

生態モデル又は選挙のモデルにおける 予期せぬ結果

茨城大学 理学部 泰中啓一

1. はじめに

生態系においては多くの生物種が互いに相互作用している。生物種の個体数が変化する原因として間接効果と呼ばれるものがよく知られている。^{1,2} いま仮に何かの原因で“強い”生物種（たとえば捕食者とか広く分布している種）が突然絶滅した場合を考える。環境条件が絶滅した生物種にとって有利に働いたにもかかわらず絶滅が起こったとしたら、物理学者はこのような出来事（一種のカタストロフィー）からある種の相転移を連想する。ここでは、このようなカタストロフィーの起きる可能性を間接効果と相転移の組合せによって示す。

自然の生態系は複雑な食物連鎖から構成されている。私たちはこのような食物連鎖のモデルとしてジャンケン (paper scissors stone game: PSSG) 生態系を考えてきた。³⁻⁵ 化学反応では次のように表すことができる。



このモデルを伝統的な平均場近似 (mean-field limit) で取り扱うと、その微分方程式は Lotka-Volterra モデルと呼ばれ、これについては統数研の伊藤氏の一連の文献がある。^{6,7} しかし私は (1) の反応式を、位置固定近似 (position-fixed limit) のもとで取り扱った。これは各生物個体が動かないとする条件下で化学反応 (1) だけを起こさせるものである。この位置固定反応というのは少し乱暴な近似にも見えるが決してそうではない。化学反応を取り扱う他の近似方法よりは、ずっとすぐれていると思う。なぜなら生物のなかで、植物は動かないし、また動物といえども動くことのできる行動範囲は、考えている系全体のスケールに比べればきわめて狭いからである。ここで、他の近似方法といったのは平均場近似と拡散律速反応 (diffusion-limited reaction)⁸⁻¹⁰ を指す。平均場近似は空間効果を見逃しているし、拡散律速反応も次のような弱点を持っている。つまり計算時間が長くなり、簡単な反応モデルであってもスーパーコンピュータを必要としている。また拡散律速反応では粒子（個体）の密度が減少した時には、拡散粒子は全系の端から端まで動いてしまう。

2. モデル

3種の生物から成る二次元格子系を考えよう。各格子点は3つの種のうちの1つの個体が占める。隣合う2つの格子点をランダムに選び、それらが衝突（相互作用）を起こしたと考える。2つの個体の衝突によって2つとも1つの生物種に変わる。ここで反応のルールは Fig. 1 に従うものとする。つまり種1は種2に勝ち、2は3に勝ち。そして種3と1の間では、確率 P で種3が勝ち、逆に確率 $1-P$ で種1が勝つものとする。明かに $P=1$ のときはジャンケンモデルと等しくなる。パラメーター P は環境条件で決まる。たとえば、気温とか、季節とかあるいは他の生物からの影響などが P の値を決める。

Fig. 1 のようなスキームは生態系以外にもいろいろな問題に対しても適用することができる。例としては選挙のモデルがある。投票人は家に住んでいるためその行動が制限されている。投票人は3人の候補者1、2、3の中の1人を支持しているものとする。隣の家の人との衝突（話し合い）によって2人の投票人は1人の候補者を支持するようになるものとする。この支持変化を表すルールが Fig.

1 である。確率 P は全投票人にかかる場のようなもので具体的には新聞とかテレビの効果がこの値を決定する。このように Fig. 1 のモデルは生態系だけでなく選挙のモデルにも適用できる。しかし両方同時に考えることはできないので、当面は生態モデルを考えることにする。しかし最後の結論のところ、また選挙のモデルに戻ることにする。

