

自己重力系の緩和と進化

杉本大一郎（東京大学教養学部）

自己重力系は、物理系に対するわれわれの常識とは、かなり異なった振舞いを見せる。ここでは、研究会のintroductionとして、そのような振舞いと、その物理的根拠について論ずる。個々の事柄については、後の講演で議論されるので、ここで詳しいことには触れないし、参考文献も取り上げる基準や限度がないので、すべて省略する。それより、むしろ、自己重力系についての概要を把握してもらう助けになればよいと考えている。

1. 自己重力系は物理的にミクロな系であると同時に多体系である

天体の特徴は、重力の相互作用が本質的な役割を果たしていることにある。また、そのような系を天体と呼ぶのだとしてもよい。ところで、重力相互作用が他の相互作用と異なる点は、その到達距離 λ が無限大だということである（クーロン相互作用も到達距離は無限大だが、電荷に正・負があるので、Debye shielding のため、実効上の到達距離は有限になる）。また、重力は引力のみであるから、自分自身の重力に支配された自己重力系は、それ自身で有限のサイズ R の塊になる。そして、常に $R < \lambda$ が成り立つから、天体は、実際上のサイズが大きいのに、物理的にはミクロなシステムと同じように、自己エネルギーを考えなければならないことになる。そして、重力相互作用のエネルギーは質量の2乗に比例するので、系の質量が大きくなると、他の相互作用による内部エネルギー、たとえば、クーロンや熱運動のエネルギーと同じ程度の大きさになったり、それらを凌駕するようになったりする。こうして、系の質量さえ大きくなれば、すなわち大量の物質さえ集まれば、その系は上に述べた意味での天体としての性質を示すようになる。

一方、天体は多くの粒子からなる多体系とみなされる。たとえば、1個の恒星は、多くのガス粒子からなる多体系である。星団や銀河は、それを構成する恒星を個々の粒子と見なせば、やはり、多体系となる。銀河の集団である銀河団は、それを構成する個々の恒星を粒子と見なした多体系と考えてもよいし、個々の銀河を粒子とした多体系と見なしてもよい。ただし後者の場合には、個々の銀河は内部構造をもっており、銀河どうしの間の重力エネルギーや銀河の軌道運動のエネルギーは、個々の銀河の内部構造のエネルギーとの間にやりとりされる。そこで、問題によっては、個々の銀河は内部自由度をもつ粒子と考えなければならない。さらに、

個々の銀河を粒子と見なすと、宇宙もそのような粒子の多体系とみなされる。

2. 自己重力系の統計熱力学

このような多体系は、統計熱力学によっても取り扱うことができる。このとき、系の内部自由度に關与する自己エネルギー、たとえば、恒星というガス塊のもつ自己重力エネルギーとガスの熱エネルギー、星の集団である星団や銀河の内部重力相互作用によるエネルギーと恒星の運動エネルギーを、熱力学における内部エネルギーと見なしてとり扱う。内部エネルギーを質量の α 乗に比例すると表現しよう。ふつうの熱力学に現れる系では、 $\alpha = 1$ であり、そのような系はextensiveな系と呼ばれる。これに対し、自己重力に支配された系では $\alpha = 2$ で、系はsuper-extensiveだと言える。もちろん、われわれがよく知っている系でも、 α が1でないものもある。たとえば、表面張力のエネルギーがその例である。しかしそれは、 $\alpha = 2/3$ と、1より小さいので、inferior-extensiveとも呼ぶべきものである。こうして、われわれの熱力学上の常識の範囲内では考えないような現象が、自己重力系では起こることになる。

重力の相互作用とそのエネルギーを取り入れて熱力学を拡張し、重力熱力学(gravo-thermodynamics)を作ることができる。そこでは、天体を一つの熱力学系としてとり扱う。天体の内部構造を考えると分かるように、例えば、粒子の密度は一様でなく、空間的に変化しており、内部構造を持っている。こうして、重力熱力学では内部構造の自由度も考慮に入れなければならないので、熱力学の重力熱力学への拡張は、例えば、内部構造が球対称の場合というように限られた範囲でしか、きれいに定式化することはできない。しかしながら、球対称のときでも、というより、むしろ、特に球対称の時には、熱力学の常識とは大いに異なった振舞いが見られるのである。

