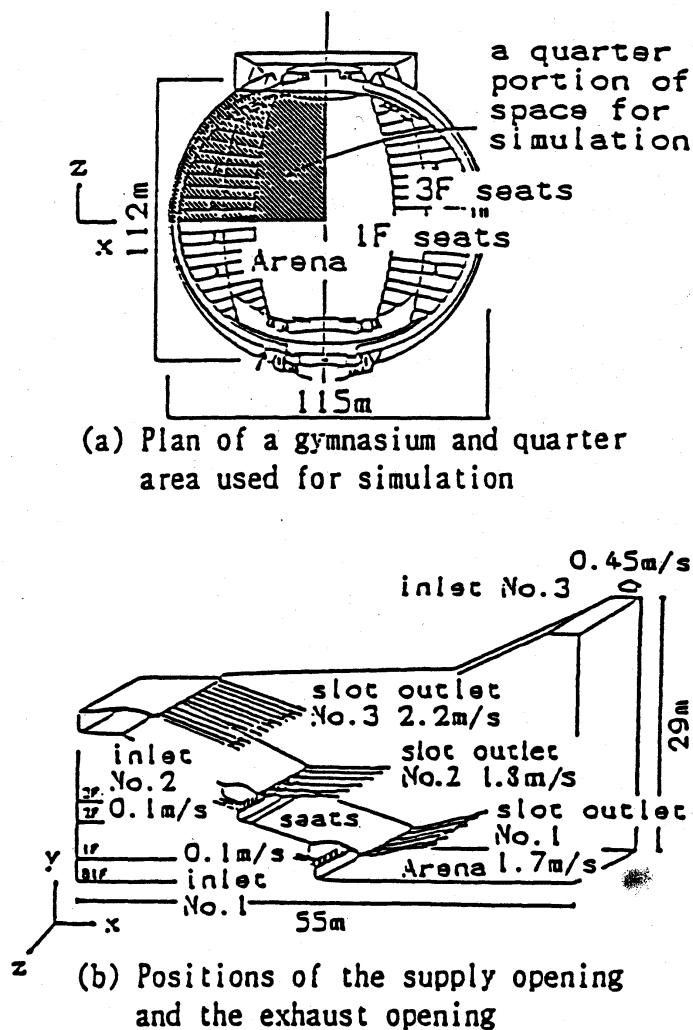


Fig.2 Plan of gymnasium and arrangement of supply and exhaust openings

な形状を有している。シミュレーションは図-2(a)に示す体育館を対称性を利用して1/4モデルに切り取って行う。図-2(b)に吹出口、吸込口の位置を示す。モデルには壁面上に二つのスロット吹出口(No.1, No.2)、天井に一つのスロット吹出口(No.3)がある。また壁面上に二つの吸込口(No.1, No.2)、天井中央部に一つの吸込口(No.3)がある。長さスケールは代表長さ1.0m、速度と乱流量は代表速度1.0m/secで無次元化し

Table 5 Boundary and Calculation Conditions of Gymnasium Model

Supply outlet 1	: $u^n=1.7$, $u^t=0.0$, $k=0.043$, $l=0.08$
Supply outlet 2	: $u^n=1.8$, $u^t=0.0$, $k=0.049$, $l=0.12$
Supply outlet 3	: $u^n=2.2$, $u^t=0.0$, $k=0.073$, $l=0.12$
Exhaust inlet 1	: $u^n=0.1$, u^t , k , ϵ : free-slip
Exhaust inlet 2	: $u^n=0.1$, $u^t=0$, k , ϵ : free-slip
Exhaust inlet 3	: $u^n=0.54$, u^t , k , ϵ : free-slip
Wall boundary (wall, seats, floor, ceiling)	: $m=1/7$
Imaginary boundary (two cut-out sides of the quarter portion of the space)	: free-slip
Wall Boundary (at nodal points, $i=1, 4, 17, 19-21, 23-25, j=1, k=1-11$)	: $u=0, v=0, w=0$
Time increment	: $\Delta t=0.1$
Distance between physical wall and computational boundary	: $h=0.05$
Relaxation factors (in the vicinity of the exhaust inlet)	: $\omega^p=\omega^u=0.5, \omega^k=\omega^e=1.0$
Relaxation factors (in the other region)	: $\omega^p=\omega^u=1.0, \omega^k=\omega^e=1.0$