3. シミュレーションの結果

(1) 個体数変動

我々のモデルでは $P = 1$ のとき、ジャンケンのルールとなる。この時のシミュレーションの結果はすでに報告した。^{3,4} 系は定常状態に進む。そこでは3つの生物種は同じ密度を占める。これは当り前で、ジャンケンのとき3つの生物種には強弱がないからである。 P の値が1より小さくなるにつれて、3種の定常状態での密度は等しくはならなくなる。 $P < 1$ のとき種1, 2, 3をそれぞれ強者・中立者・弱者と呼ぶことにする。この呼び方は3種の間で定義されるものであって2つの種の間を指すものではない。たとえばもし、 $1/2 < P < 1$ のときには弱者は強者よりも強いからである。しかしこのとき弱者は、3種の関係でいえば、やっぱり最も弱い。なぜなら弱者は中立者に100%負けて、さらに強者に確率 $1 - P$ で負けるからである。平均場近似である Lotka-Volterra モデルの個体数変動はよく知られているので結果のみ述べる。各種の個体数は初期条件に依存して固定点の回りを振動する。各種の個体数の長時間平均は、固定点での数に等しくなる。固定点における3種の密度 X_1, X_2, X_3 は、

$$X_1 = X_3 = 1 / (2 + 2 \Delta P), \quad X_2 = 2 \Delta P X_1 \quad (2)$$

となる。ここで $\Delta P = P - P_c$ 、 $P_c = 1/2$ である。(2)式は $P < P_c$ のとき $X_2 < 0$ となることを示しており、そのとき3種は共存できなくて明かに種1 (強者) だけが生き残ることになる。 $P < P_c$ の場合、種1は種2だけでなく種3よりも強くなり絶対的に強くなるためにこのような結果になる。

興味があるのは $P_c < P < 1$ の場合である。その時位置固定近似のもとでの格子系はやはり定常状態に自己組織化される。Fig. 2 は定常状態における各生物種の密度をプロットした図である。ここで実線は平均場近似の結果(2)である。この図は次のようなふしぎな結果を示している。

- i) 環境条件は種1と3の間に作用しているにもかかわらず、種2 (中立者) が減少している。
- ii) P の値を減少させ P_c に近づけると、強者が突然減少する。とくに $P = P_c$ のときには、中立者だけでなく強者も消え、結局ふしぎなことに弱者だけが生き残ってしまう。

上の結果のうち i) は通常の間接効果によって説明できる。すなわち、中立者の密度は、その天敵 (種1) の増加によって減少するのである。平均場近似も結果 i) をうまく説明している。一方、結果 ii) は通常の間接効果 (平均場近似) によって説明することができない。言い換えれば強者の減少は、彼の餌 (中立者) が減少するからではなく、何等かの空間構造によってもたらされることを示している。なぜなら平均場近似は、空間の影響を無視しているからである。

(2) 自己組織化された空間パターン

空間パターンも定常状態になる。定常状態といってもパターン自体は時間とともに大きく変化する。しかし統計的な平均量は不変になる。^{4,5} Fig. 3 は定常状態における典型的なパターンを示している。a は $P = 1$ のジャンケンの場合で

あり、 b は P の値が P_c に近いときである。この図からすぐわかることは、 P が P_c に近づくと、中立者がランダムに分布しなくなり互いに密集しクラスターを形成するということである。したがって各生物種について密集の度合を計算することにした。このような量としては、久野の C_a 指標というものがある。¹¹これは空間をメッシュに分けて各メッシュにおける個体数を数えることによって求めることができる。^{12, 13}

$$C_a = (\text{variance} - \text{mean}) / (\text{mean})^2 \quad (3)$$

ここで mean や variance はメッシュ内のある種の個体数の平均と分散である。もし仮に空間分布がランダムで、ポアソン分布のときには $C_a = 0$ となる。 C_a の値が大きくなると、それだけその生物種が強く密集していることを表している。生態分布の専門家のために少しコメントすれば、 C_a は負の二項分布におけるパラメーター k と、 $C_a = 1/k$ という簡単な関係がある。Fig. 4 は定常パターンにおける C_a の値をプロットしたものである。図中の窓は同じデータを log-log スケールで表したものである。この図の直線は

$$C_a \sim (P - P_c)^{\gamma}, \quad \gamma = 1.23 \quad (4)$$

という巾法則を示している。 P の値が P_c に近づくとつれて C_a の値は急激に増大する。関係(4)はある種の相転移の臨界現象を数学的に表したものである。ここである種の相転移と言ったのは、トポロジカル相転移のことで、それは生態学的にいえば、生物の空間パターンの密集度の突然の変化とも言える。