3. 系は重力熱力学のカタストロフィーのために必ず進化する

その第1は、熱平衡状態は存在するが、そこでは熱力学的不安定が起こるということである。典型的な例は、恒星の内部から外部の空間に（星の光として）熱が流れ出ると、恒星の内部の温度は上がる、すなわち、見かけ上の実効的な比熱は負になるということである。ここで起こっているのは、次のような過程である。熱が星の外に流れ出ると、星の内部の温度が下がり、その結果として圧力が下がる。このため、星の内部のガスを重力に抗して支えている力学平衡が崩れ、星が収縮する。こうして解放された重力エネルギーは、流出した熱を補って余りあるものであり、恒星の内部の温度はかえって上昇する。熱の流出による温度低下に比べて、その後の重力収縮（断熱圧縮）による温度上昇の方が大きく、差し引きでは、「熱が流出した結果、温度が上がった」、ということになる。この（重力相互作用を繰り込んだために起こる）見か

け上の負の比熱のせいで、熱力学的不安定が起こるのである（ふつうの熱力学では、不安定が起こらないためには比熱は正でなければならない、ということになっている）。この不安定の進行は多くの場合、天体の（コア、すなわち中心部の）収縮を伴うので、重力熱力学のカスタトロフィーと呼ばれている。

この負の比熱のために、系全体のエントロピーには極大の状態がない。そして、熱平衡とみなすことの出来る輸送のない状態は、エントロピーの極小値に対応することになる。その必然的な結果として、系に摂動が与えられると、系に輸送に伴う非可逆過程が起こって、エントロピーが生成され、系全体のエントロピーはどこまでも大きくなっていく（一般相対性理論を取り入れ、ブラックホールの形成まで考えると、話は変わる）。こうして、系に安定な熱平衡状態が存在しない以上、系はそのエントロピーを増大させながら「進化」するので、自己重力系を理解するためには、必ず、その進化を追って、系の内部構造の変化を調べていかねばならないことになる。そして、この変化は、数値的に追及していくしかない場合が多い。系の内部での相互作用のエネルギーがsuperextensiveである（別の言葉でいうと、相互作用の到達距離が無限大であり、ある質量要素は他のあらゆる質量要素と相互作用している）ということのために、系の振舞いは本質的に非線形になるからである。

4. 非線形開放系としての進化と形態形成

進化の過程で系のエントロピーが増大するからといって、系は一様な、構造のないものになっていくわけではない。内部構造という大きい自由度を持っているから、系の内部の比エントロピー(specific entropy)の分布も一様ではなく、系はエントロピーの低い（そして密度の高い）コアとエントロピーの高い（そして密度の低い）ハローに分かれていく。このコア・ハロー構造におけるコアとハローの密度コントラストは進化とともに成長する。たとえば、進化した赤色巨星はその中心部に半径 10^7 mのコアがあり、それを半径 10^{11} mのハローが取巻いている。コアにある質量はハローにある質量と同程度だから、両者の平均密度の比は、 10^{12} にもなる。進化の過程で、ハローにおけるエントロピーの増加は、コアにおけるエントロピーの減少を補って余りあるものであり、全体としてはエントロピーが増大しているので、コア・ハロー構造の発展による構造ないしは形態の形成は、熱力学第2法則と矛盾するものではない（適当な所に系を取り巻く壁を置き、孤立系にして考える）。

このような構造形成に役割を果たすもう一つのこととして、天体は自分自身を有限のサイズに閉じ込めているという事実がある。このため、天体はその周囲に広がる空間と、エネルギーやエントロピーのやりとりをすることが出来る。殆どの場合、天体は空間へ、一方的にエネルギーやエントロピーを捨てている。典型的な過程は、銀河どうしや星団どうしが衝突したとき、その周辺にある恒星が加速されて、系外にエネルギーとエントロピーを持って逃げる。一個の

恒星では、星から放射される光子が、恒星の内部からエネルギーとエントロピーを持ち去る。こうして、天体が開放系であるという事実は、天体の構造形成を助ける。

5. 離散系としての重力多体系

これまでに述べたことでは、天体が自己重力系だということが本質的であり、この側面に関する限り、系が恒星のように連続（ガス）体であるか、銀河や星団のように個々の離散的粒子（恒星）からなるかは、重要ではなかった。しかし、離散的な粒子からなる系では、ふつうの多体系にはない、もう一つの側面が現れる。それは、粒子どうしが衝突するまでの平均自由行程(mean free path) λ_{mfp} が系のサイズ R に比べて小さいとはかぎらない、ということである。