* Representative values for normalization : $U_0=1.0$ m/sec, $L_0=1.0$ m/sec

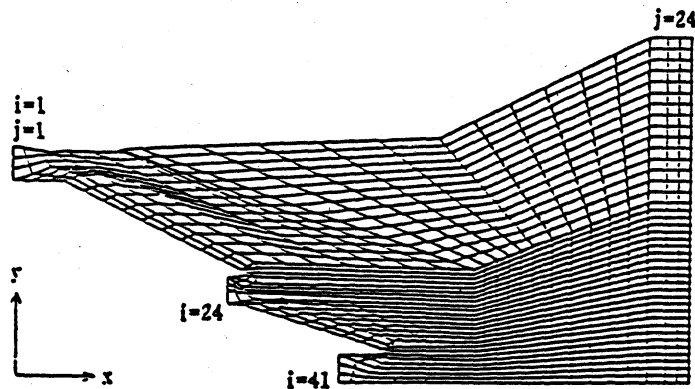


Fig.3 Grid layout of x-y section (40X23X10)
($z=0$, center section)

てシミュレーションを行う。表-5に境界条件と計算条件を示す。図-3は中央断面のグリッド分割である。基礎方程式(表-1)からも分かるように、本解析法はグリッドに特に直交性を

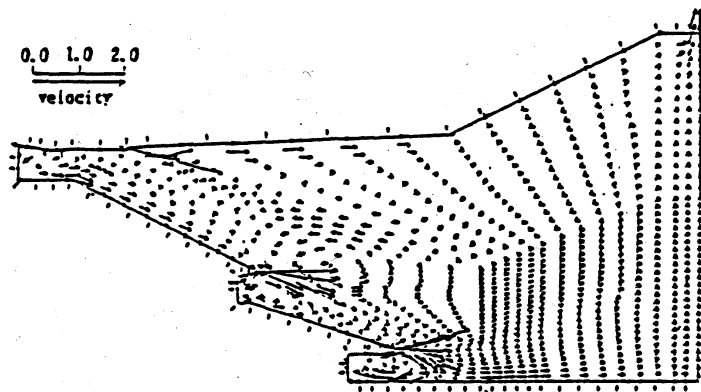


Fig.4 Velocity vectors
($u+v$) ($z=0$, center line)

課していない。従って、図-3に示すようにグリッド分割には直交性を課していない。これは複雑な形状を持つ領域のグリッド分割の際に、実用上大変有用な機能である。 z 方向に10分割しているが、各 x - y 平面の分割パターンは中央断面とほぼ同様である。

図-4に中央断面の速度分布を示す。吹出口No.3は吹出方向が下方を向けてあるが、気流は天井に付着して流れている。同様に吹出口No.1は上方に吹出方向を向けてあるが、気流はアリーナ面に付着して流れている。吹出口が2次元形状のスロット吹出口のため3次元ジェットに比べコアンダー効果により、噴流が壁面付着噴流となりやすい。シミュレーションではこの傾向が比較的明確に再現されたものと考えられる。この傾向はほぼ対応する模型実験による経験^{*)}とも良く合致するものである。