このような中立者のクラスター（群れ）の形成は、強者の突然の絶滅を説明する。群れの内部の個体は反応（衝突）に関与しない。したがって反応に関与する個体数は実際の数よりは、ずっと少なくなる。もし近似的に中立者の存在を無視すれば、FIG. 1 から明かに種3（弱者）が天下を取ることになる。このように中立者の群れの形成が強者の突然の絶滅を間接的に引き起こすことがわかる。従ってこのようなカタストロフィーは、相転移の臨界現象でもある。

4. 環境変化の速度の影響

これまで我々はとくに定常状態を見てきた。もし定常状態の条件を保ったまま P の値を下げていくと（準定常過程）、密度や空間パターンはFig. 2や4に従って変化することになる。ここでは新しく、ジャンプ過程というものを考えよう。すなわち P の値を突然 P_c 以下に下げるプロセスを考える。 $P=1$ の状態から $P=P_0$ の状態へのジャンプ過程というのは（ $P_0 < P_c$ ）、はじめ時刻 $t=0$ で $P=1$ のときの定常状態を選び、その後は $P=P_0$ で時間発展を行う過程である。ジャンプ過程における過度的状態では、中立者のクラスター形成は見られなかった。Fig. 5 は $t=6$ における過度的状態を示したものである。中立者は少し小さなクラスターを形成しているが、これは $t=0$ のパターン（Fig. 3a）におけるより大きなクラスターの残骸である。Fig. 5 のあと最終的には強者が全系を支配することになる。しかしよく考えるとこれは不思議なことである。すなわち環境パラメーター P の値を準定常的にゆっくり下げていくと弱者が全系を支配し、逆にジャンプ法によって下げると、強者が全系を支配することになる。

5. 結論と考察

環境変動のスピードは強者が生き残るか又は絶滅するかを決定する。 P の値がある臨界値以下にゆっくりと下がると、不思議なことに弱者が生き残る。私はこの結果を見たとき、完全にまちがっていると思い何回も計算をやり直した。しかし何度やっても同じ結果が得られた。強者絶滅の原因はその餌のパターンが原因

である。餌（中立者）は密度が低くなってきて突然クラスターを形成した。このことが強者絶滅の原因である。従ってトポロジカル相転移の臨界現象（4）がこのようなカタストロフィとなって表れたのであった。

再び選挙の問題に戻ろう。3人の候補者は強者、中立者、弱者である。いま仮に3人のうち1人だけが当選できるものとしよう。政治状況が変化し有利な報道がマスコミから流れたとする（ P の値が下がること）。このとき必ずしも強者が勝利するわけではない。むしろ P が P_c に近いときには逆に弱者が圧勝することになる。しかしいづれにしてもマスコミから無視された中立者は完全に敗北することになる。弱者は必ず勝利しやすい訳でもない。マスコミから強く弱者にとって不利な情報が流れると（ $P < P_c$ ）、このとき強者がやっぱり勝利することになる。しかしこの場合でも中立者は当選できないことは変わらない。従ってもしマスコミがある特定の候補者を落としたいと考えるのなら、その候補者だけをまったく報道から無視するか、又は執ように不利になる情報を流すかのどちらかである。中途半端な批判では逆にその候補者（弱者）を圧勝させてしまうことになる。マスコミは当然このことは肌で知っているであろう。しかし、このように物理的プロセスとして理解できるとは誰も思わなかったであろう。

References

1. Paine, R. T. *Oecologia* (Berl.) **15**, 93 (1974).
2. Vandermeer, J. *J. theor. Biol.* **148**, 545 (1991).
3. Tainaka, K. *J. Phys. Soc. Jpn.* **57**, 2588 (1988).
4. Tainaka, K. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2688 (1989).
5. Tainaka, K. & Itoh, Y. *Europhys. Lett.* **15**, 399 (1991).
6. Itoh, Y. *J. appl. Prob.* **16**, 374 (1979).
7. Itoh, Y. *Nonlinear Anal.* **5**, 53 (1981).
8. Toussaint, D. & Wilczek, F. *J. Chem. Phys.* **78**, 2642 (1983).
9. Kanno, S. *Prog. theor. Phys.* **79**, 1330 (1988).
10. Kanno, S. & Tainaka, K. *Prog. theor. Phys.* **80**, 999 (1988).
11. Kuno, E. *Bull. Kyushu Agric. Expt. Sta.* **14**, 137 (1968), in Japanese.
12. Iwasa Y. & Teramoto, E. *J. math. Biol.* **19**, 109 (1984).
13. Ludwig, J. A. & Reynolds, J. F. *Statistical Ecology* (Wiley, New York, 1988).