自己重力系ではない、ふつうの多体系系では、そのようなことはありえない。もし λ_{mfp} が R より大きいと、系はばらばらに分解してしまうからである。ところが、自己重力系の粒子は、他の粒子と衝突しなくても、系に重力で束縛されている。そして、例えば、銀河の中の粒子は、銀河の内部で、またはその周囲で軌道運動をしているが、銀河のまわりを何周も回ってから、他の粒子と衝突することになる。

系の内部で粒子の2体衝突が起こり、系の内部での粒子の密度やエネルギー分布に緩和が起こる時間尺度を t_{rel} 、典型的な粒子が系を横切る時間尺度を t_{cr} で表すと、 $t_{\text{rel}}/t_{\text{cr}} \sim N/100$ と表される。ここで、 N は系の粒子数で、重力散乱（クーロン散乱と同じ）の統計を扱うときに現れる、いわゆるCoulomb logarithm には、適当な値を代入した。粒子数が多いほど、粒子間の衝突が無視できるというのは、一見矛盾しているようであるが、それは次のような事情による。粒子数が大きいと、その2乗に比例して重力エネルギーが大きくなるが、それに対応して、粒子の平均運動エネルギーも大きくなり、重力散乱の断面積が小さくなって、粒子数が増えたことによる効果を帳消しにしてしまうのである。

問題にしている進化の時間スケールが t_{rel} より長いとき、系は衝突系と呼ばれる。星の数が 10^{5-6} 個の球状星団に重力熱力学のカタストロフィーが起こって、コアが 10^9 年程度の時間スケールで収縮していく進化は、衝突系の進化である。これに対し、星の数が 10^{10} 以上もある銀河の内部構造の進化は、対応する t_{rel} が宇宙年齢よりも長いので、無衝突系の進化である。しかし、銀河団の進化では、個々の銀河の内部構造は無衝突系として進化するが、一つの銀河を一つの粒子と見なすとき、銀河の総数は数1000と少ないので、衝突系としての進化をする。衝突が起こると、軌道運動と内部運動との間にエネルギーのやりとりが起こる。逆に、マゼラン星雲に観測されるような連球状星団、すなわち、2つの球状星団が共通重心のまわりを公転している系では、 10^7 年のスケールで2つの星団が合体・融合するが、その過程は無衝突系としての進化である。

6. 進化の計算法

このような離散的自己重力多体系がどのように進化するかについて、一般的に論じるのは難しいので数値計算によって研究される。その主な方法として、ガス・モデル、Fokker-Planck 方程式、N 体問題、の3つの方法がある。ただし、ガス・モデルは星の内部構造論の方法で、離散系としてのとり扱いは出来ない。

Fokker-Planck 方程式は、Boltzmann 方程式のcollision termをFokker-Planck 近似、すなわち衝突によるmomentum transfer が小さいという近似で扱ったものである。その方程式は、6次元位相空間での分布関数の方程式であるが、そのまま解くのは難しい。そこで、すでに述べた、 λ_{mfp} が系のサイズより大きいという事実を利用する。すなわち、衝突までに系を何周か巡る粒子の軌道について物理量を平均し、orbit averaged Fokker-Planck方程式にしてしまう。そして、そのような軌道での保存量である粒子のエネルギーと角運動量の空間で、方程式を解くのである。それでもまだ難しく、システムを球対称だとして、エネルギー空間だけで解くのが殆どであった。また、Fokker-Planck 近似では、大角度散乱や恒星以外の重い物体（巨大なガス雲など）による散乱の結果として起こる大きいmomentum transfer は正しく扱えないので、それをモデル化し、artificial term をつけ加える形で取り扱ったりする。こうして、恒星系力学者のいう「Fokker-Planck 方程式」は彼らのjargonで、物理学で言うものとは、異なったところに力点があることに注意しなければならない。しかし、それは、基本的には無衝突系の天体が、衝突によって徐々にその構造を変えていく様子を記述する。