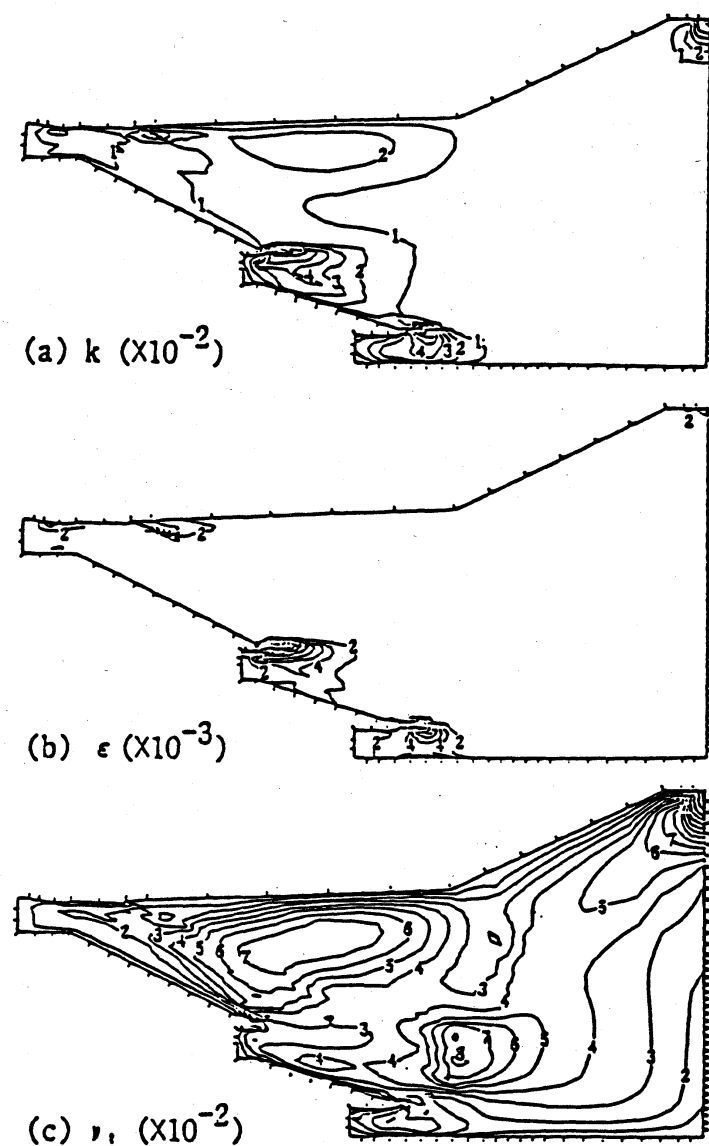
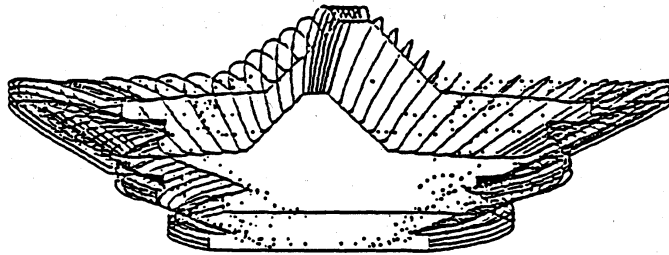
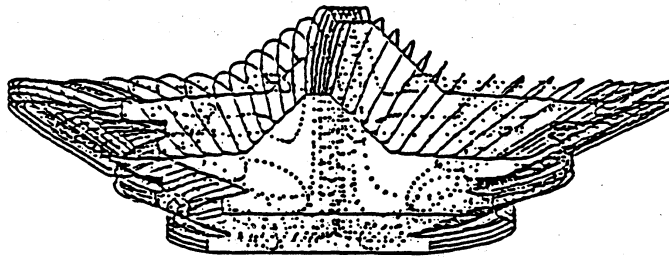


Fig.5 Turbulence properties (center section)

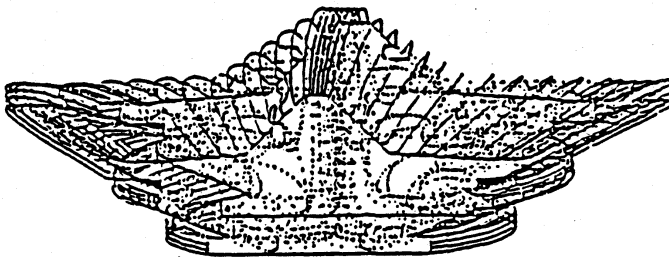
図-5(a), (b), (c)に乱流エネルギー k 、エネルギー散逸 ϵ 、渦動粘性係数 ν_t の分布を示す。吹出噴流の剪断領域において発生している比較的強い k, ϵ は、室内空間全体に輸送され、拡散している。吸込口近傍においては、大きな速度勾配によって乱れが生産され、 k, ϵ の値が再び増大している様子が観察される。