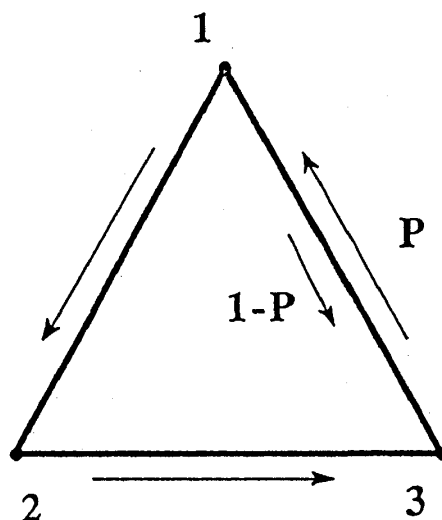


FIG. 1 The strength rule. When $P = 1$, this rule coincides with PSSG.

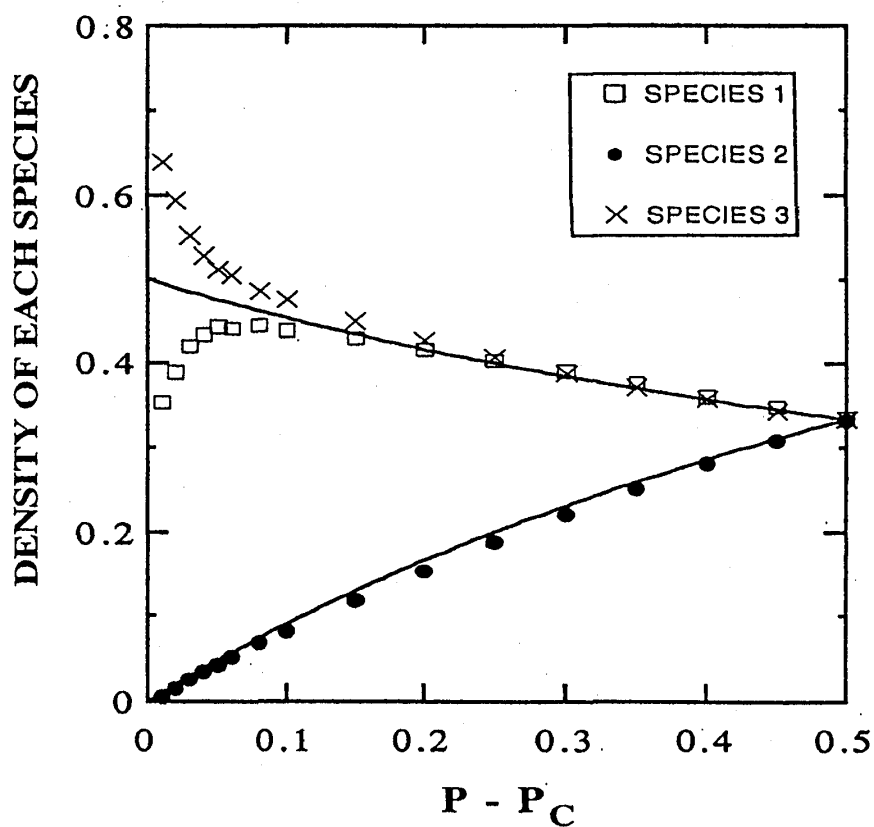


FIG. 2 The density of each species at stationary state is plotted against the environmental parameter P . Each plot is obtained by the time average in the period $200 < t \leq 1000$ with the square lattice (240×240), where the time t is measured by the Monte Carlo step³. The solid curves represent the mean field theory (LVM); upper curve: species 1 or 3, lower curve: species 2.