上に述べたガス・モデルやFokker-Planck 方程式では、系が球対称に近いなどということがないと、数学的とり扱いが難しい。しかし、N 個の粒子について 3N 本連立のニュートン運動方程式を立て、それを数値的に時間積分していくというN 体問題には、そのような難しさはない。しかしながら、N 体問題はcomputer intensiveである。そこでコンピュータの計算速度をスーパー・コンピュータの100 倍以上に上げると同時に、速度あたりのコスト・パフォーマンスを100-1000倍良くしようというのが、私達のグループで展開しているGRAPE project である。そこでは、粒子間に作用する力の計算は1 つの時間ステップあたり N^2 のオーダーの計算量になるので、特別に設計製作した専用機で行わせる。それに対し、時間を進めるN の1 乗のオーダーの計算は、市販のワークステーションで行わる。現在、project は予定どおり進行していて、1994年度末には、1 Tera-flopsのマシンが稼働し始める予定である。このマシンによって、離散系の多体問題に関して、多くの課題に決着がつくようになると期待している。

7. 非線形力学系の諸概念との関係

重力多体系に関して、配位空間における構造形成のほかに、もう一つ議論を呼んだのは、位

相空間における緩和である。この問題は、1948年にde Vaucouleur が発表した論文に関連して始まった。すなわち、楕円銀河の表面輝度分布の観測によると、ハローにおける輝度分布の中心からの距離に対する関数形はどの楕円銀河についても殆ど同じである。そして、それは楕円銀河のハローでは恒星の分布に十分な緩和が起こり、そのような結果になったのだろう、というわけである。しかし、そのようなハローについて t_{rel} を計算すると、たとえば 10^{16} 年になり、 10^{10} 年という宇宙年齢よりも、はるかに長い。そこで、D. Lynden-Bell は phase mixing の結果、 t_{cr} 程度の時間スケールである種の平衡的な分布関数になるのではないかと考え、2 体衝突による緩和より急速に進行するというので violent relaxation と名付け、緩和された状態の分布関数として Lynden-Bell distribution を提案した。そして、彼は、粒子間に衝突がないから、Liouville の定理にしたがって 6 次元位相空間での phase volume は一定に留まる、また、系は ergodic である、と仮定して、Lynden-Bell 分布の表式を導いた。それは位相空間密度に対応して化学ポテンシャルをもつ、Fermi-Dirac 関数のような形のものである。

しかし、その後の数値モデルの計算によると、この violent relaxation は起こらない。そこで、おこってくる問題は 2 つある。第 1 は、Lynden-Bell の仮定はどこが間違っていたのだろうか、そして実際に起こる現象はどのように表現すればよいのだろうか、という問題である。第 2 は、楕円銀河のハローにおける輝度分布の共通性はどうか説明すればよいのだろうか、ということである。これらに対する解答は、このあとの講演で議論されるので、そちらにまかせることにする。

それに対し、自己重力多体系という、われわれの、まだ必ずしもよく理解していない非線形力学系において、ふつうの 2 体衝突による緩和とは異なる新しい緩和のプロセスがあるのではなかろうか、と考える人もある。その議論に出て来るキーワードは、リアプノフ指数、カオスなどである。これらについても後の講演で議論されるから、ここでこれ以上に、立ち入ることはしない。

カオスという言葉が出てきたついでに、ひとつ述べておきたいことがある。N 体問題を計算して天体における構造の形成と変化を議論するとき、そこで出て来た結果の意味についてである。3 体問題でもカオスが起こるのだから、そのような多体系では、当然、カオスが起きている。そこで、計算の初期条件を少し変えたとき、その後の進化が大きく異なるのではないかと懸念される。しかし、ハミルトン多体系にカオスが起これば結果として、系のグローバルな熱力学的性質が現れるということがある。そして、私たちが議論したいのは、自己重力多体系のそのようなグローバルな性質のことである。6N 次元の Γ 空間で、初期条件の僅かに異なる 2 つの系は離れていくとしても、6 次元の μ 空間で、しかも粗視化して見ると、系の振舞いが同じように見えるグローバルな性質がある。そして、われわれが追及したいのは、そのようなグローバルな性質は何かということなのである。そのことの基礎になる概念も十分に議論されることが望まれる。