(a) 95 seconds after emission of marker started



(b) 300 seconds



(c) 2500 seconds

Fig.6 Time-serial streaklines
based on averaged flowfield (full space)

図-6に平均流から計算したマーカーの流跡線を示す。

但し、この流跡線はあくまでも平均流に基づいて計算したもので、瞬時速度によって計算したものではないことに注意されたい。

図-6(a), (b), (c)はマーカー放出後それぞれ95sec, 300sec, 2500secの流跡線である。図-6(c)はマーカーの動きのほぼ定常な状態を示している。左右の吹出口から放出されたマーカー

ーは輸送されて約300秒後に中央部で衝突し、さらに天井へ向かって輸送され、吸込口に到達している。流れ場にはいくつかの3次元渦が定在しているのが見られる。コンピュータグラフィックスを用いることにより、3次元シミュレーション結果の透視図的表示を通して、流れ場の3次元の様相を明確に把握することができる。

5. 結び

3次元の一般曲線座標系に拡張した $k-\epsilon$ 型2方程式モデルの支配方程式を示した。また、運動方程式、ポアソン方程式の緩和法、および k と ϵ の輸送方程式の緩和法を示した。さらに、複雑な形状の体育館への適用を通して、本手法の有用性を示した。

参考文献

- 1) 村上周三, 加藤信介, 石田義洋: 一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その3, 日本建築学会論文報告集1989年6月
- 2) 村上周三, 加藤信介, 石田義洋, 持田灯: 一般曲線シミュレーション その9, 生産研究 Vol.40, No.7(1988)3) Kato,
- 3) Kato, S.; Murakami, S.; Kong, C. N., and Nakagawa, H. 1988. Model experiment on indoor climate and space air distribution in a large-scale room. "International

Symposium on Scale Modeling, July 18-22, Tokyo.

4) Murakami, S.; Kato, S., and Ishida, Y 1988. 3-D Numerical Simulation of Turbulent Air Flow in and around Building Based on the $k-\epsilon$ Model with Generalized Curvilinear Coordinates." ASHRAE Transactions, Vol.95, Part 2.

注 1)

室内形状のモデル化に際しては、楨総合計画事務所西田勝彦氏、山中雄象氏の御協力を得て、体育館設計図書^{※4)}を縦覧した。

注 2)

吸込口 No.2 (節点 $i=22, j=1, k=1\sim9$) の近傍 (節点 $i=23\sim25, j=1, k=1\sim11$) ではグリッドが粗くなっている。このようなグリッド形状においてはこの近傍の誤差が大きくなり、特に渦動粘性係数 ν_t が小さくなる壁面上で接線方向速度に誤差が集中するため、表-6に示すように壁面上の接線方向速度を0に固定する境界条件を与えた。また、吸込口 No.2においても接線方向速度成分を0に固定した。複雑な形状の吹出口、吸込口近傍の適切なグリッド分割手法に関しては、今後の課題としてさらに検討を行いたい。

NOMENCLATURE

x, y, z	: physical or Cartesian coordinates
ξ, η, ζ	: computational coordinates or generalized curvilinear coordinates
u, v, w	: x, y, z components of the velocity vector
U, V, W	: components of the contravariant vector of velocity
p	: kinematic total mean pressure (usually defined as $(p/\rho + (2/3)k)$, where ρ is density)
k	: turbulence kinetic energy
ϵ	: turbulence dissipation rate
ν_t	: eddy kinematic viscosity
l	: length scale of turbulence
$u_{\xi\eta}$	: tangential velocity component parallel to the constant ξ surface in the direction of the η -curve (namely, tangential component parallel to a curve with constant ξ and constant η)
h	: distance between computational and physical boundary surfaces
∂_a	: partial derivative with respect to independent variable a

* 1 教授 工博

* 2 助教授 工博

* 3 情報システム部 部長 工博

* 4 情報システム部 主査 工博