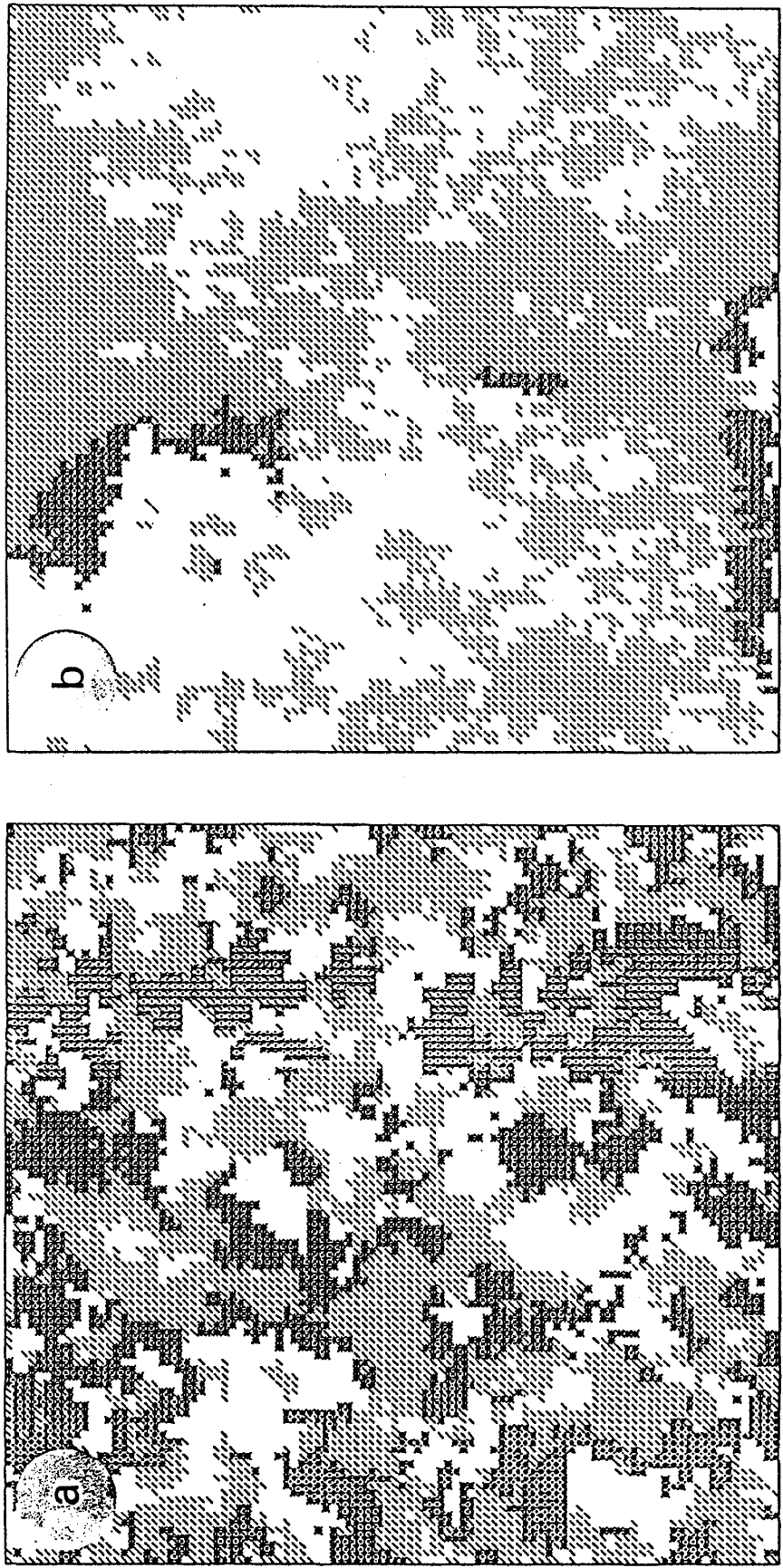


FIG. 3 Snapshots of the typical stationary patterns (100×100). *a*, $P = 1$. *b*, $P = 0.52$. The marks of blank, star, and slash represent the species 1, 2, and 3, respectively.

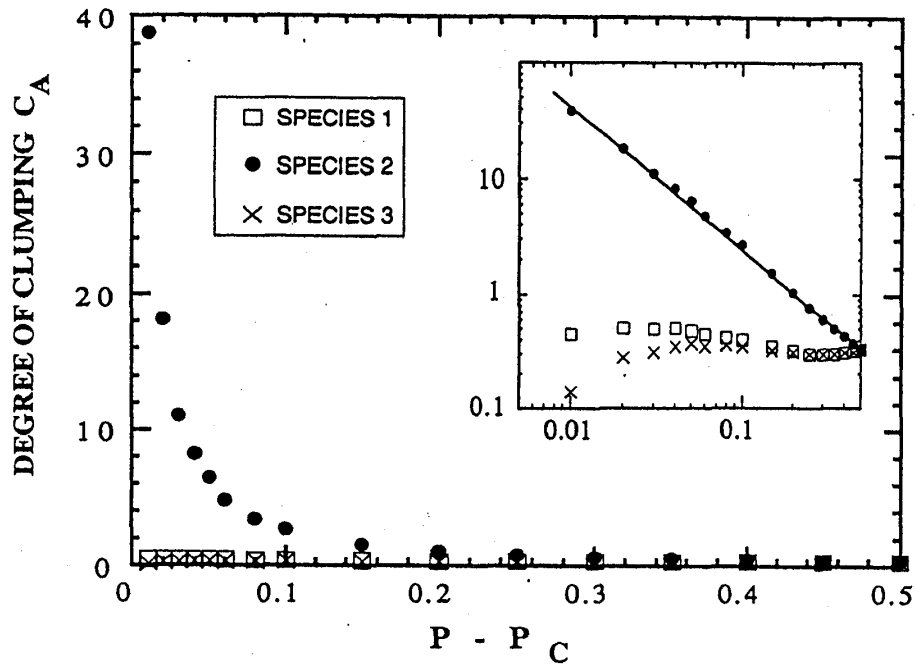


FIG. 4 The degree of clumping C_A with a quadrat size 10×10 , where the window displays the log-log plot for the same data. The values of C_A for the species 2 are well approximated by the straight line.

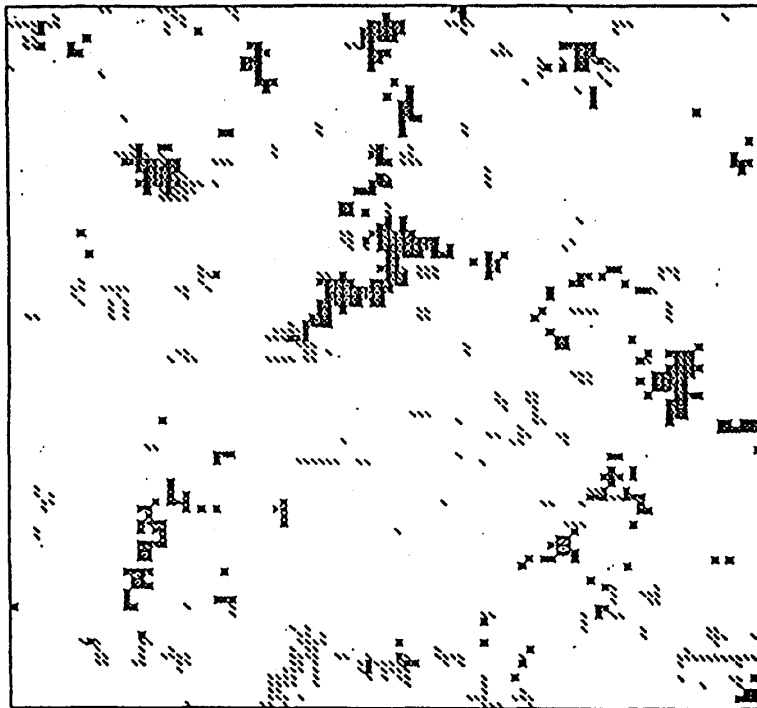


FIG. 5 Snapshots of a transient pattern ($t = 6$) in jumping process from $P = 1$ to $P = 0.4$. The marks are the same meaning as in Fig. 3.